

В.В. Воробьев, Д.А. Маракасов, О.В. Федорова

Спектры сильных мерцаний, вызываемых крупномасштабными анизотропными стратосферными неоднородностями, при наблюдении звезд с ИСЗ

Институт физики атмосферы имени А.М. Обухова РАН, г. Москва

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 18.08.2006 г.

Численно исследованы двумерные и одномерные спектры сильных мерцаний, формируемых неоднородностями атмосферы, генерируемыми внутренними гравитационными волнами. Расчеты основываются на модели статистически однородного фазового экрана. Сформулированы условия применимости теории возмущений для расчета спектров слабых мерцаний. Показано, что крупномасштабная часть спектров мерцаний хорошо описывается теорией возмущений даже в том случае, когда мерцания являются сильными. Обнаружено, что в зависимости от произведения одномерной спектральной плотности на волновое число формируется плато, уровень которого определяется только параметром β_0 , при условии, что значение этого параметра меньше трети квадрата коэффициента анизотропии. В области больших волновых чисел в спектре мерцаний формируется максимум, значение которого равно 0,242. Определены условия нормализации мелкомасштабной части спектра, при выполнении которых спектр мерцаний является спектром квадрата функции когерентности на фазовом экране.

Введение

Наблюдения звезд сквозь атмосферу Земли с борта орбитальных станций [1–4] показали, что по мере погружения луча в атмосферу мерцания усиливаются. Дисперсия мерцаний при некоторой высоте перигея луча приближается к единице. Эта высота зависит от длины волны принимаемого излучения и расстояния от наблюдателя до точки перигея светового луча. Обычно это высоты 25–30 км [1].

Из современных представлений о тонкой структуре плотности воздуха в стратосфере и тропосфере следует, что неоднородности показателя преломления формируются локально изотропной турбулентностью и внутренними волнами. Это подтвердил и анализ данных спутниковых наблюдений мерцаний звезд [3, 4]. Их результаты согласуются с моделью 3D пространственного спектра неоднородностей показателя преломления [5, 6], являющейся суммой двух компонент – изотропной (колмогоровской) и анизотропной, в которой неоднородности сильно вытянуты вдоль поверхности Земли.

Целью настоящей работы является изучение пространственных спектров сильных мерцаний, формируемых в плоскости наблюдения анизотропными неоднородностями. Исследование проводится на основе численных расчетов с использованием модели фазового экрана. Эта модель широко применяется в исследованиях неоднородностей межпланетной среды и атмосфер планет солнечной системы, включая атмосферу и ионосферу Земли. Для этой модели известны интегральные соотношения, связывающие спектры флуктуаций интенсивности электромагнитной волны (спектры мерцаний) в точ-

ке наблюдения со спектрами фазовых флуктуаций на эффективном фазовом экране. Последние, в свою очередь, определяются спектрами флуктуаций показателя преломления среды, через которую распространяется волна.

Интегральные соотношения в наиболее общем виде были сформулированы В.И. Шишовым [7, 8]. В его работах были даны также асимптотические формулы для двумерных спектров мерцаний, формируемых экранами с кусочно-степенными, изотропными спектрами флуктуаций фазы. Эти асимптотики соответствуют малым либо большим значениям волновых чисел. В промежуточном диапазоне волновых чисел описание спектров мерцаний в настоящее время возможно только на основе численного интегрирования исходных уравнений. Наблюдаемые на практике одномерные спектры являются интегралами от двумерных вдоль прямых, которые могут пересекать те области, в которых асимптотики неизвестны. Поэтому для описания одномерных спектров сильных мерцаний не существует альтернативы численным методам.

Имеется достаточно много публикаций по результатам численных исследований спектров сильных мерцаний, формируемых фазовыми экранами. Из них близки по тематике к данной статье работы [9–11]. В [9, 10] исследовались двумерные спектры мерцаний за изотропными фазовыми экранами, характеризующимися небольшими, по сравнению с масштабом Френеля, внутренним масштабом и разными показателями степеней на степенном участке. В [11] изучались одномерные спектры мерцаний за двумерными анизотропными фазовыми экранами со степенными спектрами неоднородностей с показате-

лями степени больше трех и меньше четырех. Отличием постановки нашей задачи является рассмотрение моделей спектров экрана, учитывающих как анизотропию, так и наличие больших, по сравнению с масштабом Френеля, внешнего и минимального масштабов.

Уравнения для спектров мерцаний за статистически однородным фазовым экраном и их асимптотик

Предположим, что плоская световая волна единичной интенсивности падает на фазовый экран (плоскость (z, y)). Имея в виду применение результатов к наблюдениям мерцаний при просвечивании атмосферы Земли, за ось z будем выбирать вертикаль в плоскости перигея луча. Наблюдения мерцаний проводятся в плоскости, параллельной фазовому экрану и отстоящей от нее на расстояние L . Двумерный спектр мерцаний или спектр относительных флуктуаций интенсивности света в плоскости наблюдения $\Delta I(z, y, L) = I(z, y, L) / \langle I \rangle - 1$, где $\langle I \rangle$ обозначает среднее (по набору случайных реализаций) значение интенсивности света, определяется уравнениями [7, 8]:

$$F_I(p, q) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\exp(-k_0^2 \Psi(z, y, \frac{L}{k_0} \kappa_z, \frac{L}{k_0} \kappa_y) - 1) \times \exp(-i\kappa_z z - i\kappa_y y) dz dy, \quad (1)$$

$$\Psi(z, y, z', y') = \left[D_S(z, y) + D_S(z', y') - \frac{1}{2} [D_S(z + z', y + y') + D_S(z - z', y - y')] \right], \quad (2)$$

$$D_S(z, y) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [1 - \cos(\kappa_z z + \kappa_y y)] F_S(\kappa_z, \kappa_y) d\kappa_z d\kappa_y, \quad (3)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ — длина световой волны; L — расстояние от экрана до плоскости наблюдения. Функции D_S и F_S являются соответственно структурной функцией и спектром флуктуаций эйконала на экране.

