

В.Г. Гусев

Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы Френеля

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 7.04.2004 г.

Анализируется чувствительность голографического интерферометра к поперечным или продольным перемещениям диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Показано, что чувствительность интерферометра зависит от радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения поверхности, и ее расстояния до фотопластинки на стадии записи голограммы. Результаты проведенных экспериментальных исследований находятся в хорошем соответствии с теоретическими предпосылками.

Одной из задач, решаемых с помощью статической голографической интерферометрии, а также спекл-интерферометрии, является обратная задача. Она должна предсказать форму интерференционных полос и место их локализации для известной геометрии оптической системы. С этой целью в опубликованных работах, включающих, например, [1–5], механизм формирования в диффузно рассеянных полях голографических интерференционных картин, чувствительных к перемещениям рассеивателя, базировался в основном на применении законов геометрической оптики или анализе дифракции света на наборе отражательных решеток. Однако косвенные исследования (например, [6–8]), связанные с поперечным перемещением плоской рассеивающей поверхности, показали возможность локализации голографических интерференционных картин в двух плоскостях. Это обстоятельство указывает на необходимость учета в механизме формирования интерференционных картин свойств объективных спеклов в плоскости голограммы. Следовательно, в свою очередь, необходимо более полно и однозначно определить чувствительность голографического интерферометра к конкретному виду перемещения рассеивающей свет поверхности.

В настоящей статье анализируются условия и особенности образования интерференционных картин при двухэкспозиционной записи голограммы Френеля с целью определения чувствительности интерферометра к поперечным или продольным перемещениям плоской рассеивающей свет поверхности.

Согласно рис. 1 матовый экран 1, находящийся в плоскости (x_1, y_1) , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной с радиусом кривизны R_1 . Диффузно рассеянное им излучение регистрируется за время первой экспозиции на фотопластинке 2, находящейся в плоскости (x_2, y_2) ,

с помощью внеосевой плоской опорной волны. θ – угол, который составляет опорный пучок с нормалью к плоскости фотопластинки. Перед повторным экспонированием осуществляется перемещение матового экрана в его плоскости, например в направлении оси x на величину a .

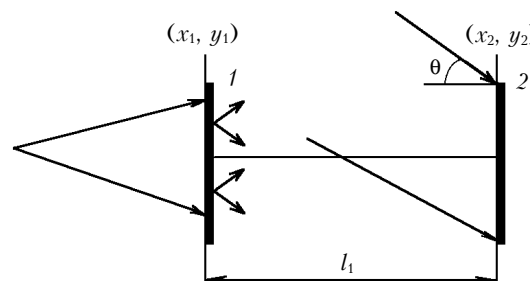


Рис. 1. Схема записи голограммы Френеля: 1 – матовый экран; 2 – фотопластинка

В приближении Френеля без учета постоянных множителей распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки запишем в виде

$$u_1(x_2, y_2) \sim \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp \left[\frac{ik}{2R_1} (x_1^2 + y_1^2) \right] \times \\ \times \exp \left\{ \frac{ik}{2l_1} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2] \right\} dx_1 dy_1, \quad (1)$$

где k – волновое число; l_1 – расстояние между плоскостями (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ; $t(x_1, y_1)$ – комплексная амплитуда пропускания матового экрана, являющаяся случайной функцией координат.

Выражение (1) представим в следующей форме:

$$u_1(x_2, y_2) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \right\}, \quad (2)$$

где \otimes – символ операции свертки; $F_1(x_2, y_2)$ – Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$ с пространственными частотами $x_2/\lambda l_1, y_2/\lambda l_1, \lambda$ – длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы.

Из (2) следует, что в плоскости (x_2, y_2) формируется квази-Фурье-образ функции пропускания матового экрана, каждая точка которого уширена до размера объективного спекла [9] из-за пространственной ограниченности дифракционного поля, обусловленной конечными размерами области освещения рассеивателя. При этом на объективные спеклы наложено распределение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны l_1 .

Распределение комплексной амплитуды поля для второй экспозиции в предметном канале в плоскости фотопластинки

$$u_2(x_2, y_2) \sim \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_1 + a, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R_1}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} dx_1 dy_1 \quad (3)$$

в результате выполнения преобразований Фурье принимает вид

$$u_2(x_2, y_2) \sim \exp\left(\frac{ikax_2}{l_1}\right) \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \exp\left(\frac{-ikax_2}{l_1}\right) \right\}. \quad (4)$$

На основании (2), (4) распределение комплексной амплитуды пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, при условии выполнения записи на линейном участке кривой почернения фотоматериала определяется выражением

$$\tau(x_2, y_2) \sim \exp(-ikx_2 \sin \theta) \left\{ \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \right\} + \exp(ikax_2/l_1) \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left(\frac{-ikax_2}{l_1}\right) \right\} \right\}. \quad (5)$$

Пусть на стадии восстановления голограммы проводится в ее плоскости на оптической оси пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране p (рис. 2).

