

А.П. Сухоруков, В.Н. Титов, В.А. Трофимов

ПОПУТНОЕ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ЭНЕРГООБМЕНА ВОЛН

Численно исследуется процесс попутного четырехволнового взаимодействия гипергауссовых и гауссовых волновых пучков в условиях сильного энергообмена волн. Показано, что с ростом длины коллинеарного взаимодействия из-за самовоздействия пучков попарная перекачка энергии (даже для гипергауссовых пучков с $m = 10$) носит осциллирующий характер. Амплитуда осцилляций и их период определяются начальным профилем пучков. Аналогичные зависимости реализуются для критерия качества обращения волнового фронта. Качество обращения, особенно для гауссовых пучков, повышается, если взаимодействие волн происходит неколлинеарно. Проведено сравнение результатов, полученных на основе приближения заданного поля и с учетом энергообмена волн накачки.

Как известно, нелинейное взаимодействие световых волн на протяжении многих лет привлекает внимание широкого круга исследователей. Такое положение объясняется большим количеством приложений многочастотного взаимодействия в различных областях оптики, например, в нелинейной спектроскопии, для преобразования частот, а также для создания световых пучков с сопряженным волновым фронтом [1, 2]. В настоящей статье попутное взаимодействие четырех пучков (как соосное, так и неколлинеарное) исследуется применительно к проблеме обращения волнового фронта. В отличие от публикаций по этой теме (например, [3–5]) мы рассмотрели случай сильного энергообмена волн, когда традиционные аналитические методы непригодны для адекватного описания процессов. Поэтому нами использовалось численное моделирование. Проведено также сравнение результатов, полученных как на основе приближения заданного поля, так и с учетом энергообмена волн накачки.

Постановка задачи. Инварианты. Методы расчета. Неколлинеарное попутное взаимодействие четырех недифрагирующих пучков, распространяющихся в одном направлении (ось z), в керровской прозрачной среде в случае равноправия всех наведенных решеток диэлектрической проницаемости описывается следующей системой безразмерных уравнений

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + \beta_j \frac{\partial A_j}{\partial x} + \nu_j \frac{\partial A_j}{\partial y} = -i\gamma_j \Phi_j;$$

$$\Phi_j = A_j \left(\sum_{p=1}^4 |A_p|^2 - 0,5 |A_j|^2 \right) + \frac{\partial}{\partial A_j^*} (A_2 A_4 A_1 A_3^* +$$

$$+ A_1 A_3 A_2^* A_4^*), \quad j = 1 \div 4,$$
(1)

с начальными условиями

$$A_j = A_{0j} \exp \left[- \left(\frac{x}{a_{0j}} \right)^m - \left(\frac{y}{a_{0j}} \right)^m + iF_j (x^2 + y^2) \right],$$
(2)

где A_j — комплексная амплитуда j -го пучка; A_1, A_3 — пучки накачки; A_2 — сигнальная волна; A_4 — обратная волна; z — нормированная на длину среды продольная координата; x, y — безразмерные поперечные координаты, измеряемые, например, в единицах толщины кристалла; коэффициенты β_j, ν_j описывают снос j -го пучка соответственно по осям x и y ; γ_j — коэффициенты нелинейной связи; A_{0j} — амплитуды пучков; a_{0j} — безразмерный начальный радиус пучка; F_j — его фокусировка; параметр $m = 2 \div 10$ характеризует амплитудное распределение оптического излучения.

Система уравнений (1) обладает некоторыми инвариантами, которые использовались нами для контроля правильности результатов численного моделирования. Так, умножив (1) на A_j^* , а сопряженную к (1) систему уравнений на A_j , а затем просуммировав и проинтегрировав по поперечным координатам, получим следующее соотношение:

$$\frac{\partial}{\partial z} \sum_{j=1}^4 P_j = - \sum_{j=1}^4 \left\{ \beta_j \int_0^{L_y} [|A_j(z, 0, y)|^2 - |A_j(z, L_x, y)|^2] dy + \right.$$

$$+ \nu_j \int_0^{L_x} \left[|A_j(z, x, 0)|^2 - |A_j(z, x, L_y)|^2 \right] dx \Big\} = - \sum_{j=1}^4 \beta_j I_{xj} - \quad (3)$$

$$- \sum_{j=1}^4 \nu_j I_{yj}, \quad P_j = \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} |A_j(z, x, y)|^2 dx dy,$$

