

С.В. Буцев

**СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АДАПТИВНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

Проведен синтез адаптивной оптической системы, в которой адаптация осуществляется путем регулировки коэффициентов усиления фильтра. Получены итоговые соотношения адаптивного фильтра.

Задача синтеза адаптивных алгоритмов обработки световых сигналов в условиях, когда локация осуществляется при наличии фазовых искажений, статистическое описание которых неизвестно, является в настоящее время чрезвычайно актуальной. Следует отметить, что фактически все разрабатываемые в настоящее время адаптивные алгоритмы видения через турбулентную среду в условиях априорной неопределенности для фазосопряженных адаптивных оптических систем (АОС) получены с помощью адаптивного байесова подхода путем решения уравнения максимального правдоподобия [1]. Однако решение этого уравнения связано с большими математическими трудностями. В этой связи необходимо отыскивать более простые решения, которые можно представить в виде, удобном для последующей реализации. Чрезвычайно перспективными в этом плане являются рекуррентные методы, позволяющие получать решения в реальном масштабе времени.

В данной статье применительно к задаче получения неискаженного турбулентной атмосферой изображения удаленного точечного объекта разработан адаптивный алгоритм фильтрации, в котором адаптация осуществляется непосредственно регулировкой коэффициентов усиления фильтра. Предлагаемый алгоритм по своей идее является скользящим [2], а следовательно, достаточно простым. Основной блок фильтрации дополняется блоком адаптации, который формирует оценки коэффициентов усиления фильтра.

Рассмотрим фазосопряженную АОС, состоящую из датчика искажений волнового фронта гартмановского типа, корректора волнового фронта и автоматического устройства управления. Подобно [3] будем описывать вектор состояния  $z$  волнового фронта, характеризующий фазовые искажения, в дискретные моменты времени стохастическим разностным уравнением

$$z(\kappa T) = Az(\kappa T - T) + \Gamma\eta(\kappa T - T), \quad (1)$$

где  $A$  — матрица состояния;  $\Gamma$  — матрица при шумах возмущения;  $\eta$  — дискретная «белая» последовательность с нулевым средним и корреляционной матрицей  $M\{\eta(iT)\eta^T(jT)\} = Q\delta_{ij}$ ,  $Q$  — симметрическая неотрицательно определенная матрица.

Тогда вектор выхода  $\gamma$  будет равен

$$\gamma(\kappa T) = Cz(\kappa T), \quad (2)$$

где  $C$  — матрица выхода.

Вектор-столбец  $\mathbf{u}_d(\kappa T)$  выходных сигналов датчика искажений волнового фронта в дискретном времени можно представить в виде [3]

$$\mathbf{u}_d(\kappa T) = \kappa_{д\alpha} [\gamma(\kappa T) - \tilde{\gamma}(\kappa T)] + \mathbf{u}_f(\kappa T), \quad (3)$$

где  $\kappa_{д\alpha}$  — крутизна характеристики датчика волнового фронта;  $\gamma(\kappa T)$  — вектор-столбец наклонов волнового фронта, падающего на приемную апертуру;  $\tilde{\gamma}(\kappa T) = C\hat{z}(\kappa T / \kappa T - T) = CA\hat{z}(\kappa T - T)$  — вектор смещений наклонов волнового фронта, вносимых корректором;  $\mathbf{u}_f(\kappa T)$  — вектор-столбец ошибок измерений, являющихся «белыми» последовательностями с нулевым средним и корреляционной матрицей  $M\{\mathbf{u}_f(iT)\mathbf{u}_f^T(jT)\} = R\delta_{ij}$ ,  $R$  — симметрическая неотрицательно определенная матрица.

Введем в рассмотрение показатель качества

$$J = \sum_{\kappa=0}^n \mathbf{u}_d(\kappa T)^T R^{-1} \mathbf{u}_d(\kappa T). \quad (4)$$

Если матрицы  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $C$ , а также корреляционные матрицы шумов возмущения  $Q$  и измерения  $R$  полностью известны, то оптимальным по критерию минимума функционала (4) для сообщения (1) и наблюдения (3) является фильтр Калмана, который описывается для данной АОС соотношениями (10), полученными в [3].

