

УДК 621.371

В.П. Лукин

РАЗЛИЧИЯ И ПОДОБИЕ ДВУХ СХЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ОПОРНЫХ ЗВЕЗД

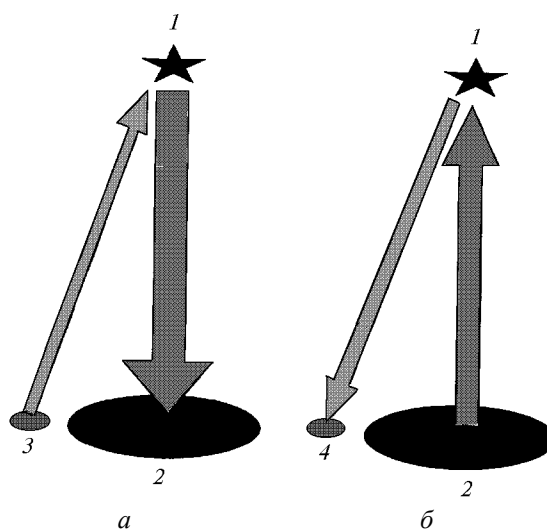
Исследуются некоторые вопросы, связанные с одной из наиболее перспективных тенденций развития современного адаптивного телескопа наземного базирования, в частности с оснащением его дополнительной оптической системой формирования лазерной опорной звезды. Представлены результаты расчетов для «общей» схемы формирования лазерной опорной звезды, когда возможно получение произвольного значения корреляции между случайными угловыми смещениями изображения, обусловленными флуктуациями на прямой и обратной трассах.

Известно, что использование лазерных опорных звезд для улучшения качества изображения телескопов наземного базирования существенно расширяет возможности применения адаптивной коррекции в астрономии. Однако применение сигнала от лазерных опорных звезд для коррекции общего наклона волнового фронта напрямую невозможно, ввиду необходимости выделения такого полезного сигнала из данных оптических наблюдений по дрожанию изображения искусственной звезды.

В своих последних работах [1–4] Роберто Рагазони попытался систематизировать многочисленные подходы к решению проблемы *определения полного наклона волнового фронта* для адаптивной оптической системы, работающей по сигналу от лазерной опорной звезды. Для решения этой проблемы существуют различные подходы, которые, вместе с тем, существенно усложняют ее техническую сторону. Это может быть, например, использование одновременного измерения общего углового дрожания достаточно яркой естественной опорной звезды [3, 4], двухцветных лазерных опорных звезд [5], дополнительных телескопов [6, 7] или же дополнительных лазерных проекторов [8–10]. В последних двух подходах при определенной геометрии лазерная опорная звезда уже не может рассматриваться как точечный опорный источник.

Надо заметить, что эти подходы (с использованием дополнительных телескопов или дополнительных лазерных проекторов) реализуются через достаточно простые оптические схемы. В одной из своих работ [4] Р. Рагазони приводит такие две схемы. Приведем их на двух фрагментах (а и б) рисунка.

В работе [4] Р. Рагазони даже использует такое понятие, как «симметрия», для того, чтобы указать на *тождественность этих двух различных подходов (схем)* (с точки зрения их эффективности по коррекции общего наклона волнового фронта). В данном сообщении я попытаюсь показать, что полная «симметрия» двух данных схем все-таки отсутствует.



Схемы формирования лазерной опорной звезды с использованием дополнительного лазерного проектора (а) и дополнительного телескопа (б): 1 – формируемая лазерная звезда; 2 – апертура основного телескопа; 3 – апертура дополнительного лазерного проектора; 4 – апертура дополнительного телескопа. Оси основного и дополнительного телескопов (лазерного проектора) разнесены относительно друг друга

Измеренный полезный сигнал (определяющий мгновенное угловое положение изображения лазерной опорной звезды в фокальной плоскости телескопа-измерителя) в схеме а дается выражением

$$\varphi_a = \varphi_{lb}(\rho_0) + \varphi_F^{ss}(0),$$

тогда как в схеме б этот же сигнал имеет несколько отличный вид:

$$\varphi_b = \varphi_{lb}(0) + \varphi_F^{ss}(\rho_0).$$

Здесь использованы следующие обозначения: $\varphi_{lb}(\rho_0)$ – случайные угловые смещения энергетического центра тяжести фокусированного (на высоте X) лазерного пучка, формируемого с помощью дополни-

