

ПРИМЕНЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

УДК 538.566:551.511.6

В.П. Лукин

МНОГОЭЛЕМЕНТНАЯ СИСТЕМА КОРРЕКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

В статье исследуется эффективность применения адаптивного составного четырехэлементного зеркала, каждый из элементов которого «отрабатывает» только наклоны в двух перпендикулярных направлениях. Предлагается оптическая схема эксперимента. Датчик волнового фронта представляет собой четыре идентичных измерителя положения центра тяжести изображения в пределах каждой из субапертур. Анализируется предельное разрешение для такой оптической системы.

В последние годы появилось значительное количество работ [1–6], посвященных такому важному вопросу, как применение средств и систем адаптивной оптики для улучшения качества оптического изображения, формируемого через атмосферу. В этих работах в той или иной степени решались теоретические и технические вопросы построения оптического адаптивного телескопа [2, 5, 6]. Наземный адаптивный оптический телескоп достаточно большого диаметра (чтобы имело смысл осуществлять дорогостоящую программу разработки адаптивной оптической системы) призван прежде всего устранять влияние атмосферной турбулентности на приходящее оптическое излучение, а также целого спектра механических воздействий на элементы его несущей конструкции.

Признано целесообразным [5] в качестве первого контура адаптивной коррекции в телескопах применять системы отработки (компенсации) смещений изображения, которые, как правило, в качестве датчиков используют измерители положения центра тяжести формируемого оптического изображения. В настоящее время существует ряд реализованных проектов телескопов, в которых обеспечивается компенсация смещения центра тяжести изображения. Фактически речь идет о создании высокоточного телегида, входящего в состав большинства телескопов.

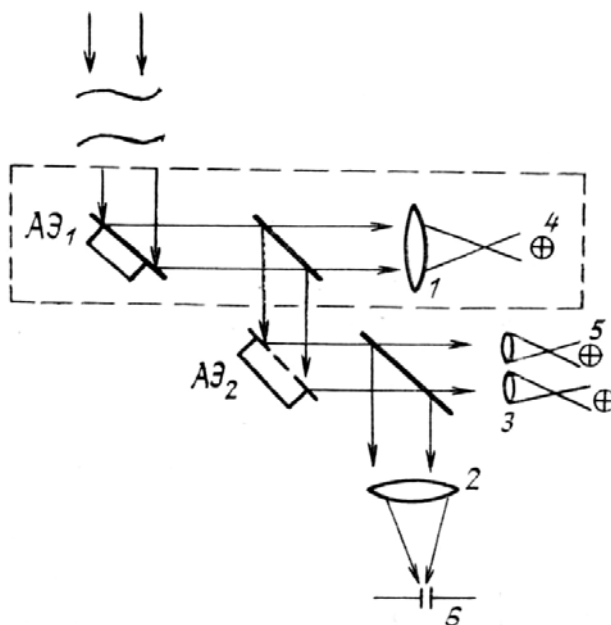


Рис. 1. Схема оптического эксперимента: 1, 2 — линза; 3 — блок из четырех линз; 4 — координатный фотоприемник; 5 — блок из четырех координатночувствительных фотоприемников; 6 — фоторегистратор изображения

Следующий шаг по пути усложнения адаптивных оптических систем — это коррекция высших aberrаций фазового фронта — уже требует создания специализированных средств: датчика волнового фронта и управляемого активного (адаптивного) зеркала. Возможно использование зеркал двух ти-

пов: составного — реализующего зонную коррекцию, и гибкого — реализующего модальную коррекцию aberrаций фазового фронта. Однако в обоих случаях необходим датчик волнового фронта, несущий информацию о его фазе.

В данной статье показана эффективность применения составного четырехэлементного зеркала, каждый из элементов которого «отрабатывает» только наклоны в двух перпендикулярных направлениях. Естественно, что и датчик волнового фронта при этом представляет собой четыре идентичных измерителя положения центра тяжести изображения в пределах каждой субапертуры.