На практике возникают ситуации, когда некоторые параметры матриц  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $C$ ,  $Q$  и  $R$ , характеризующие фазовые искажения, оказываются неизвестными. В этом случае оптимальную матрицу коэффициентов усиления фильтра  $K(\kappa T)$  определить по соотношениям (10) из [3] невозможно и в фильтре будет использоваться некоторая неоптимальная матрица коэффициентов усиления  $K^*(\kappa T)$ . Тогда оценки, формируемые фильтром, также будут неоптимальными

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T) &= \hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T/\kappa T - T) + K^*(\kappa T) \mathbf{u}_d(\kappa T); \\ \hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T/\kappa T - T) &= A^* \hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T - T),\end{aligned}\quad (5)$$

где  $A^*$  — аналог матрицы  $A$  в оптимальном фильтре, но с другими параметрами.

Поставим задачу отыскания такой матрицы  $K^*(\kappa T)$ , при которой показатель качества (4) достигает своего минимума. Введем в рассмотрение вектор-столбец  $\mathbf{k} = [k_{11} \dots k_{mp}]$ , компоненты которого  $k_{ij}$  являются элементами матрицы  $K^*$ . Тогда матрицу  $K^*$  можно рассматривать как функцию вектора  $\mathbf{k}$ , то есть  $K^*(\mathbf{k})$ .

Найдем оценку  $\hat{\mathbf{k}}$ , которая минимизирует функционал (4), при ограничении  $\mathbf{k} = \text{const}$ . Для этого запишем гамильтониан [4]

$$Z(\mathbf{k}(\kappa T), \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)) = \mathbf{u}_d^T(\kappa T) R^{-1} \mathbf{u}_d(\kappa T) + \boldsymbol{\lambda}^T(\kappa T + T) \mathbf{k}(\kappa T), \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)$  — неопределенные множители.

Канонические уравнения для векторов  $\boldsymbol{\lambda}$  и  $\mathbf{k}$  в данном случае имеют вид

$$\begin{aligned}\mathbf{k}(\kappa T + T) &= \frac{\partial Z(\mathbf{k}(\kappa T), \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T))}{\partial \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)}, \\ \boldsymbol{\lambda}(\kappa T) &= \frac{\partial Z(\mathbf{k}(\kappa T), \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T))}{\partial \mathbf{k}(\kappa T)} = \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T) - \\ &- \frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T/\kappa T + T)}{\partial \mathbf{k}} C^T R^{-1} \mathbf{u}_d(\kappa T + T)\end{aligned}\quad (7)$$

с граничными условиями на краях интервала  $[0, nT]$   $\mathbf{k}(0) = k_0$ ,  $\boldsymbol{\lambda}(nT) = 0$ .

Таким образом, задача минимизации функционала (4) сведена к двухточечной краевой задаче, решение которой методом инвариантного погружения [5] дает следующие уравнения для оценки коэффициентов усиления фильтра:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{k}}(\kappa T + T) &= \hat{\mathbf{k}}(\kappa T) + P(\kappa T + T) \frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial \mathbf{k}} C^T R^{-1} \mathbf{u}_d(\kappa T + T); \\ P^{-1}(\kappa T + T) &= P^{-1}(\kappa T) + \frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial \mathbf{k}} C^T R^{-1} C \times \\ &\times \left( \frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial \mathbf{k}} \right)^T - \mathbf{u}_d^T(\kappa T) R^{-1} C \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial \mathbf{k}}.\end{aligned}\quad (8)$$

Следует отметить, что во многих задачах вторые производные в (8) оказывают очень слабое влияние на работу контура адаптации, поэтому их можно опустить. Первая производная, входящая в (8), получается путем дифференцирования (5) по  $\mathbf{k}$ . Имеем