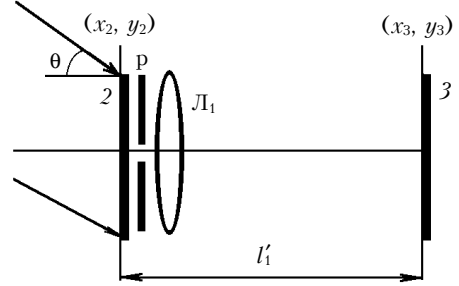


Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации интерферограммы; L_1 – линза; p – пространственный фильтр

При этом в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменения фазы $(kax_2/l_1) \leq \pi$. Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u(x_2, y_2) \sim p(x_2, y_2) \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \left\{ \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \right\} + \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp(-ikax_2/l_1) \right\} \right\}, \quad (6)$$

где $p(x_2, y_2)$ – функция пропускания пространственного фильтра [10].

Будем считать, что положительная линза L_1 (рис. 2) с фокусным расстоянием f_1 находится в плоскости голограммы и расстояние l'_1 удовлетворяет условию $(1/l'_1) = (1/f) - (1/l_1)$. Кроме того, здесь и в дальнейшем для сокращения записи положим, что $l'_1 = l_1$, и не будем учитывать множители, которые несущественны для конечного результата. Тогда распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_3, y_3) формирования изображения рассеивателя определяется выражением

$$u(x_3, y_3) \sim t(-x_3, -y_3) \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)}{2l_1R_1}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \left\{ 1 + \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)ax_3}{l_1R_1}\right] \right\} \otimes P(x_3, y_3), \quad (7)$$

где $P(x_3, y_3)$ – Фурье-образ функции $p(x_2, y_2)$ с пространственными частотами $x_3/\lambda l_1, y_3/\lambda l_1$.

Если в (7) период изменения функции $1 + \exp[ik(R_1 + l_1)ax_3/l_1R_1]$ хотя бы на порядок [11] больше, чем ширина функции $P(x_3, y_3)$, которая определяет размер субъективного спекла в плоскости

(x_3, y_3) , то вынесем ее из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (рис. 2) принимает вид

$$I(x_3, y_3) \sim [1 + \cos(kG_1 a x_3 / l_1)] |t(-x_3, -y_3) \times \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)}{2l_1 R_1} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3)|^2, \quad (8)$$

где $G_1 = (R_1 + l_1)/R_1$ – введенный коэффициент, характеризующий изменение чувствительности интерферометра в зависимости от R_1, l_1 .

Из (8) следует, что в пределах изображения рассеивателя субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами, которые периодически чередуются в направлении его перемещения, и измерение периода интерференционных полос обеспечивает возможность определения a .

Пусть теперь на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости (x_3, y_3) (рис. 3) формирования изображения рассеивателя.

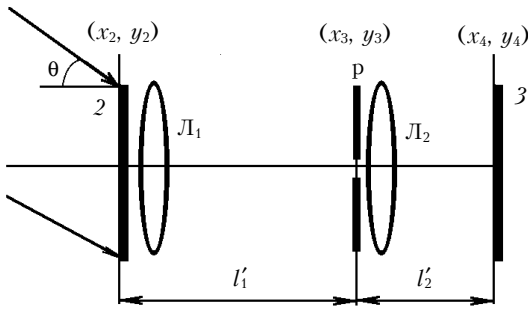


Рис. 3. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации голограммы; L_1, L_2 – линзы; p – пространственный фильтр

В этом случае без учета пространственной ограниченности поля из-за конечного размера голограммы (или линзы L_1) распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра, если в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $(kG_1 a x_3 / l_1) \leq \pi$, определяется выражением

$$u(x_3, y_3) \sim p(x_3, y_3) \exp\left[\frac{ik}{2l_1} (x_3^2 + y_3^2)\right] \times \left\{ t(-x_3, -y_3) \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)}{2R_1 l_1} (x_3^2 + y_3^2)\right] + t(-x_3, -y_3) \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)}{2R_1 l_1} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \exp\left\{-\frac{ik}{2l_1} [(x_3 - a)^2 + y_3^2]\right\} \otimes \exp\left[\frac{ik}{2l_1} (x_3^2 + y_3^2)\right] \right\}. \quad (9)$$

Представим, что положительная линза L_2 (рис. 3) с фокусным расстоянием f_2 находится в плоскости про-

странственного фильтра. Кроме того, здесь и в дальнейшем для сокращения записи будем считать, что $l_2' = l_1' = l_1$ и $f_2 = l_1/2$. Тогда распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) формирования изображения голограммы принимает вид

$$u(x_4, y_4) \sim \left\{ F_1(-x_4, -y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)} (x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \times \{ [1 + \exp(-ikax_4 / l_1)] \otimes P(x_4, y_4) \}, \quad (10)$$

где $P(x_4, y_4)$ – Фурье-образ функции $p(x_3, y_3)$ с пространственными частотами $x_4/\lambda l_1, y_4/\lambda l_1$.