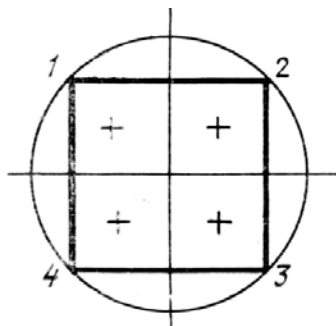


Рис. 2. Схема размещения субапертур в круге

Возможная схема оптического эксперимента показана на рис. 1. Здесь первый контур адаптивной коррекции смещения центра тяжести изображения как целого обеспечивается первым адаптивным элементом АЭ₁. Если считать, что апертура оптического устройства, формирующего изображение, это круг с радиусом R , тогда фаза волны после угловой коррекции может быть записана в виде следующего разложения по полиномам Цернике $F_j(\mathbf{r}/R)$:

$$S_1(\mathbf{r}) = \sum_{j=4}^{\infty} a_j F_j(\mathbf{r}/R), \quad (1)$$

где a_j — коэффициенты разложения [7] и в сумме (1) опущен первый член $a_1 F_1(\mathbf{r}/R)$, не влияющий на фазовые флуктуации в изображении. На втором этапе адаптации изображения обеспечивается измерение локальных наклонов волнового фронта в пределах субапертур и их исправление четырехэлементным составным зеркалом АЭ₂. Схема размещения субапертур и измерителей, обозначенных «+», в пределах круга радиуса R приведена на рис. 2.

В предположении малости флуктуаций интенсивности в пределах каждой из субапертур, которые пронумерованы от 1 до 4, измеряются следующие величины:

$$\alpha_{x_i} = \frac{\iint d^2r \frac{\partial S_1}{\partial x} \Big|_{(x_i, y_i)}}{\iint d^2r}, \quad \alpha_{y_i} = \frac{\iint d^2r \frac{\partial S_1}{\partial y} \Big|_{(x_i, y_i)}}{\iint d^2r}, \quad (2)$$

представляющие собой оценки приращения фазы, усредненные в пределах каждой из субапертур. Можно рассмотреть как предельные два возможных случая:

а) малые субапертуры, разнесенные по углам квадрата, при этом в (2) измеряются собственно локальные наклоны $\partial S_1/\partial x$, $\partial S_1/\partial y$ в четырех точках;

б) большие субапертуры, сравнимые с основной апертурой, тогда α_{x_i} , α_{y_j} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) вычисляются по формулам (2), где интегрирование выполняется в пределах соответствующей субапертуры.

Чтобы рассчитать, какие величины при этом будут измеряться, рассмотрим предварительно полиномы $F_j(\mathbf{r}/R)$ и их производные (полиномы Цернике до шестого номера включительно представлены в табл. 1). Моды 4, 5, 6 описывают дефокусировку и астигматизм фазы волнового фронта. Прежде всего рассмотрим предельно малые апертуры (достаточно чтобы размер апертуры был значительно меньше радиуса когерентности r_0), тогда

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{\partial S_1}{\partial x} = \frac{4\sqrt{3}}{R^2} a_4 x + \frac{2\sqrt{6}}{R^2} a_5 y + \frac{2\sqrt{6}}{R^2} a_6 x; \\ \alpha_y &= \frac{\partial S_1}{\partial y} = \frac{4\sqrt{3}}{R^2} a_4 y + \frac{2\sqrt{6}}{R^2} a_5 x - \frac{2\sqrt{6}}{R^2} a_6 y. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим согласно рис. 2 симметрично расположенные субапертуры в сторонах квадрата, вписанного в круг единичного радиуса, с координатами

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{1}{2}, & y_1 &= \frac{1}{2}; & x_3 &= \frac{1}{2}, & y_3 &= -\frac{1}{2}; \\ x_2 &= \frac{1}{2}, & y_2 &= \frac{1}{2}; & x_4 &= -\frac{1}{2}, & y_4 &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

При этом

$$\begin{cases} \alpha_{x_1} = -\frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 + \frac{\sqrt{6}}{R^2} (a_5 - a_6), \\ \alpha_{y_1} = 2\frac{\sqrt{3}}{R^2} a_4 - \frac{\sqrt{6}}{R^2} (a_5 + a_6); \end{cases} \begin{cases} \alpha_{x_2} = \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 + \frac{\sqrt{6}}{R^2} (a_5 + a_6), \\ \alpha_{y_2} = \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 + \frac{\sqrt{6}}{R^2} (a_5 - a_6); \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \alpha_{x_3} = \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 - \frac{\sqrt{6}}{R^2} (a_5 - a_6), \\ \alpha_{y_3} = -\frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 + \frac{\sqrt{6}}{R^2} (a_5 + a_6). \end{cases}$$

Нетрудно заметить наличие определенной симметрии в выражениях для α_{xi} , α_{yi} ($i = 1, 2, 3, 4$).