Наблюдения мерцаний с борта космического аппарата проводятся вдоль траектории его движения. Для интерпретации данных таких наблюдений представляют интерес одномерные спектральные плотности мерцаний $V_I(\kappa, \varphi)$, наблюдаемые в плоскости $x = L$ вдоль прямой, наклоненной к оси z под углом φ , где κ — волновое число вдоль выбранной прямой. В данной статье мы ограничимся предельными углами $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$. Соответствующие этим углам одномерные спектры будем называть вертикальным V_{ver} и горизонтальным V_{hor} спектрами. Они определяются как

$$V_{ver}(\kappa_z) = 2 \int_0^{\infty} F_I(\kappa_z, \kappa_y) d\kappa_y, \quad (4)$$

$$V_{hor}(\kappa_y) = 2 \int_0^{\infty} F_I(\kappa_z, \kappa_y) d\kappa_z.$$

Модели спектров фазовых флуктуаций

В конкретных расчетах задавались двумерные спектры флуктуаций эйконала F_S вида

$$F_{SA}(K) = \frac{C\eta^2 L_0^4}{K(1 + L_0^4 K^4)} \exp(-l_0^2 K^2), \quad (5)$$

$$F_{SB}(K) = \frac{C\eta^2 L_0^3}{K(1 + L_0^3 K^3)} \exp(-l_0^2 K^2), \quad (6)$$

$$F_{SC}(K) = \frac{C\eta^2}{4(1 - l_0^2/L_0^2)^3} \times \left[\frac{L_0^5(3 - 7l_0^2/L_0^2 - 4l_0^2 K^2)}{(1 + L_0^2 K^2)^{5/2}} + \frac{l_0^5(7 - 3l_0^2/L_0^2 + 4l_0^2 K^2)}{(1 + l_0^2 K^2)^{5/2}} \right], \quad (7)$$

где $K = \sqrt{\kappa_z^2 + \eta^2 \kappa_y^2}$, η — коэффициент анизотропии; C — параметр, характеризующий интенсивность флуктуаций; параметры L_0 и l_0 являются внешним и минимальным масштабами соответственно. Спектры (5) и (7) являются обобщением степенного спектра $\sim K^{-5}$, характерного для неоднородностей, генерируемых в стратосфере внутренними гравитационными волнами. Модель спектра (6) характеризуется граничным значением показателя степени $\alpha = 4$ степенного участка спектра $F_S \sim K^{-\alpha}$ в диапазоне $(1/L_0 \ll K \ll 1/l_0)$. Для спектра $F_S(K) \sim K^{-\alpha}$ при $\alpha \geq 4$ не существует структурной функции D_S . Модель (7) отличается от (5) характером зависимости спектра в области малых и больших волновых чисел: $F_{SC} \rightarrow \text{const}$ при $|K| L_0 \ll 1$ и $F_{SC} \rightarrow |K|^{-9}$ при $|K| l_0 \gg 1$. Модель (7) удобно использовать для расчетов, так как соответствующий ей одномерный спектр и структурная функция задаются аналитическими выражениями:

$$V_{SC}(\kappa_z) = 2 \int_0^{\infty} F_{SC}(\kappa_z, \kappa_y) d\kappa_y = \frac{C\eta L_0^4}{(1 + L_0^2 \kappa_z^2)^2 (1 + l_0^2 \kappa_z^2)^2}; \quad (8)$$

$$D_{SC}(r) = \frac{C\eta\pi}{(1 - l_0^2/L_0^2)^2} \left\{ L_0^3 d_2\left(\frac{r}{L_0}\right) - \frac{4l_0^2}{(1 - l_0^2/L_0^2)} \left[L_0 d_1\left(\frac{r}{L_0}\right) - l_0 d_1\left(\frac{r}{l_0}\right) \right] + l_0^3 d_2\left(\frac{r}{l_0}\right) \right\}, \quad (9)$$

где

$$r(z, y) = \sqrt{z^2 + y^2/\eta^2}; \quad d_1(\xi) = 1 - \exp(-|\xi|),$$

$$d_2(\xi) = 1 - [1 + |\xi|] \exp(-|\xi|).$$

Известны [8] простые асимптотические соотношения для спектров мерцаний при малых и больших волновых числах.

При $(\kappa_z, \kappa_y \rightarrow 0)$ функция $\Psi \rightarrow 0$. Раскладывая в ряд экспоненту в (1), получим

$$F_I(\kappa_z, \kappa_y) = -\frac{k_0^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(z, y, \kappa_z, \kappa_y) \times \left(1 - \frac{k_0^2 \Psi(z, y, \kappa_z, \kappa_y)}{2} + \dots \right) \exp(-i\kappa_z z - i\kappa_y y) dz dy. \quad (10)$$

Если ограничиться одним членом разложения, то из (10) следует формула метода возмущений в геометрической оптике

$$F_I^{(1)}(\kappa_z, \kappa_y) = L^2 F_S(\kappa_z, \kappa_y) (\kappa_z^2 + \kappa_y^2)^2. \quad (11)$$

Спектр (11) определяет дисперсию слабых мерцаний β_0^2 в геометрической оптике:

$$\beta_0^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_I^{(1)}(\kappa_z, \kappa_y) d\kappa_z d\kappa_y. \quad (12)$$

Величина β_0^2 является одним из основных параметров, определяющих спектры мерцаний на заданном расстоянии от экрана. Учитывая (11) и (3), величину β_0^2 можно представить в виде

$$\beta_0^2 = L^2 \sigma_c^2 = (1/2) L^2 (1/F_z^2 + 1/F_y^2), \quad (13)$$

где

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{2} (\partial^2 / \partial z^2 + \partial^2 / \partial y^2)^2 D_S(z, y) \Big|_{z, y=0}$$

– дисперсия флуктуаций суммы главных кривизн распределения эйконала на фазовом экране $c_z = \partial^2 S / \partial z^2$ и $c_y = \partial^2 S / \partial y^2$. Величины

$$F_z = \left[\frac{\partial^4 D_S(z, y)}{\partial z^4} \Big|_{z, y=0} \right]^{-1/2}, \quad (14)$$

$$F_y = \left[\frac{\partial^4 D_S(z, y)}{\partial y^4} \Big|_{z, y=0} \right]^{-1/2}$$

являются характерными расстояниями, на которых происходит фокусировка светового излучения фазовым экраном – по вертикали и горизонтали соответственно. Существенным для формирования спектров сильных мерцаний вместе с параметром экрана σ_c^2 является также дисперсия флуктуаций углов рефракции σ_θ^2 . Она определяется как