На основании (10) распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (рис. 3), когда период изменения функции $1 + \exp(-ikax_4 / l_1)$ превышает ширину функции $P(x_4, y_4)$, которая характеризует размер субъективного спекла в плоскости (x_4, y_4) , определяется с учетом знака угла наклона волновых фронтов выражением

$$I(x_4, y_4) \sim [1 - \cos(kax_4 / l_1)] |F_1(-x_4, -y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)} (x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P(x_4, y_4)|^2. \quad (11)$$

Необходимо отметить, что при выводе выражений (8), (11) не учитывалась постоянная составляющая фазы $k(R_1 + l_1)a^2/2R_1 l_1$ из-за малости ее величины.

Из (11) следует, что в плоскости голограммы периодические в направлении перемещения рассеивателя интерференционные полосы модулируют субъективную спекл-структуру. При этом чувствительность интерферометра к поперечному перемещению не зависит от радиуса кривизны R_1 расходящейся сферической волны излучения, используемого для освещения матового экрана 1 на рис. 1.

Локализация интерференционных картин в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в плоскости формирования изображения рассеивающей свет плоской поверхности, обусловлена тем, что объективные спеклы в плоскости голограммы содержат информацию о фазовом распределении расходящейся сферической волны с радиусом кривизны l_1 , с одной стороны. С другой стороны, в плоскости голограммы происходит смещение на одинаковую величину объективных спеклов, соответствующих второй экспозиции. Это объясняется тем, что для рассеянного матовым экраном 1 (см. рис. 1) поля каждая пространственная частота, участвующая в формировании объективного спекла, соответствующего второй экспозиции, смещена на одну и ту же величину по сравнению со спектром, который соответствует первой экспозиции. Кроме того, для фиксированных величин a, l_1 смещение объективных спеклов увеличивается с уменьшением радиуса кривизны R_1 фронта расходящейся волны излучения, используемого для освещения рассеивателя. В результате этого увеличивается (рис. 4) чувствительность интерферометра к поперечному перемещению, когда регистрация интерференционной картины осуществляется в плоскости формирования изображения рассеивающей

свет плоской поверхности, где совмещаются идентичные спеклы двух экспозиций при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

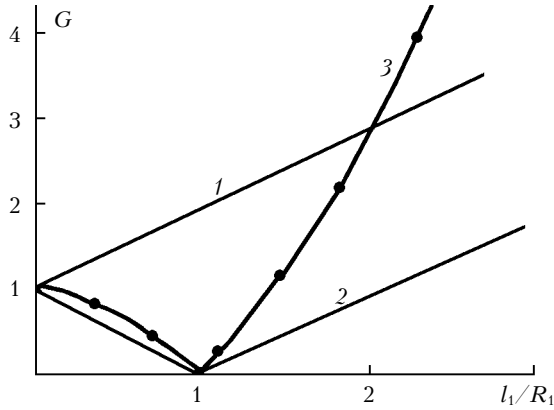


Рис. 4. Зависимости коэффициентов чувствительности интерферометра от радиуса кривизны сферического волнового фронта для $l_1 = 250$ мм: 1 – G_1 ; 2 – G_2 ; 3 – G_3

Если на стадии двухэкспозиционной записи голограммы матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается когерентным излучением со сходящейся сферической волной, то частота интерференционных полос в интерференционной картине, локализуемой в плоскости голограммы, как и в случае освещения рассеивателя излучением с расходящейся сферической волной, также не зависит от радиуса кривизны R_1 . Однако при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра изменяется в $G_2 = (R_1 - l_1)/R_1$ раз. В этом случае для фиксированной величины l_1 , как следует из рис. 4, с уменьшением радиуса кривизны от $R_1 = \infty$ до $R_1 = l_1$ уменьшается вплоть до нуля чувствительность интерферометра.

Это обстоятельство связано с уменьшением величины смещения в плоскости голограммы объективных спеклов, соответствующих второй экспозиции. Причем при $R_1 = l_1$ идентичные объективные спеклы двух экспозиций совпадают в плоскости голограммы при наличии между спекл-полями двух экспозиций только угла наклона, определяемого величиной a/l_1 . В результате этого только в ней локализуется интерференционная картина («замороженные» интерференционные полосы). Для нее характерно то, что она не изменяется при изменении угла наблюдения, когда в плоскости голограммы находится положительная линза с фокусным расстоянием $f \leq l_1$. Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны R_1 приводит к возникновению смещения идентичных объективных спеклов, соответствующих второй экспозиции. Это смещение приводит к увеличению чувствительности интерферометра (см. рис. 4) при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя.