Таблица 1

Модовое число	Радикальная степень	Азимутальная частота	Вид полинома $F_j(r, \theta)$
1	0	0	I
2	1	1	$2r\cos\theta/R$
3	1	1	$2r\sin\theta/R$
4	2	0	$\sqrt{3}(2r^2/R^2 - 1)$
5	2	2	$\sqrt{6}r^2\sin 2\theta/R^2$
6	2	2	$\sqrt{6}r^2\cos 2\theta/R^2$

Прежде чем проводить дальнейшие вычисления, выясним физическую картину того, что происходит на различных этапах адаптивной коррекции по схеме рис. 1. Будем рассуждать следующим образом: если исходная фаза волны представляет собой плоскость, тогда изображение, формируемое оптической системой (эквивалентной линзой), представляет собой дифракционную картину Эйри. Наличие фазовых aberrаций уширяет реальное изображение. После первого контура коррекции с помощью АЭ₁ формируемое изображение стабилизируется по положению центра тяжести, но в фазе волны остаются aberrации типа астигматизма и дефокусировки. Безусловно, что эти aberrации приводят к появлению локальных наклонов в пределах каждой из субапертур. Если принять во внимание только дефокусировку фазового фронта, величины этих наклонов из (4) оказываются равными:

$$\begin{cases} \alpha_{x_1} = -2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}, \\ \alpha_{y_1} = 2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}; \end{cases} \begin{cases} \alpha_{x_2} = 2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}, \\ \alpha_{y_2} = 2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_{x_3} = 2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}, \\ \alpha_{y_3} = -2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}; \end{cases} \begin{cases} \alpha_{x_4} = -2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}, \\ \alpha_{y_4} = -2\sqrt{3}\frac{a_4}{R^2}. \end{cases} \quad (5)$$

Из (5) видно, что α_1 и α_3 , α_2 и α_4 всегда имеют обратные знаки. Это означает, что наклоны каждой из субапертур происходят попарно в противофазе, следовательно, также смещаются и соответствующие точки в плоскости изображения относительно оптической оси. Проведем численные оценки для этих смещений. Фазу волны, обуславливающую дефокусировку, например, по оси X , из (1) получаем по формуле

$$S_{1x} = \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 \cdot x^2,$$

соответствующий угол наклона

$$\theta_x = \frac{\partial S_1 / \partial x}{\kappa} = \frac{2\sqrt{3}a_4}{\kappa R^2}.$$

Смещение фокальных пятен происходит на величину $|\Delta x| = F\sqrt{\langle \theta_x^2 \rangle}$, где F – фокусное расстояние оптической системы; $\langle \theta_x^2 \rangle = \frac{48\langle a_4^2 \rangle}{\kappa^2 R^4}$ – дисперсия флуктуаций угла наклона волнового фронта; $\langle a_4^2 \rangle$ – дисперсия флуктуаций дефокусировки волнового фронта. Используя данные [8], имеем

$$\langle a_4^2 \rangle = 2,32 \cdot 10^{-2} (2R/r_0)^{5/3},$$

в результате

$$|\Delta x| = F\sqrt{\langle \theta_x^2 \rangle} \approx 1,88 \frac{F}{\kappa R} (R/r_0)^{5/3}. \quad (6)$$

Легко понять, что при учете только дефокусировки обработка случайных наклонов на каждом сегменте 4-элементного зеркала превращает его поверхность в четырехугольную призму, которая отражает волны в четырех направлениях.

Проанализируем эффективность коррекции с использованием такого составного зеркала. При этом будем использовать исходную линзу (или объектив), строящую изображение с апертурой гауссова типа. Сравним распределения интенсивности в фокальной плоскости для трех наиболее характерных случаев: 1) при распространении излучения в вакууме (в отсутствие турбулентности); 2) при наличии в оптической волне aberrаций типа дефокусировки при скорректированных общих наклонах; 3) при коррекции этой дефокусировки посредством составного 4-элементного зеркала.