L_x, L_y – границы рассматриваемой области соответственно по x и y , на которых заданы нулевые значения комплексных амплитуд

$$A_j(z, 0, y) = A_j(z, L_x, y) = A_j(z, x, 0) = A_j(z, x, L_y) = 0. \quad (4)$$

Таким образом, в процессе взаимодействия будет сохраняться полная мощность световых пучков

$$\sum_{j=1}^4 P_j = \text{const}. \quad (5)$$

Для (1) можно также записать и другие инварианты:

$$\frac{\partial}{\partial z} (P_{1,3} + P_{2,4}) + \beta_{1,3} I_{x1,3} + \beta_{2,4} I_{x2,4} + \nu_{1,3} I_{y1,3} + \nu_{2,4} I_{y2,4} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (P_{1,2} - P_{3,4}) + \beta_{1,2} I_{x1,2} - \beta_{3,4} I_{x3,4} + \nu_{1,2} I_{y1,2} - \nu_{3,4} I_{y3,4} = 0. \quad (7)$$

Следовательно, если выполнено (4), то суммы и разности мощностей сохраняются вдоль оси z .

Относительно (3), (6), (7) сделаем следующие замечания. Во-первых, в случае коллинеарного взаимодействия ($\beta_j = \nu_j = 0$) соответствующие инварианты записаны в [3]. Во-вторых, (6) и (7) означают попарную перекачку энергии. Поэтому если при $z = 0$ мощности волн накачки неодинаковы, то их разность будет сохраняться вдоль оси распространения и полная перекачка энергии в сигнальную и обратную волны невозможна. Аналогичный вывод имеет место для сигнального и обратного пучков: мощность сигнальной волны всегда будет превышать на ее начальное значение (при $z = 0$) мощность обратной волны.

Для системы уравнений (1) записывалась симметричная нелинейная разностная схема второго порядка на характеристической сетке [6, 7]; шаги h_x, h_y по осям x и y были согласованы с шагом h_z по координате z . Условия согласования следующие:

$$h_{xj} = m_j K h_z = m_j h_x; \quad h_{yj} = l_j S h_z = l_j h_y, \quad (8)$$

где K, S – числа, выбираемые из условия

$$\beta_j / m_j = K; \quad \nu_j / l_j = S, \quad (9)$$

m_j, l_j – целые числа. Для решения разностной задачи использовался метод простой итерации. Итерации прекращались, если достигалась относительная точность $\varepsilon = 10^{-4}$. Проведенные тесты показали, что меньшая точность не гарантирует сохранения инвариантов.

В процессе расчетов нас интересовали следующие характеристики взаимодействующих пучков: положения их центров тяжести x_0, y_0 и радиусы пучков a_x, a_y , определяемые соответственно через первые и вторые моменты распределения интенсивности; мощности пучков P_j и качество обращения, определяемое по известному в литературе интегралу перекрытия

$$\chi = \frac{\left| \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} A_2 A_4 dx dy \right|^2}{P_2 P_4}. \quad (10)$$

Результаты численных экспериментов. На рис. 1–3 представлены полученные в численных экспериментах характерные зависимости мощности обратной волны и качества обращения первоначально расфокусированного сигнального пучка ($F_2 = -(1 \div 150)$, $F_{j \neq 2} = 0$, $j = (1 \div 4)$) от трассы

распространения оптического излучения с параметрами $a_{0j} = 0,4$; $A_{01} = A_{03} = 1$ для гипергауссовых пучков с $m = 10$ либо $A_{01} = A_{03} = 1,41$ для гауссова пучка с $m = 2$; $A_{02} = 0,1A_{01}$; $A_{04} = 0$; $P_4 = P_1 = P_3 = 0,5$ либо $0,25$. Для наглядности на горизонтальной оси трасса распространения указана также в нелинейных длинах (рис. 1, нижний ряд чисел). Заметим, что, так как справедливы приведенные выше инварианты, то мощности других волн на этих рисунках не показаны и легко определяются через $P_{06} = P_4$.