Пусть перед повторным экспонированием фотопластины матовый экран 1 (см. рис. 1) оказыва-

ется смещенным по оси z на величину $\Delta l = l_2 - l_1$, причем $\Delta l \ll l_1$. Тогда с учетом постоянных фазовых множителей распределение комплексной амплитуды пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, в приближении Френеля принимает вид

$$\begin{aligned} \tau(x_2, y_2) \sim \exp(-ikx_2 \sin \theta) & \left\{ \exp(ikl_1) \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \right. \\ & \times \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \right\} + \\ & + \exp(ikl_2) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_2^2 + y_2^2)\right] \left\{ F_1(x_2, y_2) \otimes \right. \\ & \left. \left. \otimes \exp\left[-\frac{ikR_2l_2}{2l_1^2(R_2 + l_2)}(x_2^2 + y_2^2)\right] \right\} \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где $R_2 = R_1 - \Delta l$.

Если на стадии восстановления голограммы проводится в ее плоскости на оптической оси пространственная фильтрация дифракционного поля (см. рис. 2) и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $[k\Delta l - k\Delta l(x_3^2 + y_3^2)/2l_1^2] \leq \pi$, то распределение комплексной амплитуды поля в плоскости формирования изображения рассеивателя определяется выражением

$$\begin{aligned} u'(x_3, y_3) \sim t(-x_3, -y_3) \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)}{2R_1l_1}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ \times \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{ik(R_1^2 - l_1^2)\Delta l}{2R_1^2l_1^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \right\} \otimes P(x_3, y_3). \quad (13) \end{aligned}$$

Когда в (13) период изменения функции $1 + \exp\left[-\frac{ik(R_1^2 - l_1^2)\Delta l}{2R_1^2l_1^2}(x_3^2 + y_3^2)\right]$ больше, чем ширина функции $P(x_3, y_3)$, то распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) принимает вид

$$\begin{aligned} I'(x_3, y_3) \sim \left\{ 1 + \cos\left[\frac{kG_3\Delta l}{2l_1^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \right\} |t(-x_3, -y_3)| \times \\ \times \exp\left[\frac{ik(R_1 + l_1)}{2R_1l_1}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3)^2, \quad (14) \end{aligned}$$

где $G_3 = (R_1^2 - l_1^2)/R_1^2$ – введенный коэффициент, характеризующий изменение чувствительности интерферометра в зависимости от величин R_1, l_1 .

Из (14) следует, что в пределах изображения рассеивателя субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона – система концентрических колец – и измерение радиусов колец в соседних порядках интерференции обеспечивает возможность определения величины Δl .

Пусть на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости (x_3, y_3) (см. рис. 3) формирования изображения рассеивателя. В этом случае распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) формирования изображения голограммы, если в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $[kG_3\Delta l(x_3^2 + y_3^2)/2l_1^2] \leq \pi$, определяется выражением

$$u'(x_4, y_4) \sim \left\{ F_1(-x_4, -y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \times \\ \times \left\{ 1 + \exp\left\{ i\left[k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \right\} \otimes P(x_4, y_4). \quad (15)$$

На основании (15) распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3), когда период изменения функции $1 + \exp\{i[k\Delta l - k\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/2l_1^2]\}$ превышает ширину функции $P(x_4, y_4)$, принимает вид

$$I'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} |F_1(-x_4, -y_4) \otimes \\ \otimes \exp\left[-\frac{ikR_1}{2l_1(R_1 + l_1)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P(x_4, y_4)|^2. \quad (16)$$

Согласно выражению (16) в плоскости формирования изображения голограммы интерференционная картина в виде колец модулирует субъективную спекл-структуру. При этом чувствительность интерферометра к продольному перемещению рассеивателя не зависит от радиуса кривизны R_1 расходящейся сферической волны излучения, используемого для освещения матового экрана 1 на рис. 1. Кроме того, как и в случае формирования интерференционных картин, когда перед повторным экспонированием осуществляется поперечное перемещение рассеивателя, имеет место противоположное изменение фазы с координатой интерференционной картины по сравнению с интерференционной картиной, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя.

Если на стадии двухэкспозиционной записи голограммы матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается когерентным излучением со сходящейся сферической волной, то с учетом того, что $R_2 = R_1 + \Delta l$, радиусы интерференционных колец в интерференционной картине, локализуемой в плоскости голограммы, также не зависят от R_1 . При этом для интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к продольному перемещению рассеивающей свет плоской поверхности также изменяется в G_3 раз.

В рассматриваемом случае образования интерференционных картин объективные спеклы в плоскости голограммы содержат информацию о фазовом распределении расходящихся сферических волн с радиусами кривизны l_1, l_2 , что следует из выражения (12). Это обстоятельство обеспечивает локализацию интерференционной картины в плоскости голограм-

мы и независимость в ней радиусов интерференционных колец от R_1 , с одной стороны. С другой стороны, в плоскости голограммы совпадают в общем случае идентичные объективные спеклы двух экспозиций в пределах малой области фотопластинки на оптической оси. При этом объективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, имеют угол наклона, изменяющийся по радиусу от оптической оси. Кроме того, для фиксированной величины l_1 с уменьшением $|R_1|$ в пределах $l_1 \leq |R_1| \leq \infty$ уменьшается угол наклона, что приводит к уменьшению вплоть до нуля чувствительности (см. рис. 4) к продольному перемещению рассеивателя для интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования его изображения.

Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны, когда $|R_1| \leq l_1$, сопровождается увеличением угла наклона идентичных спеклов, соответствующих второй экспозиции, что приводит к увеличению чувствительности интерферометра при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя. Причем в довольно узкой области значений $|R_1|$ в окрестности $|R_1| = l_1$, которая удовлетворяет условию

$$|kG_3\Delta l(D/2)^2 / 2l_1^2| \leq \pi,$$

где D – диаметр освещенной области матового экрана 1 (см. рис. 1), в плоскости голограммы имеет место только пространственное разделение по радиусу от оптической оси объективных спеклов, соответствующих второй экспозиции по отношению к идентичным объективным спеклам, соответствующим первой экспозиции.

В результате этого при значении $|R_1| = l_1$ для регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости формирования изображения рассеивателя, несмотря на отсутствие в этой плоскости интерференционной картины, соответствующей выражению (14).

Для доказательства ограничимся рассмотрением случая освещения матового экрана 1 (см. рис. 1) излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны $R_1 = l_1$. Тогда распределение комплексной амплитуды пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, принимает вид

$$\tau(x_2, y_2) \sim \exp(-ikx_2 \sin \theta) \left\{ \exp(ikl_1) \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \right. \\ \left. \times F_1(x_2, y_2) + \exp(ikl_2) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_2^2 + y_2^2)\right] F_2(x_2, y_2) \right\}, \quad (17)$$

где $F_2(x_2, y_2)$ – Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$ с пространственными частотами $x_2/\lambda l_2, y_2/\lambda l_2$.

При восстановлении голограммы (см. рис. 3) распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_3, y_3) формирования изображения рассеивателя на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$u'(x_3, y_3) \sim p(x_3, y_3) \exp\left[\frac{ik}{2l_1}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \left\{ \exp(ikl_1)t(-x_3, -y_3) + \exp(ikl_2) \exp\left[-\frac{ik}{2\Delta l}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes t\left(-\frac{l_2}{l_1}x_3, -\frac{l_2}{l_1}y_3\right) \right\}. \quad (18)$$

Если диаметр d фильтрующего отверстия удовлетворяет условию $d \leq 2\lambda l_1^2 / D\Delta l$, то в (18) можно положить, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия находятся идентичные объективные спеклы двух экспозиций, т.е.

$$t(-x_3, -y_3) \approx t\left(-\frac{l_2}{l_1}x_3, -\frac{l_2}{l_1}y_3\right).$$

Тогда распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) формирования изображения голограммы принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \exp\left\{i\left[k\Delta l + \frac{k\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2)\right]\right\} \right\} \times F_1(-x_4, -y_4) \otimes P(x_4, y_4), \quad (19)$$

а распределение освещенности в ней определяется выражением

$$I'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l + \frac{k\Delta l}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \times |F_1(-x_4, -y_4) \otimes P(x_4, y_4)|^2. \quad (20)$$

В свою очередь, при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы в точке, например, с координатами x_{02} , 0 распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u'(x_2, y_2) \sim p(x_2, y_2) \times \left\{ \exp(ikl_1) \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_2 + x_{02})^2 + y_2^2]\right\} \right\} \times F_1(x_2 + x_{02}, y_2) + \exp(ikl_2) \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_2 + x_{02})^2 + y_2^2]\right\} F_2(x_2 + x_{02}, y_2). \quad (21)$$

При построении положительной линзы L_1 (см. рис. 2) изображения рассеивателя в плоскости (x_3, y_3) распределение в ней комплексной амплитуды поля, когда в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, не превосходит π , определяется выражением

$$u'(x_3, y_3) \sim \left\{ \exp\left[\frac{ik}{l_1}x_{02}(x_3 - x_{02})\right] t(-x_3 + x_{02}, -y_3) + \right.$$

$$\left. + \exp\left[\frac{ik}{l_1}\left(1 - \frac{\Delta l}{l_1}\right)x_{02}(x_3 - x_{02})\right] \right\} \times$$

$$\times t\left[-\frac{l_2}{l_1}(x_3 - x_{02}), -\frac{l_2}{l_1}y_3\right] \otimes P(x_3, y_3). \quad (22)$$

Если диаметр фильтрующего отверстия удовлетворяет условию $d \leq 2\lambda l_1^2 / D\Delta l$, то без учета постоянного значения фазы распределение освещенности в плоскости (x_3, y_3) принимает вид

$$I'(x_3, y_3) \sim \left[1 + \cos(kx_{02}\Delta l x_3 / l_1^2) \right] \times |\exp(ikx_{02}x_3 / l_1) t(-x_3 + x_{02}, -y_3) \otimes P(x_3, y_3)|^2. \quad (23)$$