Для первого случая расчеты тривиальны. Обозначим это распределение как $I_0(F, \rho)$:

$$I_0(F, \rho) = \Omega^2 \exp\{-\rho^2 \Omega^2 / R^2\},$$

где $\Omega = \kappa R^2 / F$; $A(\rho) = \exp(-\rho^2 / 2R^2)$ – гауссовская апертура.

Распределение средней интенсивности в плоскости изображения в результате действия дефокусировки, обусловленной неоднородностями среды (случай 2), дается следующим интегралом:

$$\begin{aligned} \langle I(F, \rho) \rangle = & \frac{\kappa^2}{4\pi^2 F^2} \iint d^2 r_{1,2} \exp\left[-\frac{(r_1^2 + r_2^2)}{2R^2} + \right. \\ & \left. + i\kappa\rho \frac{(r_1 - r_2)}{F}\right] \langle \exp\left(2\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} i(r_1^2 - r_2^2)\right) \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

где выражение в угловых скобках $\langle \dots \rangle$ соответствует члену, связанному с действием дефокусировки. Из [7, 8] получаем, что

$$\langle \exp\left(i2\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} (r_1^2 - r_2^2)\right) \rangle = \exp\left(-6 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{R^4} (r_1^2 - r_2^2)^2\right). \quad (8)$$

В результате подстановки (8) в (7) и проведения интегрирования приходим к виду

$$\langle I(F, \rho) \rangle = \frac{\Omega^2}{2R^2} \int_0^\infty dr r \frac{\exp(-r^2/4R^2) J_0(\kappa \rho r/F)}{\left[1 + 24 \langle a_i^2 \rangle \frac{r^2}{R^2}\right]}. \quad (9)$$

Дальнейшие вычисления в (9) для средней интенсивности можно провести только для конкретных значений Ω и $\langle a_i^2 \rangle$. Для проведения аналитических вычислений перейдем от распределения $\langle I \rangle$ к соответствующему угловому спектру

$$P(\mathbf{x}) = \iint d^2\rho \exp(i\mathbf{x}\rho) \langle I(F, \rho) \rangle. \quad (10)$$

Воспользовавшись определением δ -функции

$$\iint d^2\rho \exp\left[i\mathbf{x}\rho + i\frac{\kappa\rho\rho_1}{F}\right] = \frac{4\pi^2 F^2}{\kappa^2} \delta\left(\rho_1 + \frac{F}{\kappa}\mathbf{x}\right), \quad (11)$$

суммируя (9), (10), (11), получаем

$$P(\mathbf{x}) = \frac{\pi R^2}{\left[1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \mathbf{x}^2 R^2\right]} \exp\left[-\frac{\mathbf{x}^2 R^2}{4\Omega^2}\right]. \quad (12)$$

Соответствующий угловой спектр для вакуума, т.е. в отсутствие дефокусировки

$$P_0(\mathbf{x}) = \pi R^2 \exp(-\mathbf{x}^2 R^2 / 4\Omega^2). \quad (13)$$

Можно проанализировать относительное поведение спектров (12) и (13). Так, в соответствии с законом сохранения энергии

$$P_0(0) = P(0) = \iint d^2\rho \langle I(F, \rho) \rangle = \pi R^2.$$

Характерный масштаб изменения вакуумного значения спектра $P_0(\mathbf{x})$ определяется экспоненциальным спадом в (13) и соответствует частоте $\kappa \sim 2\Omega/R$, определяющей угловой размер диска Эйри. За счет действия дефокусировки значение спектра $P(\mathbf{x})$ для $\kappa = 2\Omega/R$ оказывается меньше вакуумного значения. Это относительное уменьшение составляет

$$\frac{P(\mathbf{x})}{P_0(\mathbf{x})} = \left(1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \mathbf{x}^2 R^2\right)^{-1}.$$