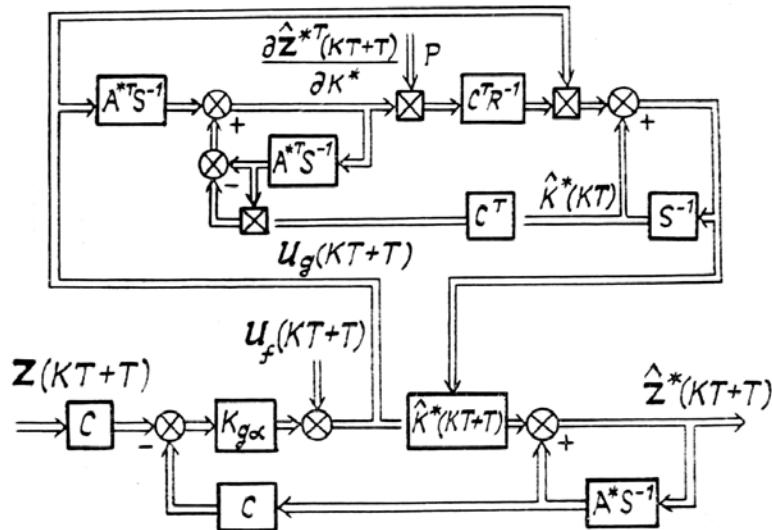
$$\frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial \mathbf{k}} = \left\{ \frac{\partial \hat{\mathbf{z}}^{*T}(\kappa T)}{\partial \mathbf{k}} [1 - C^T K^*(\kappa T)] + \mathbf{u}_d^T(\kappa T) \frac{\partial K^*}{\partial \mathbf{k}} \right\} A^{*T}. \quad (9)$$

Объединяя (5), (8), (9), получаем уравнения функционирования адаптивного фильтра

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T + T/\kappa T) &= A^* \hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T), \\ \hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T + T) &= \hat{\mathbf{z}}^*(\kappa T + T/\kappa T) + \hat{K}^*(\kappa T + T) \mathbf{u}_d(\kappa T + T),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{K}^*(\kappa T + T) &= \hat{K}^*(\kappa T) + P(\kappa T + T) \frac{\partial \hat{z}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial K^*} C^T R^{-1} u_{\Delta}(\kappa T + T), \\ P^{-1}(\kappa T + T) &= P^{-1}(\kappa T) + \frac{\partial \hat{z}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial K^*} C^T R^{-1} C \left( \frac{\partial \hat{z}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial K^*} \right)^T, \\ \frac{\partial \hat{z}^{*T}(\kappa T + T)}{\partial K^*} &= \left\{ \frac{\partial \hat{z}^{*T}(\kappa T)}{\partial K^*} [1 - C^T \hat{K}^*(\kappa T)] + u_{\Delta}(\kappa T) \right\} A^{*T}. \end{aligned} \quad (10)$$

Блок-схема адаптивного фильтра приведена на рисунке.



Блок-схема адаптивного фильтра

Из уравнений адаптивного фильтра (10) следует, что он состоит из двух блоков: основного блока фильтрации, описываемого первым и вторым соотношениями в (10), и блока адаптации, описываемого третьим, четвертым и пятым соотношениями в (10). Оценки коэффициентов усиления  $\hat{K}^*(\kappa T)$ , формируемые блоком адаптации, используются в основном фильтре вместо истинных значений коэффициентов усиления.

Предложенный подход к синтезу АОС полностью оправдан, если неизвестными параметрами являются матрицы дисперсий шумов измерения, шумов возбуждения или матрица  $\Gamma$  при шумах возбуждения, так как эти матрицы влияют только на величину коэффициентов усиления фильтра. Несколько сложнее обстоит дело в случае неопределенности матрицы состояния  $A$ , так как она определяет не только коэффициенты усиления фильтра, но и соответствующую матрицу  $A^*$  в фильтре. Поэтому регулировкой только коэффициентов усиления фильтра нельзя полностью устранить влияние неопределенности матрицы  $A$ . Однако данной регулировкой можно частично скомпенсировать влияние этой неопределенности, а так как формирование матрицы  $A$  осуществляется на основании некоторого известного статистического материала, то в большинстве практических ситуаций этого может оказаться вполне достаточно.

1. Матвеев И. Н., Сафронов А. Н., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д. Адаптация в информационных оптических системах. М.: Радио и связь, 1984. 344 с.
2. Стратонович Р. Л. Принципы адаптивного приема. М.: Сов. радио, 1973. 143 с.
3. Буцев С. В., Хисматуллин В. Ш. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 222–224.
4. Сейдж Э. П., Уайт Ч. С. Оптимальное управление системами. М.: Радио и связь, 1982. 392 с.
5. Сейдж Э. П., Мелс Д. Ж. Идентификация систем управления. М.: Наука, 1974. 246 с.

Поступила в редакцию  
19 июля 1990 г.

S. V. Butsev. **Synthesis of a Functioning Algorithm for an Adaptive Optical System.**

Synthesis of an adaptive optical system in with the adaptation is performed by monitoring the amplification coefficient of a filter is made. The resulting characteristics of the filter are obtained.