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{2} (\partial^2 / \partial z^2 + \partial^2 / \partial y^2) D_S(z, y) \Big|_{z, y=0}. \quad (15)$$

Другим асимптотическим уравнением, следующим из (1) при больших волновых числах $KL/k_0 \gg L_0$ [8], является уравнение

$$F_I(\kappa_z, \kappa_y) = \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-k_0^2 D_S(z, y)) \exp(-i\kappa_z z - i\kappa_y y) dz dy, \quad (16)$$

поскольку для спектров вида (5)–(7) структурная функция

$$D_S(z, y) \rightarrow \text{const}, \quad \Psi(\kappa_z, \kappa_y, z, y) = D_S(z, y)$$

при $|z| \gg L_0$, $|y| \gg L_0 \eta$. Спектр мерцаний (16) является спектром квадрата функции когерентности

$$\Gamma_2(z, y)^2 = \exp[-k_0^2 D_S(z, y)]$$

светового поля на фазовом экране.

В данной статье предлагается обобщение асимптотических формул (11) и (16), пригодное для расчета спектров мерцаний за экраном с крупномасштабными неоднородностями в более широкой области. Для того чтобы сформулировать их в компактном виде, удобно перейти к безразмерным переменным: $Z = z/R_F$, $Y = y/R_F$, $p = \kappa_z R_F$, $q = \kappa_y R_F$, где $R_F = \sqrt{L/k_0}$ – масштаб Френеля. В этих переменных уравнение (1) записывается как

$$F_I(p, q) = \frac{1}{4\pi^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(-\Psi(Z, Y, p, q)) - 1] \exp(-ipZ - iqY) dZ dY, \quad (17)$$

уравнение (2) останется неизменным. Параметры спектра неоднородностей экрана F_S и соответствующей ему структурной функции нормируются так же, как переменные.

Пусть l_{0Z} , l_{0Y} – безразмерные минимальные масштабы структурной функции $D_S(Z, Y)$. В окрестности точки с координатами Z, Y функцию $D_S(Z + z', Y + y')$ можно приближенно представить как

$$D_S(Z + z', Y + y') = D_S(Z, Y) + (A_Z z' + A_Y y') + \frac{1}{2} [A_{Z,Z} z'^2 + 2A_{Z,Y} z' y' + A_{Y,Y} y'^2], \quad (18)$$

если $|z'| \ll l_{0Z}$, $|y'| \ll l_{0Y}$. Здесь A_Z , A_Y , $A_{Z,Z}$, $A_{Z,Y}$, $A_{Y,Y}$ – первые и вторые производные функции D_S по указанным в индексах координатам. Тогда для асимптотик спектра (1), учитывая определения (2) и (3), получим

$$F_I(p, q) = \frac{1}{4\pi^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_0^2}{2} (B_{Z,Z} p^2 + 2B_{Z,Y} pq + B_{Y,Y} q^2)\right] - 1 \Big] \times \exp(-ipZ - iqY) dZ dY \quad (19)$$

при $|p| \ll l_{0Z}$, $|q| \ll l_{0Y}$ и

$$F_I(p, q) = \frac{1}{4\pi^2} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_0^2}{2} (B_{p,p} Z^2 + 2B_{p,q} ZY + B_{q,q} Y^2)\right] \times \exp(-ipZ - iqY) dZ dY =$$

$$= \frac{1}{2\pi k_0^2 \sqrt{B_{p,p} B_{q,q} - B_{p,q}^2}} \exp\left[-\frac{B_{p,p} p^2 - 2B_{p,q} pq + B_{q,q} q^2}{2k_0^2 (B_{p,p} B_{q,q} - B_{p,q}^2)}\right] \quad (20)$$

при $|p| \gg l_{0Z}$, $|q| \gg l_{0Y}$. Здесь

$$B_{\xi_1, \xi_2} = A_{\xi_1, \xi_2}(0,0) - A_{\xi_1, \xi_2}(\xi_1, \xi_2). \quad (21)$$

Асимптотика (19) для спектра мерцаний является рефракционной (или геометрической). Она является обобщением формулы (11) первого приближения метода возмущений в геометрической оптике на случай сильных мерцаний. Асимптотику (20) будем называть дифракционной. Отметим, что термины «рефракционные и дифракционные мерцания» широко используются в астрофизике для обозначения крупномасштабных и мелкомасштабных диапазонов спектров мерцаний [9, 10], для описания которых применимы соответственно уравнения (11) и (16). Области применения уравнений (19) и (20) в рассматриваемом нами случае мерцаний, порождаемых крупномасштабными неоднородностями, существенно шире, чем уравнений (11) и (16). Это показало сравнение результатов расчетов спектров мерцаний, проведенных нами по исходным формулам (1)–(3), и расчетов по приближенным формулам.

Двумерные спектры мерцаний

Общее представление об особенностях двумерных спектров слабых и сильных мерцаний, формируемых изотропными и анизотропными неоднородностями, дает рис. 1.

На нем представлены линии уровней спектра мерцаний $G_I(\kappa_z, \kappa_y)$ – произведения спектральной плотности $F_I(\kappa_z, \kappa_y)$ на квадрат модуля волнового числа $(\kappa_z^2 + \kappa_y^2)$, нормированного на максимальное значение этого произведения, т.е.

$$G_I(\kappa_z, \kappa_y) = (\kappa_z^2 + \kappa_y^2) F_I(\kappa_z, \kappa_y) / \max[(\kappa_z^2 + \kappa_y^2) F_I(\kappa_z, \kappa_y)]. \quad (22)$$

Они рассчитаны для модели фазового экрана (7). Во всех расчетах, результаты которых приведены в данной статье, постоянными заданы: длина волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м, расстояние $L = 2200$ км, масштаб Френеля $R_F = \sqrt{\lambda L / 2\pi} = 0,42$ м, внешний масштаб неоднородностей $L_0 = 200$ м и минимальный масштаб $l_0 = 10$ м. Левый столбец на рис. 1 представляет двумерные спектры слабых мерцаний при коэффициентах анизотропии $\eta = 1; 2$ и 10 . Расчеты спектров слабых мерцаний проводились и для других значений коэффициента η . Они показали, что уже при значении $\eta = 1,015$ заметно отличие спектров мерцаний за изотропным и анизотропным экранами в области максимумов спектров. При значении $\eta = 2$ перестройка затрагивает весь спектр, а при дальнейшем увеличении коэффициента η картина спектров качественно не меняется.