Можно провести также аналитические вычисления уширения средней интенсивности за счет дефокусировки из (9), разложив в ряд экспоненциальный член, связанный с дефокусировкой, тогда

$$\begin{aligned} \langle I(F, \rho) \rangle &= \frac{\kappa^2}{4\pi^2 F^2} \iint d^4\rho_{1,2} \exp\left[-\frac{\rho_1^2}{4R^2} - \frac{\rho_2^2}{R^2} + i\kappa\rho\rho_1/F\right] \times \\ &\times \exp\left[-24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{R^4} \rho_1^2 \rho_2^2\right] \simeq I_0(F, \rho) \left[1 - 96 \langle a_i^2 \rangle \left(1 - \frac{\rho^2}{R^2} \Omega^2\right)\right], \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$I_0(F, \rho) = \Omega^2 \exp(-\rho^2 \Omega^2 / R^2). \quad (15)$$

Выражение (14) получается из (9) при условии, что $24 \langle a_i^2 \rangle \ll 1$, поэтому (14) имеет ограниченную применимость. Относительное уменьшение интенсивности излучения в фокальной плоскости составляет

$$\frac{I_0(F, \rho) - \langle I(F, \rho) \rangle}{I_0(F, \rho)} = 96 \langle a_i^2 \rangle \left[1 - \frac{\Omega^2 \rho^2}{R^2}\right]. \quad (16)$$

Далее рассмотрим распределение средней интенсивности (случай 3), используя схему рис. 2. Искажения фазы после коррекции общих наклонов изображения представляют собой дефокусировку

$$S_1(\mathbf{r}) = \sqrt{3} [2(x^2 + y^2)/R^2 - 1].$$

Естественно, что $\iint \frac{\partial S_1}{\partial x} d^2r$ и $\iint \frac{\partial S_1}{\partial y} d^2r$, вычисленные по всей апертуре эффективного радиуса R , тождественно равны нулю. Предположим, что локальные субапертуры представляют собой 4 квадрата со стороной b , вписанных в круг радиусом R . Производные фазы S_1 оказываются равными

$$\frac{\partial S_1}{\partial x} = 4\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} x, \quad \frac{\partial S_1}{\partial y} = 4\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} y,$$

соответствующие наклоны по (3) для первой субапертуры

$$\alpha_{x_1} = \frac{\iint d^2r \left. \frac{\partial S_1}{\partial x} \right|_{(x_1, y_1)}}{\iint d^2r} = -2\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} b, \quad \alpha_{y_1} = 2\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} b.$$

Корректирующая фаза для каждой из четырех зон зеркала имеет следующий вид:

$$S_x = 2\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} b x, \quad S_y = -2\sqrt{3} \frac{a_4}{R^2} b x.$$

В результате распределение средней интенсивности в фокальной плоскости при коррекции локальных наклонов 4-элементным зеркалом (случай 3) равно

$$\begin{aligned} \langle I_k(F, \boldsymbol{\rho}) \rangle &= \frac{\kappa^2}{4\pi^2 F^2} \iint d^4 r_{1,2} \exp \left[-\frac{(r_1^2 + r_2^2)}{2R^2} + i\kappa \boldsymbol{\rho} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/F \right] \times \\ &\times \langle \exp i \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 [(r_1^2 - r_2^2) + b(x_1 - x_2) - b(y_1 - y_2)] \right\} \rangle + \\ &+ \langle \exp i \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 [(r_1^2 - r_2^2) - b(x_1 - x_2) - b(y_1 - y_2)] \right\} \rangle + \\ &+ \langle \exp i \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 [(r_1^2 - r_2^2) + b(x_1 - x_2) + b(y_1 - y_2)] \right\} \rangle + \\ &+ \langle \exp i \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{R^2} a_4 [(r_1^2 - r_2^2) - b(x_1 - x_2) + b(y_1 - y_2)] \right\} \rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по ансамблю реализаций флуктуаций фазы в принимаемой оптической волне. После вычисления интегралов и усреднения получаем

$$\begin{aligned} \langle I_k(F, \boldsymbol{\rho}) \rangle &= \frac{\kappa^2}{2\pi^2 F^2} \iint d^4 r_{1,2} \exp \left[-\frac{r_1^2}{4R^2} - \frac{r_2^2}{R^2} + i\kappa \mathbf{r}_1 \boldsymbol{\rho}/F \right] \times \\ &\times \exp \left[-24 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{R^4} r_1^2 r_2^2 \right] \left\{ \exp \left[-6 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{R^4} b^2 (x_1 - y_1)^2 \right] \times \right. \\ &\times \operatorname{ch} 24 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{R^4} (\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) b (x_1 - y_1) + \exp \left[-6 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{R^4} b^2 (x_1 + y_1)^2 \right] \times \\ &\left. \operatorname{ch} 24 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{R^4} (\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) b (x_1 + y_1) \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $r_1 = (x_1, y_1)$.