тельного лазерного проектора, оптическая ось которого смещена из начала координат на вектор ρ_0 и наклонена от зенита на угол $-\rho_0/X$; $\Phi_{lb}(0)$ – случайные угловые смещения энергетического центра тяжести фокусированного (на высоте X) лазерного пучка, формируемого с помощью основного телескопа, оптическая ось которого нацелена строго в зенит; $\Phi_F^{ss}(\rho_0)$ – вектор, характеризующий случайные угловые наклоны волнового фронта, формируемого вторичным источником, возникающим на высоте X за счет рассеяния света на неоднородностях атмосферы, при наблюдении дрожания изображения вторичного источника в фокальной плоскости дополнительного телескопа (оптическая ось которого смещена из начала координат на вектор ρ_0 и наклонена от зенита на угол $-\rho_0/X$); $\Phi_F^{ss}(0)$ – вектор, характеризующий случайные угловые наклоны волнового фронта, формируемого вторичным источником, возникающим на высоте X (за счет рассеяния света на неоднородностях атмосферы в направлении строго назад) при наблюдении дрожания изображения вторичного источника в фокальной плоскости основного телескопа.

Предположим, что разнесение апертур основного и дополнительного телескопов (или дополнительного лазерного осветителя) таково, что корреляции $\langle \Phi_{lb}(\rho_0) \Phi_F^{ss} \rangle$ и $\langle \Phi_{lb}(0) \Phi_F^{ss}(\rho_0) \rangle$ практически равны нулю [9, 10, 19].

Задача этих схем – скорректировать случайный наклон волнового фронта для естественной звезды (как известно, формирующей в фокальной плоскости телескопа плоский волновой фронт), когда лазерная опорная звезда и естественная звезда находятся на одном и том же зенитном расстоянии и на одном и том же азимуте, т.е. скорректировать случайную функцию $\Phi_F^{pl}(0)$.

Всюду далее в этой статье будет применяться алгоритм оптимальной [11–13] коррекции, обеспечивающий, как известно, наименьший уровень остаточных искажений. Оценим уровень остаточных искажений, нормированный на значение нескорректированной дисперсии дрожания изображения естественной звезды для этих двух схем формирования опорной звезды. Дисперсия остаточных угловых искажений по схеме a при оптимальном алгоритме коррекции [14–19] представляется следующим выражением:

$$\langle \beta^2 \rangle_a = \langle (\Phi_F^{pl} - \Phi_a)^2 \rangle / \langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle = 1 - \frac{\langle \Phi_F^{pl} \Phi_a \rangle^2}{\langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle \langle (\Phi_a)^2 \rangle},$$

где

$$\langle (\Phi_a)^2 \rangle = \langle \Phi_{lb}^2 \rangle + \langle (\Phi_F^{ss})^2 \rangle; \quad \langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_a \rangle = \langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_F^{ss}(0) \rangle.$$

Тогда как для схемы b

$$\langle \beta^2 \rangle_b = \langle (\Phi_F^{pl} - \Phi_b)^2 \rangle / \langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle = 1 - \frac{\langle \Phi_F^{pl} \Phi_b \rangle^2}{\langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle \langle (\Phi_b)^2 \rangle},$$

где

$$\langle (\Phi_\sigma)^2 \rangle = \langle \Phi_{lb}^2 \rangle + \langle (\Phi_F^{ss})^2 \rangle; \quad \langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_\sigma \rangle = \langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_{lb}(0) \rangle.$$

В итоге получаем для характеристики относительной эффективности коррекции на основе данных двух схем следующие выражения:

$$\langle \beta^2 \rangle_a = 1 - \frac{\langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_F^{ss}(0) \rangle^2}{\langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle [\langle \Phi_{lb}^2 \rangle + \langle (\Phi_F^{ss})^2 \rangle]}, \quad (1)$$

$$\langle \beta^2 \rangle_b = 1 - \frac{\langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_{lb}(0) \rangle^2}{\langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle [\langle \Phi_{lb}^2 \rangle + \langle (\Phi_F^{ss})^2 \rangle]}. \quad (2)$$

Отличие величин дисперсий остаточных угловых флуктуаций в схемах a и b (см. рисунок) заключается в числителях второго слагаемого соответственно выражений (1) и (2): $\langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_F^{ss}(0) \rangle^2$ и $\langle \Phi_F^{pl} \Phi_{lb} \rangle^2$.