Сделаем два замечания. В расчетах для случая соосного распространения волн ширина области по x и y выбиралась равной 1,6. Поэтому в случае пучка с начальным гауссовым профилем значения радиусов $a_{0j} = 0,4$ соответствуют ситуации, когда поперечное сечение нелинейной среды целиком заполнено излучением: на границе среды интенсивность пучка примерно равна 0,015. Далее, из расчетов следует, что как качество обращения, так и мощность обращенной волны практически (менее 1%) не зависят от начальной фокусировки пучка, выбранной из приведенного выше интервала ее значений, поэтому в дальнейшем будем полагать $F_2 = -1$. Кроме того, если радиус сигнального пучка также не указан, то его значение полагается равным 0,4. Обратимся к анализу рисунков.

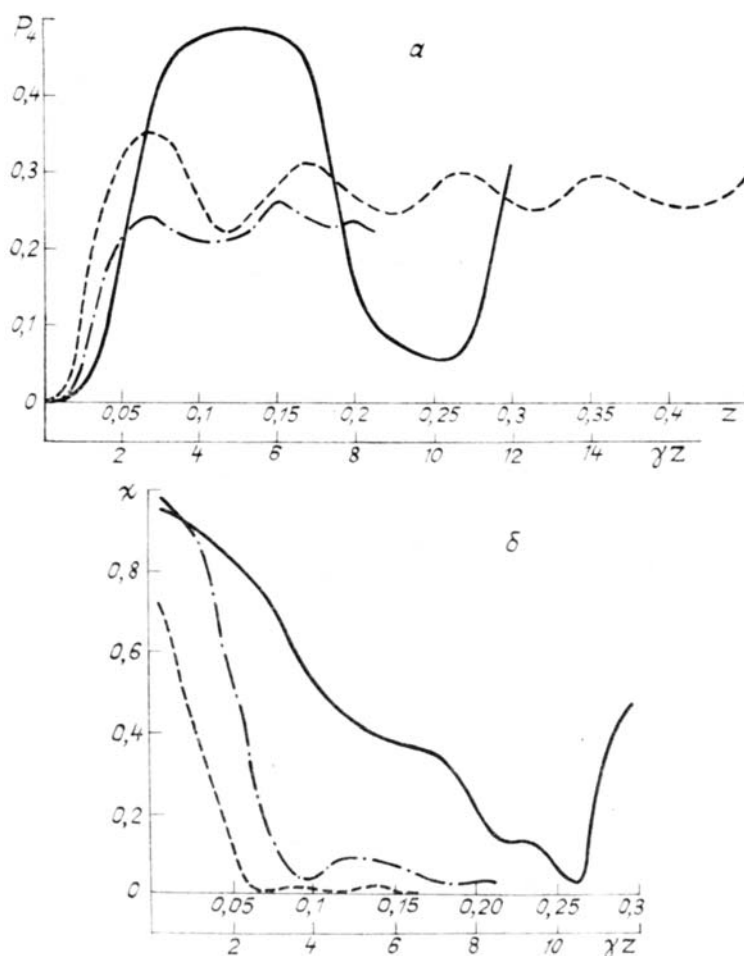


Рис. 1. Эволюция мощности (а) и качества (б) обращенной волны в нелинейной среде в случае соосного распространения всех волн. Сплошным кривым соответствуют параметры $m_j = 10$, пунктирным и штрихпунктирным кривым — $m_j = 2$. Для штрихпунктирной кривой $a_{02} = a_s = 0,15$

Анализ кривых рис. 1, которые соответствуют случаю $\beta_j = \nu_j = 0$, $A_{01,3} = 1,5$ и $\gamma = 0$, позволяет сделать следующие выводы. Процесс генерации обращенной волны является немонотонным даже в случае амплитудного распределения пучков, близкого к однородному: после достижения максимальной перекачки энергии в сигнальную и обращенную волны происходит обратная перекачка в пучки накачки. В случае гауссовых пучков той же начальной мощности (напомним, для них $A_{01,3} = 1,41$) обратная перекачка наступает раньше, период осцилляций меньше, а среднее значение мощности, около которого происходят осцилляции, выше, чем для гипергауссовых пучков. Данное обстоятельство связано с тем, что для первоначально гауссовых пучков из-за их самовоздействия нарушение оптимального соотношения фаз разных лучей (x, y) происходит в различных сечениях z . В результате этого в одних частях пучка происходит генерация обращенной волны, а в других — обратный процесс. Более быстрый начальный рост мощности обращенной волны с $m = 2$ обусловлен большими значениями пиковой интенсивности волн накачки по сравнению с пиковой интенсивностью