Из (23) следует, что субъективная спекл-структура промодулирована эквидистантно расположенными по оси x интерференционными полосами. При этом частота интерференционных полос увеличивается с удалением от оптической оси места проведения пространственной фильтрации дифракционного поля, что обусловлено увеличением смещения в плоскости голограммы по радиусу от оптической оси объективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, относительно их положения при первой экспозиции. Кроме того, следует отметить, что в плоскости формирования изображения рассеивателя, как и во всех вышеприведенных случаях, обеспечивается локализация интерференционной картины за счет сохранения объективными спеклами информации о фазовом распределении расходящейся сферической волны.

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы Френеля записывались на фотопластинках типа Микрат-ВРЛ с помощью излучения He-Ne-лазера на длине волны 0,63 мкм. Методика экспериментальных исследований заключалась в сравнении результатов записи голограмм для фиксированной величины как поперечного $a = (0,025 \pm 0,002)$ мм, так и продольного перемещения $\Delta l = (1,85 \pm 0,002)$ мм. При этом расстояние между матовым экраном и фотопластинкой l_1 составляло 250 мм, а различные радиусы кривизны расходящейся или сходящейся сферических волн выбирались в пределах от $R_1 = \infty$ до $|R_1| = 125$ мм. Диаметр освещенной области матового экрана составлял 30 мм.

В качестве примера на рис. 5 представлены интерференционные картины, локализуемые в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение.

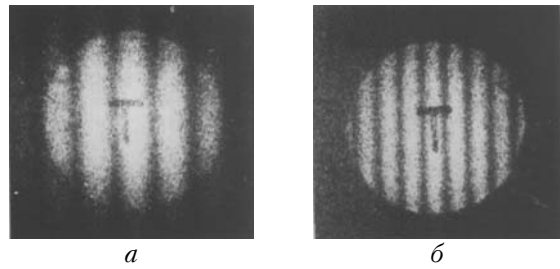


Рис. 5. Интерференционные картины, локализуемые в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение: а — для $R_1 = \infty$; б — для $R_1 = 350$ мм

Метка в виде буквы «Т» была предварительно нанесена на матовый экран. Интерференционные картины регистрировались при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным (≈ 2 мм) лазерным пучком. Рис. 5, *a* соответствует освещению матового экрана 1 (см. рис. 1) коллимированным пучком, а рис. 5, *б* — излучению с расходящейся сферической волной с радиусом кривизны $R_1 = 350$ мм. В этих случаях, как и в последующих, связанных с изменением как величины, так и знака R_1 , интерференционные картины, локализующиеся в плоскости голограммы, имели одинаковую частоту интерференционных полос, соответствующую частоте полос на рис. 5, *a*. Их пространственная протяженность составляла 30 мм при восстановлении голограмм коллимированным пучком такой величины диаметра и проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости формирования изображения рассеивателя (см. рис. 3) с диаметром фильтрующего отверстия 2 мм.

Путем измерения периодов интерференционных полос определялись коэффициенты G_1 , G_2 (помимо того, что коэффициенты G можно определить из результатов измерений l_1 , R_1). Полученные таким образом значения G_1 , G_2 соответствовали рис. 4 с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте, и результатам косвенных исследований в [6–8], связанных с поперечным перемещением рассеивателя.

Интерференционные картины на рис. 6 локализируются в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризуют его продольное перемещение, когда при двухэкспозиционной записи голограммы матовый экран 1 (см. рис. 1) освещался коллимированным пучком.

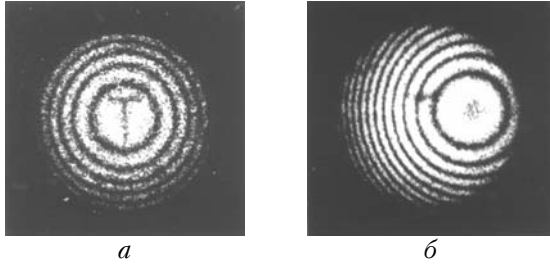


Рис. 6. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя, характеризующие его продольное перемещение и соответствующие проведению пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси (*a*) и вне оптической оси (*б*)