Используя результаты работ [17–19], можно существенно упростить выражение (2), используя следующее представление:

$$\langle \Phi_F^{pl}(0) \Phi_{lb}(0) \rangle = K(0) \sqrt{\langle \Phi_{lb}^2 \rangle \langle (\Phi_F^{pl})^2 \rangle}.$$

В результате получаем для (2)

$$\langle \beta^2 \rangle_b = 1 - \frac{K(0)}{[1 + \langle (\Phi_F^{ss})^2 \rangle / \langle \Phi_{lb}^2 \rangle]}. \quad (3)$$

Функция $K(0)$ – взаимная корреляция между угловыми смещениями центра тяжести фокусированного лазерного пучка и смещением центра тяжести плоской волны в фокальной плоскости телескопа, рассчитана и табулирована в статье [19]. Остальные величины, входящие в (3), также ранее [14–18] вычислялись, например:

$$\langle \Phi_{LB}^2 \rangle = \left(2\pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \right) 2^{1/6} R_0^{-1/3} \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \times \\ \times \{ [b^2 (1 - \xi/X)^2]^{-1/6} - [b^2 (1 - \xi/X)^2 + 4c^2]^{-1/6} \}, \quad (4)$$

где R_0 – размер апертуры основного телескопа; X – высота формирования лазерной опорной звезды; $C_n^2(\xi)$ – высотный профиль структурной характеристики показателя преломления турбулентной атмосферы; $b = a_0/R_0$, a_0 – размер фокусируемого на расстоянии X лазерного пучка; $c = \kappa_0^{-1} R_0^{-1}$, $\kappa_0^{-1}(\xi)$ – внешний масштаб турбулентности на текущей высоте ξ ;

$$\langle (\Phi_F^{ss})^2 \rangle = \langle (\Phi_F^{sp})^2 \rangle \left(\frac{a_{lgs}}{R_0} \right)^{-1/3} \frac{\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^2 (\xi/X)^{-1/3}}{\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^{5/3}}. \quad (5)$$

Последнее выражение приведено в работе [19] на основе обобщения результатов [9, 20].

В выражении (5) дисперсия дрожания изображения «вторичного» источника $\langle(\varphi_F^{ss})^2\rangle$ выражается через произведение дисперсии дрожания изображения точечного опорного источника (на высоте X) $\langle(\varphi_F^{sp})^2\rangle$, усредняющего коэффициента $(a_{lg s}/R_0)^{-1/3}$, где $a_{lg s}$ – видимый размер опорной звезды, а также отношение двух интегралов

$$\frac{\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^2 (\xi/X)^{-1/3}}{\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^{5/3}}. \quad (6)$$

Следует заметить, что действие последних двух сомножителей в (5) противодействующее: если множитель $(a_{lg s}/R_0)^{-1/3}$ уменьшает величину $\langle(\varphi_F^{sp})^2\rangle$ – дисперсию дрожания изображения точечного источника, то второй член – отношение двух интегралов (6) – увеличивается с ростом X . Безусловно, такие, казалось бы, разные величины, как $a_{lg s}$ – видимый размер опорной звезды и высота формирования опорной звезды X , связаны линейно. Отношение интегралов (6) обозначено как

$$\frac{\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^2 (\xi/X)^{-1/3}}{\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^{5/3}} = 1(X) \quad (7)$$

и представлено в таблице (второй столбец) как функция высоты формирования звезды X (первый столбец) для модели $C_n^2(\xi)$ из [21]. Таблица построена в виде трех фрагментов, соответствующих расчетам для «средних», «наилучших» и «наихудших» условий турбулентности атмосферы. Получаем в результате простую формулу для расчета остаточных дрожаний изображения естественной звезды

$$\langle\beta^2\rangle_\delta = 1 - \frac{K^2(0)}{1 + \frac{R_0^{-1/3} (a_{lg s})^{-1/3}}{R_0} 1(X)} = 1 - \frac{K^2(0)}{1 + \left(\frac{a_{lg s}}{a_0}\right)^{-1/3} 1(X)}. \quad (8)$$

Оценки величины $\langle\beta^2\rangle_\delta$ из (8) дают, что для случая, когда $a_{lg s} = 10^3$ м, $a_0 = 10^0$ м, $R_0 = 8$ м, для опорной звезды на высоте $X = 90$ – 100 км и при параметре $c = \kappa_0^{-1} R_0^{-1} = 5$ – 10 , величина $1(X) = 7,0$, а коэффициент корреляции $K(0) = 0,9$. Тогда

$$\langle\beta^2\rangle_\delta = 1 - 0,81/[1 + 0,7] = 0,52,$$

т.е. реально коррекция, осуществляемая по схеме б, уменьшает дисперсию дрожания естественной звезды примерно в два раза.