гипергауссовых пучков. При равенстве начальных пиковых интенсивностей гауссовых и гипергауссовых пучков накачки, т. е. при $A_{01,3} = 1$ (в этом случае мощности пучков не равны) перекачка энергии происходит быстрее в случае излучения с гипергауссовым начальным профилем.

Зависимость качества обращения волнового фронта от трассы распространения как для гауссовых, так и для гипергауссовых пучков имеет существенно немонотонный характер. Однако если для пучков с $m = 10$ осцилляции χ на трассах, соответствующих первому минимуму P_{06} , накладываются на монотонное уменьшение χ с ростом z , то для гауссовых пучков с $a_{02} = 0,4\chi$ сначала монотонно уменьшается с ростом z , достигая своего первого минимума, а затем осциллирует при увеличении трассы распространения. Период осцилляций χ примерно соответствует периоду осцилляций мощности, а их амплитуда возрастает с увеличением номера осцилляции (в рассматриваемом случае до 5%). В отличие от гауссовых пучков для гипергауссовых наблюдается второй максимум χ , примерно на уровне 50% от величины первого максимума.

Важно подчеркнуть, что если радиусы сигнального пучка и пучков накачки равны, то генерация обращенной волны начинается с искаженным волновым фронтом: в сечении $z = 0,0075$ $\chi \sim 72\%$, $P_{06} < 10^{-3}$, что связано как с самовоздействием пучков, так и, по-видимому, с влиянием амплитудного профиля пучков на качество записываемых решеток (см. ниже). Поэтому даже в случае пучков накачки с гипергауссовым профилем интенсивности качество обращения не достигает 100%: оно порядка 90%. Если же радиус сигнальной волны уменьшить (не менее чем в 2,5 раза) по сравнению с радиусами гауссовых пучков накачки (например, до 0,15), то качество обращения существенно увеличивается (до 97%, см. рис. 1,б), но при этом ухудшается перекачка энергии (в 1,5 раза в первом максимуме, см. рис. 1,а) из волн накачки в обращенную волну. Следовательно, существует оптимальное соотношение радиусов пучков накачки и сигнала. Отметим, что уменьшение радиуса пучка сигнала на 0,05 в интервале от 0,4 до 0,15 сопровождается каждый раз увеличением χ вблизи передней границы нелинейной среды примерно на 5%. Одновременно увеличивается и достигаемое в конце среды наименьшее значение χ .