Их регистрация выполнялась подобно регистрации интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение рассеивателя. При этом рис. 6, *a* соответствует условию проведения пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси, рис. 6, *б* — на расстоянии $x_{02} = 9$ мм от нее. В последнем случае распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_2, y_2) голограммы (см. рис. 2) принимает вид

$$u'(x_2, y_2) \sim p(x_2, y_2) \left\{ \exp(ikl_1) \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left\{ \frac{ik}{2l_1} [(x_2 + x_{02})^2 + y_2^2] \right\} \left\{ F_1(x_2 + x_{02}, y_2) \otimes \right. \\ & \left. \otimes \exp\left\{ -\frac{ik}{2l_1} [(x_2 + x_{02})^2 + y_2^2] \right\} \right\} + \\ & + \exp(ikl_2) \exp\left\{ \frac{ik}{2l_2} [(x_2 + x_{02})^2 + y_2^2] \right\} \times \\ & \times \left\{ F_1(x_2 + x_{02}, y_2) \otimes \exp\left\{ -\frac{ik}{2l_2} [(x_2 + x_{02})^2 + y_2^2] \right\} \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

Если в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, не превосходит π , то распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_3, y_3) (см. рис. 2) формирования изображения рассеивателя без учета постоянной составляющей фазы $k\Delta l$ определяется выражением

$$\begin{aligned} u'(x_3, y_3) \sim t(-x_3 + x_{02}, -y_3) \exp\left\{ \frac{ik}{2l_1} [(x_3 + x_{02})^2 + y_3^2] \right\} \times \\ \times \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{ik\Delta l}{2l_1^2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \right\} \otimes P(x_3, y_3), \quad (25) \end{aligned}$$

на основании которого распределение освещенности в этой плоскости принимает вид

$$\begin{aligned} I'(x_3, y_3) \sim \left\{ 1 + \cos\left[\frac{k\Delta l}{2l_1^2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \right\} \times \\ \times |t(-x_3 + x_{02}, -y_3) \exp\left\{ \frac{ik}{2l_1} [(x_3 + x_{02})^2 + y_3^2] \right\}|^2 \otimes \\ \otimes P(x_3, y_3)^2. \quad (26) \end{aligned}$$

Как следует из (26), при изменении x_{02} происходит смещение центра рассеивающей свет плоской поверхности относительно положения центра интерференционной картины, что обусловлено явлением параллакса. Кроме того, в процессе изменения x_{02} изменяется фаза интерференционной картины от 0 до π , когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума интерференционной полосы интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, до ее максимального значения («живые» интерференционные полосы). Такая же динамика поведения интерференционных картин имеет место и в случае восстановления двухэкспозиционной голограммы Френеля, запись которой осуществлялась для определения величины поперечного перемещения рассеивателя.

Интерференционные картины на рис. 7 локализируются в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризуют его продольное перемещение, когда на стадии записи голограммы матовый экран 1 (см. рис. 1) освещался излучением с расходящейся сферической волной с $R_1 = 350$ мм (рис. 7, *a*) или со сходящейся сферической волной с $R_1 = 125$ мм (рис. 7, *б*).

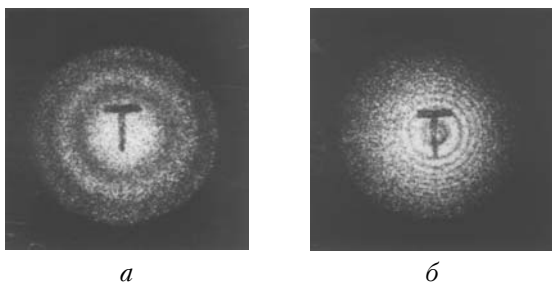


Рис. 7. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его продольное перемещение: *a* – $R_1 = 350$ мм; *б* – 125 мм

На рис. 6, *a* и 7 определенные по результатам измерения радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции значения коэффициентов G_3 соответствуют рис. 4. При этом во всех случаях, связанных с изменением величины и знака R_1 , сохраняется число интерференционных полос в интерференционной картине, локализующейся в плоскости голограммы в пределах диаметра (равного 30 мм) восстанавливающего ее коллимированного пучка.

При освещении матового экрана 1 (см. рис. 1) излучением со сходящейся сферической волной с $R_1 = l_1$ интерференционные картины локализуются в плоскости формирования изображения рассеивателя (рис. 8, *a*, *б*). Причем их регистрация выполнялась для фильтрующего в плоскости голограммы отверстия диаметром 0,7 мм при смещении его центра относительно оптической оси на $x_{02} = 4,3$ (рис. 8, *a*) и 7,8 мм (рис. 8, *б*). При этом периоды интерференционных полос соответствуют выражению (23).

В свою очередь проведение пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости формирования изображения рассеивателя (см. рис. 3) для диаметра фильтрующего отверстия, равного 0,7 мм, сопровождается образованием интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы (рис. 8, *в*). Для нее радиусы интерференционных колец в соседних порядках интерференции удовлетворяют выражению (20). Аналогичными свойствами обладает и двухэкспозиционная голограмма Френеля, когда матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается излучением с расходящейся сферической волной с $R_1 = l_1$.