Одним из возможных путей дальнейшего упрощения последнего выражения является переход к спектру $P_k(\kappa)$. В результате несложных расчетов величину, стоящую в фигурных скобках в (18), можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned}
 P_k(\kappa) &= \iint d^2\rho \exp(i\kappa\rho) \langle I_k(F, \rho) \rangle = \\
 &= \frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{\kappa^2 R^2}{4\Omega^2} - 6 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa^2\right\} \left[\exp\left(12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_x \kappa_y\right) \iint d^2r \times \right. \\
 &\times \exp\left[-\frac{r^2}{R^2} \left(1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa^2 R^2\right)\right] \operatorname{ch}\left(24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} (\kappa r) b (\kappa_x - \kappa_y)\right) + \\
 &+ \exp\left[-12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_x \kappa_y\right] \iint d^2r \exp\left[-\frac{r^2}{R^2} \left(1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa^2 R^2\right)\right] \times \\
 &\times \operatorname{ch}\left(24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} (\kappa r) b (\kappa_x + \kappa_y)\right) \Big]. \tag{19}
 \end{aligned}$$

Здесь индекс «к» у спектра $P(\kappa)$ означает действие коррекции.

С помощью разложения функции ch в ряд, ограничиваясь двумя членами, получаем

$$\begin{aligned}
 P_k(\kappa) &= \frac{\pi R^2}{\left[1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa^2 R^2\right]} \exp\left\{-\frac{\kappa^2 R^2}{4\Omega^2} - 6 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa^2\right\} \times \\
 &\times \operatorname{ch} 12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_x \kappa_y \left\{1 + \frac{48 \cdot 24 \langle a_i^2 \rangle^2 \kappa^2 b^2 / \Omega^4}{\left(1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa^2 R^2\right)} \times \right. \\
 &\times \left. \left(\kappa^2 R^2 \operatorname{ch} 12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_x \kappa_y + 2 \kappa_x \kappa_y R^2 \operatorname{sh} 12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_x \kappa_y\right)\right\}, \tag{20} \\
 \kappa &= (\kappa_x, \kappa_y).
 \end{aligned}$$

Так как характерный спад $P_0(\kappa)$ есть $\kappa R \sim 2\Omega$, т.е. $\kappa \sim 2\Omega/R$, $\kappa_x \cong \sqrt{2\Omega/R}$, $\kappa_y = \sqrt{2\Omega/R}$, то уменьшение спектра, обусловленное дефокусировкой, численно равно

$$\frac{P(\kappa)}{P_0(\kappa)} \Big|_{\kappa=2\Omega/R} = \frac{1}{\left[1 + 96 \langle a_i^2 \rangle\right]}.$$

Соответственно увеличение его под действием коррекции (на частоте $\kappa = 2\Omega/R$) выражается функцией

$$\begin{aligned}
 F(\kappa) &= \frac{P_k(\kappa)}{P(\kappa)} \Big|_{\kappa=2\Omega/R} \cong \exp\left(-24 \langle a_i^2 \rangle \frac{b^2}{R^2}\right) \operatorname{ch}\left(48 \langle a_i^2 \rangle \frac{b^2}{R^2}\right) \times \\
 &\times \left\{1 + \frac{8 \cdot 24 \cdot 24 \langle a_i^2 \rangle^2 b^2 / R^2}{1 + 96 \langle a_i^2 \rangle} \left[\operatorname{ch}\left(48 \langle a_i^2 \rangle \frac{b^2}{R^2}\right) + \operatorname{sh}\left(48 \langle a_i^2 \rangle \frac{b^2}{R^2}\right)\right]\right\}. \tag{21}
 \end{aligned}$$

Эффект действия адаптивной коррекции по устранению дефокусировки можно получить в виде чисел с помощью (21), причем параметрами задачи в данном случае будут $\langle a_i^2 \rangle$, Ω , b/R .