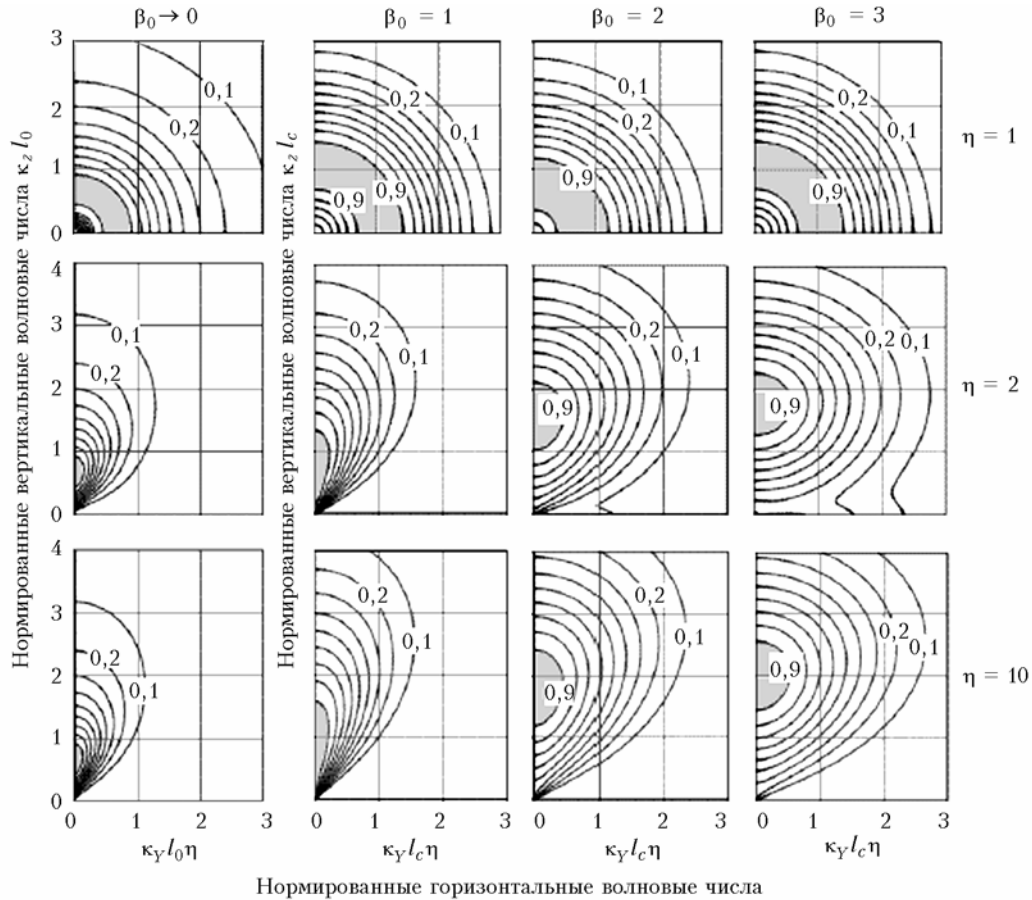


Рис. 1. Линии уровней двумерных спектров мерцаний $G_I(\kappa_z, \kappa_y)$, определяемых формулой (22), в зависимости от коэффициента анизотропии η . Затемнены области вблизи максимума, где $G_I \geq 0,9$

Спектры слабых мерцаний за изотропным экраном имеют максимум при $k = \sqrt{\kappa_z^2 + \kappa_y^2} \approx 0,7/l_0$, ширина спектра (по уровню $1/3$ от максимального значения) равна примерно $2/l_0$. Приблизительно такие же координаты максимума и ширины спектров за анизотропным экраном в вертикальных сечениях ($\kappa_y = 0$) независимо от коэффициента η . Принципиальным отличием спектров мерцаний за изотропным экраном и сильно анизотропным экраном ($\eta > 2$) является то, что за анизотропным экраном спектр сосредоточен в секторе $|\kappa_z|/|\kappa_y| \geq \eta$. При больших коэффициентах анизотропии, таким образом, рассеяние происходит только в узком секторе вблизи вертикали.

Спектры сильных мерцаний (см. рис. 1) рассчитаны по формулам для дифракционной асимптотики (20) для значений параметра $\beta_0 = 1, 2, 3$ и коэффициента анизотропии $\eta = 1, 2, 10$. Обратим внимание на то, что волновые числа — как вертикальные, так и горизонтальные, в случае сильных флуктуаций нормированы не на минимальный масштаб l_0 , а на радиус когерентности l_c , определяемый уравнением

$$k_0^2 D_S(l_c, 0) = 2. \quad (23)$$

Значения l_c для модели спектра (7) при расчетных значениях β_0 равны $3,9 \cdot 10^{-3}$ м (при $\beta_0 = 1$), $1,9 \cdot 10^{-3}$ м ($\beta_0 = 2$) и $1,3 \cdot 10^{-3}$ м (при $\beta_0 = 3$). Масштаб l_c приблизительно в $10^3 \div 10^4$ раз меньше, чем минимальный масштаб неоднородностей l_0 . Во столько же раз уширяется спектр сильных мерцаний по сравнению со спектром слабых мерцаний. Появление мелкомасштабной составляющей в спектре мерцаний обусловлено фокусировкой светового излучения крупномасштабными (с размерами порядка L_0) случайными линзами фазового экрана. Радиус светового пятна a при фокусировке идеальной линзой на расстоянии L можно оценить по формуле $a \approx L/(k_0 L_0)$. Таким же по порядку величины является характерный масштаб интерференционной картины, формируемой неоднородностями, разнесенными на расстояние порядка L_0 в плоскости фазового экрана. При выбранных параметрах счета $a \approx 2 \times 10^{-3}$ м, т.е. того же порядка, что и значения радиусов когерентности.