X , км	$1(X)$	$2(X)$
	$C_n^2(\xi)$ – средняя	
1	2,260	0,863
10	3,671	2,650
20	4,329	3,469
30	4,826	4,024
40	5,240	4,455
50	5,602	4,815
60	5,921	5,134
70	6,211	5,415
80	6,472	5,666
90	6,720	5,897
100	6,947	6,112
	$C_n^2(\xi)$ – наилучшая	
1	2,107	0,915
10	3,661	2,884
20	4,452	3,740
30	5,000	4,319
40	5,444	4,780
50	5,826	5,161
60	6,167	5,493
70	6,468	5,793
80	6,747	6,062
90	7,005	6,310
100	7,242	6,537
	$C_n^2(\xi)$ – наихудшая	
1	2,411	0,618
10	3,292	1,999
20	3,692	2,717
30	4,073	3,194
40	4,406	3,561
50	4,697	3,865
60	4,957	4,133
70	5,194	4,367
80	5,410	4,578
90	5,615	4,771
100	5,802	4,949

Для схемы а дисперсия остаточных угловых дрожаний изображения реальной звезды в результате коррекции дается выражением

$$\langle\beta^2\rangle_a = 1 - \frac{\langle\varphi_F^{pl} \varphi_F^{ss}\rangle^2}{\langle(\varphi_F^{pl})^2\rangle [\langle\varphi_{lb}^2\rangle + \langle(\varphi_F^{ss})^2\rangle]}.$$

Поступив аналогично, как с (7) и (8), запишем взаимную корреляционную функцию в виде

$$\langle\varphi_F^{pl} \varphi_F^{ss}\rangle = K_1(0) \sqrt{\langle(\varphi_F^{pl})^2\rangle \langle(\varphi_F^{ss})^2\rangle}. \quad (9)$$

Тогда получаем, что для схемы а

$$\langle\beta^2\rangle_a = 1 - \frac{K_1^2(0)}{[1 + \langle\varphi_{lb}^2\rangle / \langle(\varphi_F^{ss})^2\rangle]}, \quad (10)$$

где коэффициент корреляции

$$K_1(0) = \langle\varphi_F^{pl} \varphi_F^{ss}\rangle / \sqrt{\langle(\varphi_F^{pl})^2\rangle \langle(\varphi_F^{ss})^2\rangle}. \quad (11)$$

Рассмотрим взаимную корреляцию (9). Проведем вычисления этой корреляции по аналогии с функцией $K(0)$, в результате получим

$$\langle \Phi_F^{pl} \Phi_F^{ss} \rangle = \langle \Phi_F^{pl} \Phi_F^{ss} \rangle (a_{lg\ s}/R_0)^{-1/6} 2(X),$$

где функция $2(X)$ приведена в третьем столбце таблицы. В результате имеем для схемы a

$$\langle \beta^2 \rangle_a = 1 - \frac{K_1^2(0) (a_{lg\ s}/R_0)^{-1/3} 2(X)}{b^{-1/3} + (a_{lg\ s}/R_0)^{-1/3} 1(X)}. \quad (12)$$

Если будем использовать те же значения параметров, что и при расчете $\langle \beta^2 \rangle_b$ из (8), то получим $K_1(0) = 0,793$. Для высоты формирования лазерной звезды $X = 90-100$ км из таблицы получаем значение $2(X) = 6$. Во всех этих расчетах мы использовали основную телескоп размером $R_0 = 8$ м и лазерный осветитель (вспомогательный телескоп) с $a_0 = 1$ м, т.е. параметр $b = 1/8$, видимый размер опорной звезды $a_{lg\ s}$ принимался равным 1 км. В результате для схемы a имеем уровень остаточных угловых дрожаний изображения звезды

$$\langle \beta^2 \rangle_a \approx 0,58.$$

Таким образом, схема b обладает несколько более низким уровнем остаточных искажений по сравнению со схемой a , что делает эту схему более предпочтительной. В то же время следует отметить, что схема b технически более просто осуществима, нежели схема a : дело в том, что в схеме b , помимо основного телескопа, необходимо использование дополнительного (двух) малого телескопа, тогда как схема a предполагает применение дополнительного лазерного осветителя. Естественно, что лазерные осветители представляют собой более дешевые устройства по сравнению с дополнительными телескопами.

В результате показано отсутствие симметрии в двух новых схемах [4, 6, 7] и [8, 9, 10] формирования бистатической протяженной лазерной опорной звезды. Эти два типа схем формирования неосевых лазерных опорных звезд ставили своей целью создание взамен точечной достаточно протяженной опорной звезды. Однако, как показывают оценки [22], существенного уменьшения вклада угловых флуктуаций в дрожания изображения опорной звезды при усреднении за счет использования протяженного опорного источника получить не удастся, как в схемах с дополнительными телескопами [8, 9], так и в схемах с использованием дополнительных лазерных осветителей [4, 6, 7].