Оценка для углового разрешения R может быть сформирована как отношение средней интенсивности в центре изображения и его полной энергии. Полная энергия в изображении равна $P(\kappa = 0) = \pi R^2$. Предельное разрешение (для вакуума) $R_0 = \kappa^2 R^2 / \pi F^2$ определяется параметрами оптической системы (κ , R , F). При дефокусировке

$$R = \frac{\Omega}{2\pi R^2} \int_0^{\infty} dx x \frac{\exp(-x^2/4)}{(1 + 24 \langle a_i^2 \rangle x^2)}.$$

Таким образом, разрешение оказывается зависящим от параметра $\langle a_i^2 \rangle$, характеризующего интенсивность турбулентности.

Таблица 2

R/r_0	$96 \langle a_i^2 \rangle$	R/r_0
0,03	0,0205	0,98
0,05	0,058	0,95
0,07	0,084	0,93
0,10	0,152	0,89
0,12	0,206	0,83
0,15	0,300	0,718

При $96 \langle a_i^2 \rangle = 7,07(R/r_0)^{5/8} \ll 1$ значения разрешения сведены в табл. 2. В противном случае ($96 \langle a_i^2 \rangle \geq 2$) разрешение дается формулой

$$R/R_0 \simeq \frac{-\ln(1,78/96 \langle a_i^2 \rangle)}{48 \langle a_i^2 \rangle} \exp(1/96 \langle a_i^2 \rangle).$$

Если рассмотреть распределение средней интенсивности, то оказывается, что относительное уменьшение значения осевой интенсивности только за счет дефокусировки (для $R/r_0 = 1$) составляет 2,5 раза, а соответствующее уширение — примерно 1,6 раза. Вычислим относительное увеличение значения углового спектра $F(\boldsymbol{\kappa}) = P_{\kappa}(\boldsymbol{\kappa})/P(\boldsymbol{\kappa})$ из (21) для частоты среза спектра $P_0(\boldsymbol{\kappa})$ ($\boldsymbol{\kappa} = 2\Omega R$). Используем субапертуры $b = R/2$. Понятно, что сужение спектра $P(\boldsymbol{\kappa})$ по сравнению с $P_0(\boldsymbol{\kappa})$ приводит соответственно к уширению распределения $\langle I(F, \rho) \rangle$.

Проведя ряд несложных вычислений, преобразуем (20) к виду

$$\begin{aligned} Q_{\kappa}(\boldsymbol{\kappa}) &= \frac{1}{2} \exp\left(-\boldsymbol{\kappa}^2 R^2 / 4\Omega^2 - 6 \langle a_i^2 \rangle b^2 \boldsymbol{\kappa}^2 / \Omega^2\right) \left\{ \exp\left[12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \boldsymbol{\kappa}_x \boldsymbol{\kappa}_y\right] \times \right. \\ &\times \iint d^2 r \exp\left(-\frac{r^2}{R^2} \left[1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \boldsymbol{\kappa}^2 R^2\right]\right) \operatorname{ch} 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{r}) b (\boldsymbol{\kappa}_x - \boldsymbol{\kappa}_y) + \\ &+ \exp\left(-12 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \boldsymbol{\kappa}_x \boldsymbol{\kappa}_y\right) \iint d^2 r \exp\left(-\frac{r^2}{R^2} \left[1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \boldsymbol{\kappa}^2 R^2\right]\right) \times \\ &\times \operatorname{ch} 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \boldsymbol{\kappa} \mathbf{r} b (\boldsymbol{\kappa}_x + \boldsymbol{\kappa}_y) \left. \right\}, \quad \boldsymbol{\kappa} = (\boldsymbol{\kappa}_x, \boldsymbol{\kappa}_y). \end{aligned} \quad (22)$$