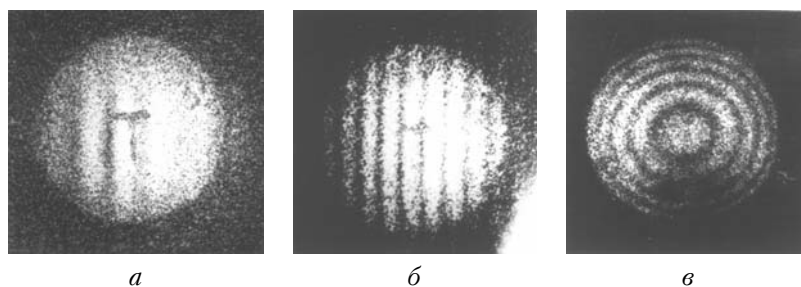


Рис. 8. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя (*a*, *б*) и в плоскости голограммы (*в*), которые характеризуют его продольное перемещение, когда $|R_1| = l_1$

Следует отметить, что выполнение двухэкспозиционной записи голограммы – безлинзовой квази-Фурье-голограммы – не приводит к изменению коэффициентов G . Отличие заключалось в том, что изображения рассеивателя и интерференционной картины в его плоскости формировались в дальней зоне дифракции. Кроме того, при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы вне оптической оси происходит смещение интерференционной картины относительно неподвижного рассеивателя в плоскости формирования его изображения.

В случае освещения рассеивателя излучением со сходящейся сферической волной с $R_1 = l_1$ (безлинзовая голограмма Фурье) «замороженная» интерференционная картина, локализующаяся в плоскости голограммы и характеризующая поперечное перемещение, наблюдается без использования положительной линзы из-за отсутствия распределения фазы расходящейся сферической волны в плоскости голограммы.

Таким образом, результаты проведенных исследований показали следующее.

В общем случае при двухэкспозиционной записи голограммы Френеля интерференционные картины, характеризующие как поперечное, так и продольное перемещение плоской рассеивающей свет поверхности, локализуются в двух плоскостях: в плоскости формирования изображения рассеивателя и в плоскости голограммы. При этом в них противоположно изменение с координатой фазы интерференционных картин. Чувствительность к перемещениям интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, зависит от расстояния между рассеивателем и фотопластинкой на стадии записи голограммы.

Чувствительность к поперечному перемещению рассеивателя интерференционной картины, локализующейся в плоскости формирования его изображения, помимо вышеуказанного расстояния зависит как от радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя, так и от его знака, в то время как чувствительность интерференционной картины, характеризующей продольное перемещение плоской рассеивающей свет поверхности и локализующейся в плоскости формирования ее изображения, не зависит от знака радиуса кривизны.

1. *Molin N.E., Stetson K.A.* Measurement of fringe loci and localization in hologram interferometry for pivot motion, in-plane rotation and in-plane translation // *Optik*. 1970. V. 31. N 3. P. 157–177.
2. *Gregory D.A.* A simplified theory of the scattering geometrics, topologies and vector fieldes of spekle photography and holographic interferometry // *Opt. acta*. 1980. V. 27. N 4. P. 481–510.
3. *Prikiril I.* Evaluation of rigid body displacement by differential holographic interferometry // *Opt. Application*. 1980. V. 10. N 1. P. 3–11.
4. *Yonemura M.* Geometrical theory of fringe localization in holographic interferometry // *Opt. acta*. 1980. V. 27. N 11. P. 1537–1549.
5. *Bahuguna R.D., Lee S.C., Abramson N.H.* Holographic interferometry versus lensless speckle photography // *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* 1989. V. 954. P. 50–57.
6. *Гусев В.Г.* Формирование в диффузно рассеянных полях голографических интерферограмм бокового сдвига для контроля волнового фронта // *Оптика атмосф. и океана*. 1999. Т. 12. № 8. С. 674–679.
7. *Гусев В.Г.* Формирование интерферограмм бокового сдвига для контроля волнового фронта при двухэкспозиционной записи голограмм Френеля матового экрана с учетом более высокого порядка приближения // *Вестн. Том. гос. ун-та*. 2003. № 278. Сер. Физ. С. 87–94.
8. *Гусев В.Г.* Формирование интерферограмм бокового сдвига для контроля волнового фронта при двухэкспозиционной записи голограмм Габора амплитудного рассеивателя с учетом более высокого порядка приближения // *Вестн. Том. гос. ун-та*. 2003. № 278. Сер. Физ. С. 95–103.
9. *Франсон М.* Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 158 с.
10. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
11. *Джоунс Р., Уайкс К.* Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 327 с.

V.G. Gusev. Formation of interferograms in diffusively scattered fieldes due to spatial filtration of a diffractive field of the double-exposure Fresnel hologram.

Analysis of sensitivity of the holographic interferometer to transversal or longitudinal displacements of plate surface diffusively scattering light is presented. It is shown that the sensitivity of the interferometer is defined by the radius of curvature of the spherical wave of radiation illuminating the surface and the distance to the photoplate when recording the hologram. The experimental results are in a good agreement with theoretical arguments.