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

В заключение я хотел бы поблагодарить Е.В. Носова за выполненные численные расчеты, представленные в таблице.

1. *Esposito S. and Ragazzoni R.* Techniques for LGS tilt retrieval: a numerical comparison // *Adapt. Opt. at the Telescop. Nazionale Galileo* / Ed. by R. Ragazzoni. December 1997. P. 1–20.
2. *Ragazzoni R., Esposito S.* Non conventional techniques for LGS tilt retrieval: an update // *Adapt. Opt. at the Telescop. Nazionale Galileo* / Ed. by R. Ragazzoni. December 1997.
3. *Ragazzoni R.* Robust tilt determination from Laser Guide Stars using a combination of different techniques // *Astron. Astrophys.* 1997. V. 319. P. L9–L12.
4. *Ragazzoni R.* Laser guide star advanced concept: tilt problem // *Adapt. Opt. at the Telescop. Nazionale Galileo* / Ed. by R. Ragazzoni. December 1997.
5. *Foy R., Migus A., Biraben F., McCullough P.R. and Tallon M.* The polichromatic artificial sodium star: a new concept for correcting the atmosphere tilt // *Astron. Astrophys. Suppl.* 1995. V. 111. P. 569–578.
6. *Ragazzoni R., Esposito S., and Marchetti E.* Auxiliary telescopes for the absolute tip-tilt determination of a laser guide star / *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1995. V. 276. P. L76–L78.
7. *Esposito S., Ragazzoni R., and Riccardi A.* Auxiliary telescopes absolute laser tilt determination: the Rayleigh case // *Adaptive Optics in the Telescop. Nazionale Galileo* / Ed. by R. Ragazzoni. December 1997.
8. *Belen'kii M.S.* Full aperture tilt measurement technique with a laser guide star // *Proc. SPIE.* 1995. V. 2471. P. 289–296.
9. *Belen'kii M.S.* Tilt angular correlation and tilt sensing techniques with a laser guide star // *Proc. SPIE.* 1996. V. 2956. P. 206–217.
10. *Ragazzoni R.* Absolute tip-tilt determination with laser beacons // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 305. P. L13–L16.
11. *Лукин В.П., Матюхин В.Ф.* Адаптивная коррекция изображения // *Квантовая электроника.* 1983. Т. 10. С. 2465–2473.
12. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
13. *Lukin V.P.* Limiting resolution of adaptive telescope with the use of artificial star // *Proc. ICO-16, «Active and Adaptive optics».* 1993. P. 521–524.
14. *Lukin V.P., Fortes B.V.* Efficiency of adaptive correction of images in a telescope using an artificial guide star // *OSA Techn. Digest.* 1995. V. 23. P. 192–194.
15. *Lukin V.P.* Laser beacon and full aperture tilt measurements // *Adaptive Optics. Techn. Digest Series.* 1996. V. 13. P. 35-1–35-5.
16. *Лукин В.П.* Адаптивное формирование пучков и изображений в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосферы и океана.* 1995. Т. 8. С. 301–341.
17. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Предельные возможности и применимость различных способов формирования лазерных опорных звезд // *Оптика атмосферы и океана.* 1997. Т. 10. С. 34–41.
18. *Лукин В.П.* Гибридная схема формирования лазерной опорной звезды // *Оптика атмосферы и океана.* 1997. Т. 10. С. 975–979.
19. *Lukin V.P.* Monostatic and bistatic schemes and optimal algorithms for tilt correction in ground-based adaptive telescopes // *Appl. Opt.* 20 July, 1998.
20. *Калистратова М.А., Кон А.И.* Флуктуации угла прихода световых волн от протяженного источника в турбулентной атмосфере // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1966. Т. 9. № 6. С. 1100–1107.
21. *Грачева М.А., Гурвич А.С.* Простая модель турбулентности // *Изв. АН СССР. Серия ФАО.* 1980. Т. 16. С. 1107–1111.
22. *Лукин В.П.* Проблемы формирования лазерных опорных звезд // *Оптика атмосферы и океана.* 1998. Т. 11. № 5. С. 460–472.

Поступила в редакцию
1 сентября 1998 г.

V.P. Lukin. Two Schemes of Laser Guide Star Formation.

Some problems, connected with development of ground-based adaptive telescope, particularly, with its fitting with additional optical system for laser guide star formation, are treated in the paper. Here the calculational results are presented for «general» scheme, when arbitrary magnitudes of the correlation between random angular displacements of image stipulated by the laser beam fluctuations over direct and back paths can be obtained.