Анализ последнего выражения показывает, что скорректированный спектр $F_{\kappa}(\boldsymbol{\kappa})$ симметричен относительно осей $\boldsymbol{\kappa}_x, \boldsymbol{\kappa}_y$:

$$\begin{aligned} F_{\kappa}(\boldsymbol{\kappa}_x, 0) &= F_{\kappa}(0, \boldsymbol{\kappa}_y) = \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\kappa}_x^2 R^2}{4\Omega^2} - 6 \frac{\langle a_i^2 \rangle b^2}{\Omega^2} \boldsymbol{\kappa}_x^2\right) \times \\ &\times \iint d^2 r \exp\left(-\frac{r^2}{R^2} \left[1 + 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega^2} \boldsymbol{\kappa}_x^2 R^2\right]\right) \operatorname{ch} 24 \frac{\langle a_i^2 \rangle}{\Omega} (\boldsymbol{\kappa}_x \cdot \mathbf{x}) b \boldsymbol{\kappa}_x. \end{aligned}$$

В то же время оказывается, что спектр достигает максимума на диагоналях ($\kappa_x = \kappa_y$):

$$\begin{aligned}
 F_{\kappa}(\kappa_x, \kappa_x) &= \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\kappa_x^2 R^2}{4\Omega^2} - 6 \frac{\langle a_4^2 \rangle b^2 \kappa_x^2}{\Omega^2}\right) \times \\
 &\times \iint d^2r \exp\left[-\frac{r^2}{R^2} \left(1 + 24 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa_x^2 R^2\right)\right] \times \\
 &\times \left\{ \exp\left(12 \frac{\langle a_4^2 \rangle b^2 \kappa_x^2}{\Omega^2}\right) + \exp\left(-12 \frac{\langle a_4^2 \rangle b^2 \kappa_x^2}{\Omega^2}\right) \operatorname{ch} 48 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa_x x b \kappa_x \right\}.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Найдем отношение спектров, используя разложение в ряд (23)

$$\begin{aligned}
 K(\kappa_x) &= \frac{F_{\kappa}(\kappa_x, \kappa_x)}{F(\kappa_x, \kappa_x)} = \frac{1}{2} \exp(6 \langle a_4^2 \rangle \kappa_x^2 b^2 / \Omega^2) + \\
 &+ \frac{1}{2} \exp(-18 \langle a_4^2 \rangle \kappa_x^2 b^2 / \Omega^2) \left\{ 1 + \frac{1}{4} \frac{\left(48 \langle a_4^2 \rangle \frac{\kappa_x^2 b^2}{\Omega^2}\right)^2}{\left(1 + 24 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} \kappa_x^2 b^2\right)} R^2 + \dots \right\},
 \end{aligned}$$

при $b = R/2$, $\kappa_x^2 = 2\Omega/R$.

Очевидно, что увеличение значения спектра вдоль диагоналей (которое ведет к соответствующему уменьшению ширины распределения средней интенсивности), обусловленное действием 4-элементного адаптивного корректора, будет иметь тем больший эффект, чем выше значение отношения R/r_0 . Так, при $R/r_0 = 5$ $K(\kappa)|_{\kappa=2\Omega/R} = 12,6$; $K = 4,64$ при $R/r_0 = 4$. Если представить распределение средней интенсивности при коррекции, то оно приобретает характерный 4-х лепестковый вид, причем наименьшее уширение наблюдается вдоль диагоналей.

Таким образом, мы считаем эффективным внедрение описываемой здесь коррекции изображения в телескопе посредством технически простой аппаратуры.

1. Адаптивная оптика. М.: Мир, 1980. 456 с.
2. Бэбкок Г. У. // Оптические телескопы будущего. М.: Мир, 1981. С. 43–45.
3. Харди Дж. У. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 6. С. 31–85.
4. Лукин В. П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
5. Атмосферная нестабильность и адаптивный телескоп. Л.: Наука, 1988. 144 с.
6. Щеглов П. В. Проблемы оптической астрономии. М.: Наука, 1980. 271 с.
7. Noll R. J. // J. Opt. Soc. Amer. 1976. V. 66. № 2. P. 207–211.
8. Wang J. Y., Markey J. K. // J. Opt. Soc. Amer. 1978. V. 68. № 1. P. 78–87.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
г. Томск

Поступила в редакцию
15 сентября 1990 г.

V. P. Lukin. A Multielement System of the Image Correction.

The paper deals with the study of the efficiency of the use of a four-element mirror, each element of which corrects only for tilts in two mutually perpendicular directions. An optical experiment arrangement is suggested in the paper. The wave front sensor is composed of the four identical sensors of the image gravity center positions within each of the subapertures. The limiting value of resolution in such a system is analysed.