Одномерные вертикальные спектры мерцаний

Как отмечалось, для практических приложений представляют интерес одномерные спектры мерцаний, в частности вертикальные и горизонтальные, определяемые формулами (4). Вместе с расчетами одномерных спектров по формулам (1)–(3) с последующим вычислением интегралов (4) расчеты вертикальных спектров проводились также по асимптотическим формулам для модели одномерного фазового экрана. Предположение о том, что мо-

дель одномерного экрана применима для расчета вертикальных спектров, формируемых двумерными анизотропными экранами с достаточно большими коэффициентами анизотропии, высказывалась ранее в [12]. Формулы для одномерных асимптотик, следующие из (19), (20) в том случае, если функция D_S не зависит от координаты y , в размерных переменных имеют следующий вид:

$$V_I(\kappa_z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\kappa_z z) \left[\exp\left(-\frac{1}{2} L^2 D_\theta(z) \kappa_z^2\right) - 1 \right] dz, \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} D_\theta(\xi) &= \partial^2 D_S(\xi) / \partial \xi^2 \Big|_{\xi=0} - \partial^2 D_S(\xi) / \partial \xi^2 = \\ &= 4 \int_0^\infty p^2 [1 - \cos(pz)] V_S(p) dp \end{aligned} \quad (25)$$

— структурная функция флуктуаций угла рефракции на фазовом экране;

дифракционная асимптотика в одномерном случае сводится к алгебраическому выражению

$$V_I(\kappa_z) = \frac{1}{k_0 \sqrt{2\pi D_\theta(\kappa_z L / k_0)}} \exp\left(-\frac{\kappa_z^2}{2k_0^2 D_\theta(\kappa_z L / k_0)}\right). \quad (26)$$

Отметим, что обе асимптотики — как рефракционная так и дифракционная, определяются одной функцией D_θ .

Численные расчеты одномерных вертикальных и горизонтальных спектров проводились для моделей спектров флуктуаций эйконала (5) и (6) при значении коэффициента анизотропии $\eta = 10$. Результаты расчетов вертикальных спектров представлены на рис. 2 и 3.

Рис. 2, а представляет крупномасштабные части одномерных вертикальных спектров мерцаний для модели (5), рис. 2, б — для модели (6). Эти спектры нормированы на значение параметра β_0^2 . Такая нормировка позволяет оценивать применимость теории возмущений для расчета крупномасштабной части одномерных спектров мерцаний. Если бы для описания спектров мерцаний была применима теория возмущений, все кривые на рис. 2 совпали бы со штриховыми линиями.

С увеличением параметра β_0^2 область применимости теории возмущений сужается. В частности, при значении $\beta_0^2 = 100$ теория возмущений применима для описания диапазона спектра $\kappa_z R_F \leq 10^{-3}$ или $\kappa_z \leq 1/L_0$.

Из данных, представленных на рис. 2, а и рис. 3, следует также, что одномерная рефракционная асимптотика применима для расчета спектров мерцаний за двумерным экраном в диапазоне волновых чисел $\kappa_z R_F \geq 2 \cdot 10^{-4}$ или ($\kappa_z \geq 1/\eta L_0$) при $0,1 \lesssim \beta_0^2 \lesssim 100$.

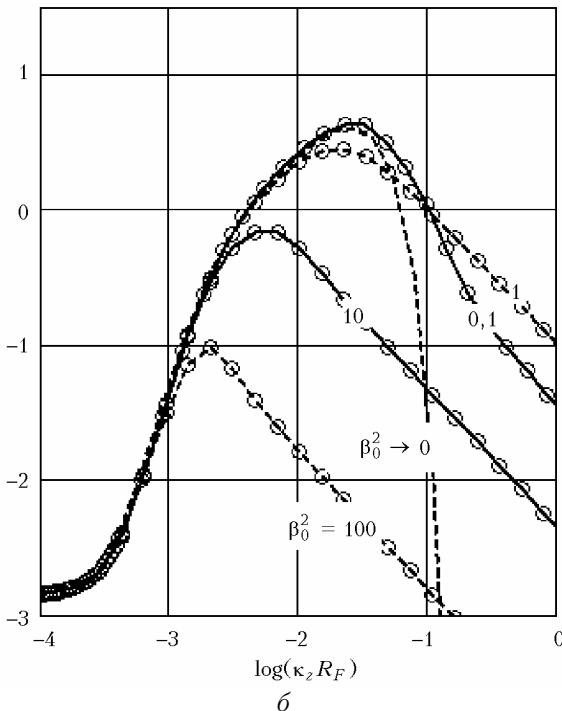
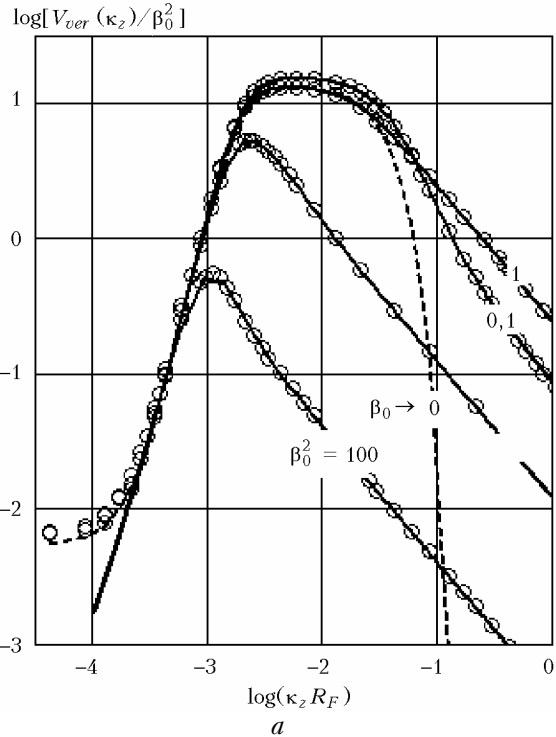


Рис. 2. Одномерные вертикальные спектры мерцаний в области малых волновых чисел: *a* – за экраном со спектром (5), *б* – за экраном со спектром (6) с $\eta = 10$. Сплошные линии (*a*) – расчеты по рефракционной асимптотике для модели одномерного экрана по формулам (24), (25); значки – расчеты по формулам (1)–(4). Для модели (6) расчеты по приближенным формулам не проводились

В отличие от области применимости метода возмущений, область применимости рефракционной асимптотики (24) расширяется с увеличением пара-

метра β_0 в область больших волновых чисел. При $\beta_0 \geq 1$ она применима в диапазоне $\kappa_z R_F \leq (l_0 / R_F)$, в то время как в области слабых мерцаний при $\beta_0^2 \rightarrow 0$ диапазон применимости рефракционной асимптотики по волновому числу ограничен сверху известным условием $\kappa_z R_F \leq 1$.