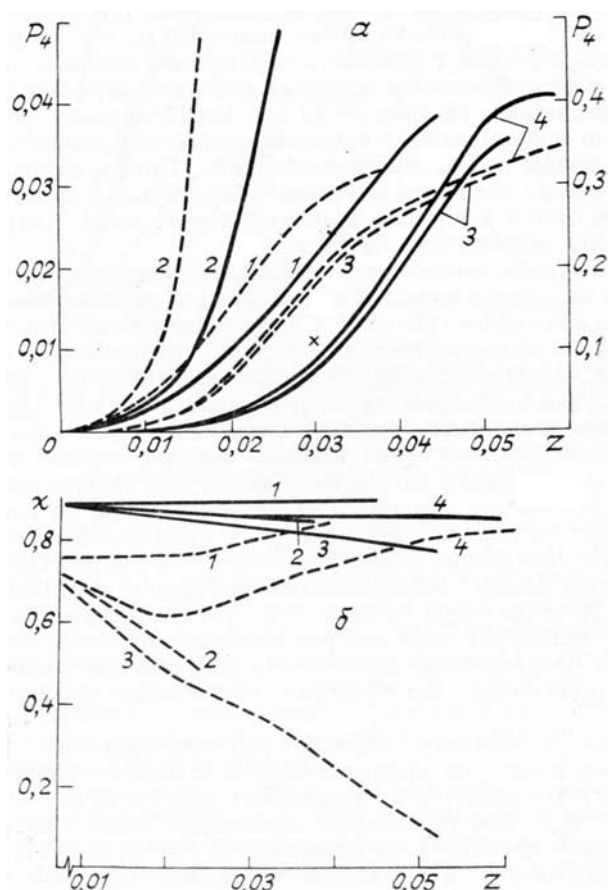


Рис. 2. Эволюция мощности (а) и качества обращения волнового фронта (б) для гауссова сигнального пучка в случае соосного распространения волн. Сплошные кривые — гипергауссовые пучки накачки, пунктирные — гауссовые пучки накачки. Кривые 1, 2 — приближение заданного поля, 3, 4 — при учете истощения накачек. Кривые 2, 4 соответствуют отсутствию самовоздействия волн, 1, 3 — наличию самовоздействия. Крест относится к сплошной кривой 2, а точка — к пунктирной кривой 2. Кривым 1, 2 соответствует левая ось ординат, а кривым 3, 4 — правая ось ординат

Рассмотрим влияние самовоздействия пучков на эффективность и качество обращения, а также проведем сравнение параметров генерации обращенной волны, полученных в приближении заданных пучков накачки (широко используемом в литературе) и при учете энергообмена волн. Результаты численных экспериментов представлены на рис. 2, а, б. Сравнение зависимостей мощности обращенной волны от трассы распространения показывает, что без учета самовоздействия волн приближение заданного поля существенно завышает значение мощности P_4 , особенно в случае гауссовых пучков накачки. При генерации же в условиях самовоздействия волн реализуется противоположная ситуация: мощность четвертой волны значительно (для волн накачки с гауссовым профилем амплитуды в 8 раз) меньше в схеме без самовоздействия. Отметим, что для гауссовых пучков насыщение зависимости P_4 от z происходит примерно одинаково (см. пунктирные кривые 1, 3 на рис. 2, а). Важно также подчеркнуть, что в схеме без самовоздействия с ростом z мощность обращенной волны монотонно увеличивается и не наблюдается процесса обратной перекачки вплоть до последнего расчетного сечения $z = 12l_{нл}$. Таким образом, учет самовоздействия волн принципиально изменяет энергетику процесса генерации обращенной волны и поэтому он необходим. Приближение заданного поля очень сильно искажает значения абсолютных мощностей взаимодействующих волн и без учета самовоздействия волн дает неверную энергетическую зависимость P_4 от z .

Проанализируем зависимость качества обращения волнового фронта от трассы распространения (см. рис. 2, а) в рассматриваемой выше ситуации. Из сравнения кривых 1 и 3, которые соответствуют взаимодействию волн с самовоздействием, следует, что приближение заданного поля даже качественно неверно описывает динамику изменения χ вдоль z : в случае пренебрежения перекачкой энергии из пучков накачки χ монотонно возрастает при увеличении z . В случае взаимодействия волн без самовоздействия приближение заданного поля хорошо описывает процесс генерации обращенной волны для гипергауссовых пучков накачки (сплошные кривые) на всей приведенной на рисунке трассе (хотя и дает заниженное значение χ), а для гауссовых пучков накачки хорошее совпадение отмечается лишь при $z \leq 0,8$. При дальнейшем увеличении длины среды качество обращения начинает увеличиваться, а по приближенной теории оно уменьшается. Следовательно, приближение заданного поля для рассматриваемой здесь ситуации, как правило, дает неправильные зависимости качества обращения от длины среды, в особенности для пространственно модулированных пучков накачки.