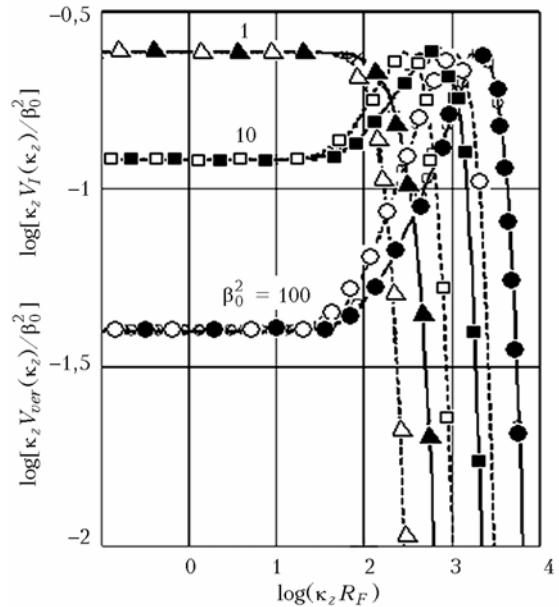


Рис. 3. Одномерные вертикальные спектры в области больших волновых чисел, которые пронормированы на обратный масштаб Френеля R_F . Линии – расчеты по дифракционной асимптотике (26) для модели одномерного экрана, темные значки – данные расчетов по формулам (1)–(4) для модели (5), светлые значки – для модели (6)

На рис. 3 представлены мелкомасштабные части одномерных вертикальных спектров мерцаний за экранами со спектрами (5) и (6). Так же, как на рис. 2, волновые числа нормированы на масштаб Френеля R_F . Видно различие спектров мерцаний за экранами с различными спектрами флуктуаций эйконала. Это различие практически незаметно, если волновые числа нормировать на масштаб когерентности l_c . В спектрах отчетливо выражено плато, на котором функции $\kappa_z V_I(\kappa_z) \approx \text{const}$, $\kappa_z V_{ver}(\kappa_z) \approx \text{const}$.

Данные расчетов по формуле (26) и по точным формулам для двумерного экрана с коэффициентом анизотропии $\eta = 10$ совпадают с относительной точностью около 1% в диапазонах волновых чисел $\kappa_z \geq (2 \div 3) / (l_0 \beta_0^{3/2})$ при $0,1 \leq \beta_0^2 \leq 100$. Эти результаты свидетельствуют как о корректности модели одномерного экрана, так и о корректности рефракционной и дифракционных асимптотик для описания одномерных вертикальных спектров в указанных диапазонах изменения параметров. Области применимости рефракционной и дифракционной асимптотик могут перекрываться на значительном отрезке волновых чисел, там, где наблюдается плато спектра $\kappa_z V_I(\kappa_z)$. Уровень спектра на плато, как это следует из формулы (24) при $\kappa_z L \sigma_0 \gg 1$

и формулы (26) при $\kappa_z \ll l_0 k_0 / L$, определяется соотношением

$$\kappa_z V_I^{(p)}(\kappa_z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_0} \exp\left(-\frac{1}{2\beta_0^2}\right). \quad (27)$$

Он зависит от единственного параметра задачи мерцаний – параметра β_0 , равного согласно (13) отношению расстояния L к эффективному радиусу кривизны F_z эйконала на фазовом экране.

Из асимптотической формулы (26) следует, что спектр $\kappa_z V_I(\kappa_z)$ достигает максимального значения $\max[\kappa_z V_I(\kappa_z)] = 1/\sqrt{2\pi e} \approx 0,242$ при $\kappa_z^2 = D_\theta(\kappa_z L / k_0)$. Формула (26) позволяет также просто оценить диапазон волновых чисел, в котором спектр мерцаний за одномерным экраном является нормализованным, т.е. является спектром квадрата функции когерентности светового поля. В одномерном случае за экраном с крупномасштабными неоднородностями спектр квадрата функции когерентности представляется в виде

$$V_I(\kappa_z) = \frac{1}{k_0 \sqrt{2\pi D_\theta(\infty)}} \exp\left(-\frac{\kappa_z^2}{2k_0^2 D_\theta(\infty)}\right), \quad (28)$$

т.е. является предельным выражением, следующим из (26) при $\kappa_z L / k_0 \gg L_0$, когда $D_\theta(z) = D_\theta(\infty)$. Вид структурных функций $D_\theta(z)$ для рассматриваемых моделей спектров иллюстрирует рис. 4.

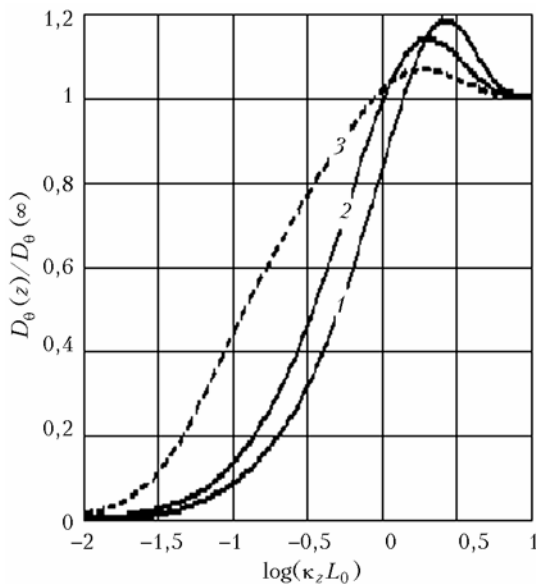


Рис. 4. Структурные функции флуктуаций углов рефракции для моделей спектров (5) – 1; (6) – 2; (7) – 3

На участке $z \leq l_0$ функция $D_\theta(z) \approx \beta_0^2 z^2 / L^2$ для любых спектров эйконала. Зависимости $D_\theta(z)$ имеют максимум при $z \approx (2 \div 3)L_0$ и выходят на постоянный уровень $D_\theta(\infty)$ при $z \gg L_0$. Важной особенностью структурных функций $D_\theta(z)$ и $D_\theta(\infty)$ является та, что их отличие при $z \geq L_0$ невелико. Величина $\Delta = \max[D_\theta(z)]/D_\theta(\infty) - 1$ в диапазоне

изменения отношения $0,01 \leq l_0 / L_0 \leq 0,1$ для всех трех моделей не превышает 20% при $z \geq L_0$. Вследствие этого в качестве условия применимости формулы (27) можно принять $\kappa_z L / k_0 \geq L_0$. Это условие имеет ясный физический смысл в угловом представлении $\xi = \kappa_z / k_0$ и записывается как $|\xi| \geq L_0 / L$. Оно означает, что нормализация может наблюдаться в том диапазоне углов, в котором в формировании мерцаний участвуют неоднородности экрана, разнесенные на расстояния больше или порядка внешнего масштаба неоднородностей.

Выводы относительно применимости модели одномерного экрана для расчета вертикальных спектров были сделаны на основании сравнения их с данными расчетов за экраном с коэффициентом анизотропии $\eta = 10$ и значениями параметра $\beta_0 \leq 10$. Как показали расчеты с большими значениями параметра β_0 , модель одномерного экрана становится некорректной. В одномерной модели не учитывается возможность сильной фокусировки неоднородностями экрана по горизонтальной оси. Влияние этой фокусировки, возможно, станет существенным при условии $F_y \approx \eta^2 F_z \lesssim L$, где F_y и F_z – эффективные радиусы кривизны по горизонтали и вертикали. Это условие можно записать также в виде $\beta_0 \eta^2 \lesssim 1$, учитывая, что $\beta_0 = L / F_z$. На одномерном вертикальном спектре некорректность модели одномерного экрана проявляется, в частности, в том, что уровень плато спектра $\kappa_z V_I(\kappa_z)$ за двумерным экраном может отличаться от уровня, определяемого формулой (27). Количественные условия применимости модели одномерного экрана можно сформулировать, основываясь на расчетах по формулам для двумерной дифракционной асимптотики (20). Проведенные нами расчеты для модели (5) с $\eta = 5, 10, 15$ показали, что ошибка расчета одномерных вертикальных спектров мерцаний за анизотропным экраном по формулам для одномерного экрана не превышает 10%, если $\beta_0 \leq 0,3\eta^2$.

Горизонтальные спектры мерцаний

Результаты расчета горизонтальных спектров приведены на рис. 5. На рис. 5, а представлены спектры при малых волновых числах. Они вычислялись только по точным формулам (1)–(4). Отметим, что для расчета горизонтальных спектров при $\kappa_y \rightarrow 0$ теория возмущений не применима уже при значении $\beta_0^2 = 1$. На рис. 5, б представлены горизонтальные спектры при больших волновых числах. Они рассчитывались как по точным формулам (отмечены звездочками), так и по формулам для двумерной дифракционной асимптотики (20) (сплошные кривые) с последующим вычислением второго из интегралов (4). Как видно из сравнения результатов расчетов по точным и приближенным формулам, они практически не различаются в диапазоне волновых чисел $\kappa_y \geq 0,01 / r_F \approx 2,5 / (l_0 \eta)$ для всех расчетных значений параметра β_0^2 .

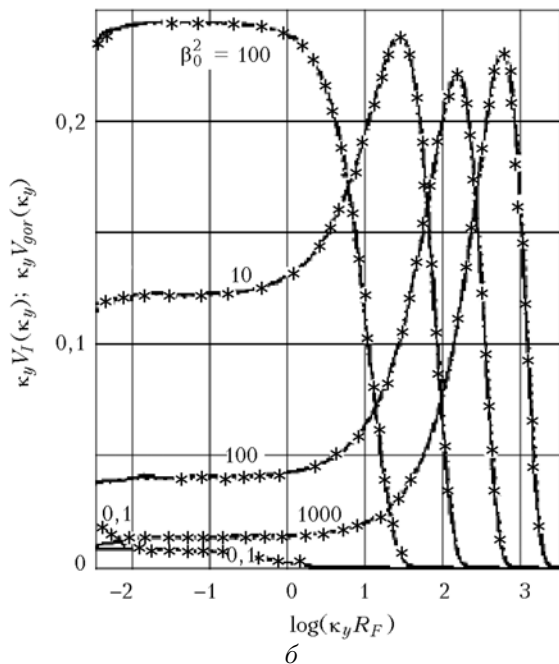
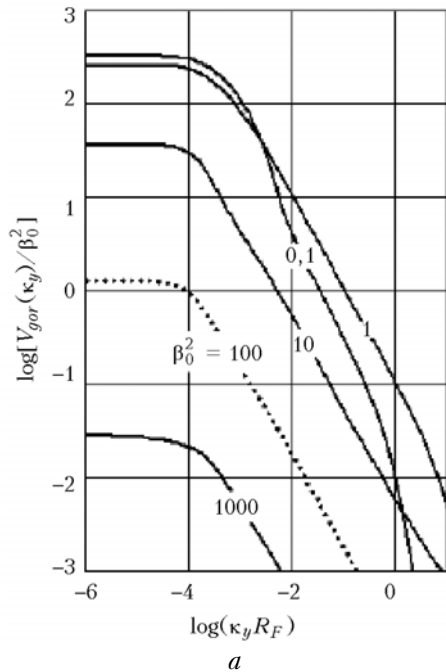


Рис. 5. Горизонтальные спектры мерцаний при малых (а) и больших (б) волновых числах за фазовым экраном со спектром (5)

Отметим, что в отличие от вертикальных спектров (см. рис. 3), в которых в протяженном диапазоне выражено плато произведения $\kappa_z V_I(\kappa_z)$ и $\kappa_z V_{ver}(\kappa_z)$, в горизонтальных спектрах плато функции $\kappa_y V_{gor}(\kappa_y)$, строго говоря, не формируется. В грубом приближении, с точностью около 10%, это плато формируется в небольшом диапазоне волновых чисел $2,5/(l_0 \eta) \leq \kappa_y r_F \leq 1$. Следует отметить также, что зависимость максимума функции $\kappa_y V_{gor}(\kappa_y)$ от параметра β_0^2 при $1 \leq \beta_0^2 \leq 1000$ немонотонна, т.е.

горизонтальный спектр не нормализуется даже при значениях параметра $\beta_0^2 = 1000$.

Заключение

На основе модели статистически однородного фазового экрана проведены расчеты спектров сильных мерцаний, формируемых неоднородностями атмосферы, генерируемыми внутренними гравитационными волнами. Спецификой неоднородностей являются анизотропия их спектров и то, что их размеры много больше, чем масштаб зоны Френеля в плоскости наблюдения.

Исследованы границы применимости теории возмущений для расчета спектров мерцаний. Показано, что крупномасштабная часть вертикальных спектров мерцаний хорошо описывается теорией возмущений даже в том случае, когда мерцания являются сильными, среднее квадратическое значение относительных флуктуаций интенсивности β_0 , рассчитанное по теории возмущений, составляет 10. В то же время теория возмущений неприменима для описания мелкомасштабной части вертикальных спектров мерцаний уже при значениях $\beta_0 > 0,3$. Для описания крупномасштабного диапазона горизонтальных спектров мерцаний теория возмущений применима, если параметр $\beta_0 \leq 1$.

Предложены асимптотические формулы для описания крупномасштабных и мелкомасштабных диапазонов спектров мерцаний — рефракционная и дифракционная асимптотики. Исследованы области их применимости и применимость модели одномерного экрана для расчета вертикальных спектров за двумерным анизотропным экраном. Показано, что одномерную модель можно применять для расчета мелкомасштабного диапазона спектра при условии $\beta_0 \geq 0,3\eta^2$. При выполнении этого условия произведение одномерной спектральной плотности на волновое число имеет плато, уровень которого определяется только параметром β_0 . В области больших волновых чисел в спектре мерцаний формируется максимум, значение которого равно 0,242.

Сформулированы условия нормализации мелкомасштабной части спектра, при которых спектр мерцаний является спектром квадрата функции когерентности на фазовом экране. Показано, что нормализация возможна в диапазоне углов рассеяния, больших, чем отношение внешнего масштаба к расстоянию от фазового экрана до точки наблюдения.

Авторы выражают признательность А.С. Гурвичу за участие в постановке работы и ценные замечания и В.А. Банаху за обсуждение результатов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 06-05-64357).

1. Гурвич А.С., Кан В., Савченко С.А., Пахомов А.И., Боровихин П.А., Волков О.Н., Калери А.Ю., Авдеев С.В., Корзун В.Г., Падалка Г.И., Подвязный Я.П. Исследование турбулентности и внутренних волн в

- тропосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса. I. Наблюдения и анализ дисперсии мерцаний // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 2001. Т. 37. № 4. С. 469–486.
2. *Гурвич А.С., Кан В., Савченко С.А., Пахомов А.И., Падалка Г.И.* Исследование турбулентности и внутренних волн в тропосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса. II. Распределения вероятностей и спектры мерцаний // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 2001. Т. 37. № 4. С. 487–501.
 3. *Гурвич А.С., Кан В.* Структура неоднородностей плотности в стратосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса. I. Модель 3D спектра и реконструкция ее параметров // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 335–346.
 4. *Гурвич А.С., Кан В.* Структура неоднородностей плотности в стратосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса. II. Характерные масштабы, структурные характеристики и диссипация кинетической энергии // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 347–358.
 5. *Gurvich A., Chunchuzov I.* Estimates of characteristic scales in the spectrum of internal waves in the stratosphere obtained from space observations of stellar scintillations // J. Geophys. Res. 2005. 110(D3). D03114, doi:10.1029/2004JD 005199.
 6. *Gurvich A.S., Brekhovskikh V.L.* Study of the turbulence and inner waves in the stratosphere based on the observations of stellar scintillations from space: a model of scintillation spectra // Waves Random Media. 2001. V. 11. N 3. P. 163–181.
 7. *Шушов В.И.* Дифракция волн на сильно преломляющем фазовом экране // Изв. вузов. Радиофиз. 1971. Т. 14. № 1. С. 85–92.
 8. *Шушов В.И.* Зависимость вида спектра мерцаний от вида спектра неоднородностей показателя преломления. 1. Фазовый экран // Изв. вузов. Радиофиз. 1974. Т. 17. № 11. С. 1684–1691.
 9. *Goodman J., Narayan R.* Slow pulsar scintillation and the spectrum of the interstellar electron density fluctuations // Royal Astronom. Soc., Month. Notices. 1985. V. 214. N 4. P. 519–537.
 10. *Goodman J.J., Romani R.W., Blandford R.D., Narayan R.* Refractive effects in pulsar scintillation // Royal Astronom. Soc., Month. Notices. 1987. V. 229. N 1. P. 73–102.
 11. *Hinson D.P.* Strong scintillations during atmospheric occultations. Theoretical intensity spectra // Radio Sci. 1986. V. 21. N 2. P. 257–270.
 12. *Rino C.L.* On the application of phase screen models to the interpretation of ionospheric scintillation data // Radio Sci. 1980. V. 15. N 4. P. 855–867.

V.V. Vorob'ev, D.A. Marakasov, O.V. Fedorova. **Strong scintillation spectra caused by large-scale anisotropic stratosphere inhomogeneities at star observation from spacecraft.**

The results of numerical investigation of strong scintillation spectra caused by atmospheric inhomogeneities generated by inner gravitation waves are presented. The calculations are performed within the statistically homogeneous phase screen model. The anisotropy of spatial spectra and exceeding of their spatial scales over the Fresnel scale at observation plane are specific for inhomogeneities considered. The conditions of applicability of perturbation theory for weak scintillation spectra evaluation are outlined. It is shown that perturbation theory gives an adequate description of large-scale part of scintillation spectra even in the strong scintillation case with calculated by virtue of perturbation theory mean square deviation of relative intensity fluctuations β_0 takes value of 10. At the same time perturbation theory is not acceptable for small-scale part of scintillation spectra at $\beta_0 > 0.3$. It is found that within the dependence of product of one-dimensional spectral density and wave number on the wave number appears a plateau, which level is given by value of β_0 only, when it does not exceed one third of anisotropy coefficient squared. In the large wavenumber region of scintillation spectrum the maximum is developing there, which value is equal to 0.242. The conditions of normalization of small-scale part of spectrum, under which the scintillation spectrum coincides with the spectrum of squared coherence function on the phase screen.