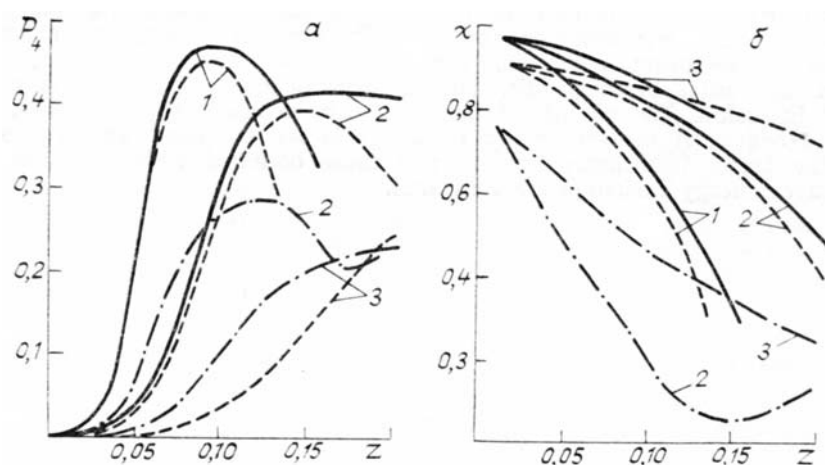


Рис. 3. Зависимости мощности обращенной волны (а) и качества обращения (б) от трассы для неколлинеарного распространения пучков при $\gamma = 40$ (1), 20 (2), 10 (3). Гипергауссовые пучки ($m_j = 10$) — сплошные кривые, гипергауссовые пучки накачки и гауссов пучок сигнала — пунктирные кривые, гауссовые пучки накачки и сигнала — штрихпунктирные кривые

Обратимся к анализу влияния неколлинеарности распространения световых пучков на эффективность и качество обращения. Некоторые результаты расчетов, проведенных для $\nu_j = 0$, $\beta_{1,2} = 1$, $\beta_{3,4} = -1$, $\gamma = 40, 20, 10$, $P_{1,2} = 0,54$ (остальные параметры такие же, как в рассмотренных выше случаях), представлены на рис. 3, а, б. Из сравнения представленных на рис. 3, а зависимостей можно сделать следующие выводы. При взаимодействии волн с $m = 10$ (максимальная рассчитываемая трасса равна $2l_{нл}$) как для всех четырех гипергауссовых пучков ($m_j = 10$), так и для гипергауссовых пучков накачки и гауссова пучка сигнальной волны достигается одно и то же значение мощности при $z \geq 0,1$, и оно примерно в 1,5 раза (в сечении $z = 0,2$) больше соответствующего значения, достигаемого в случае коллинеарного взаимодействия гипергауссовых пучков. При взаимодействии волн с начальным гауссовым профилем интенсивности неколлинеарность распространения не ухудшает значения преобразуемой мощности по сравнению со случаем соосного распространения волн при $z \leq 0,1$. Существенно, что при $\gamma = 10$ кривая зависимости мощности для гауссовых пучков лежит выше кривой, реализуемой при взаимодействии пучков с

гипергауссовыми амплитудными профилями накачек, на том же интервале, что и на рис. 1, *a*. Для других коэффициентов нелинейной связи γ_j мощность, преобразуемая в обращенную волну, уменьшается в $1,15 \div 1,35$ раз по сравнению со случаем соосного распространения. Уменьшается перекачиваемая в четвертую волну мощность и при взаимодействии негауссовых пучков. Следовательно, для больших значений коэффициента нелинейной связи начинает преобладать сбой оптимального соотношения фаз за счет неколлинеарности взаимодействия.

Для некоторых трасс качество обращения увеличивается по сравнению со случаем соосного распространения волн. Так, для $\gamma_j = 40$ и $m_j = 10\chi$ на рис. 3, *b* превышает в сечении $z = 0,1$ соответствующее значение χ на рис. 1, *b* на 10%, а для $\gamma_j = 10$ и $m_j = 2$ — в 2,5 раза. Однако для других трасс (как и для пучков с другими профилями) при $z \geq 0,15$ может реализовываться и противоположная ситуация. Таким образом, существует оптимальное соотношение параметров γ_j , β_j , z , зависящее от профилей пучков, которое приводит к существенному (например в 2,5 раза) увеличению качества обращения без уменьшения величины преобразуемой мощности.

Таким образом, наряду с введением нелинейного поглощения, выбором оптимального соотношения радиусов сигнала и накачек [5], можно эффективно подавить самовоздействие гауссовых пучков введением некоторой отстройки от соосного распространения волн накачки.

1. Обращение волнового фронта в нелинейных средах /Под ред. В.И. Беспалова. Горький: ИПФ АН СССР, 1982.
2. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В. Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1985.
3. Большой Л.А., Власов Д.В., Гараев Р.А. //Квантовая электроника. 1982. Т. 9. С. 83.
4. Соловьев В.Д., Хижняк А.И. //Оптика и спектроскопия. 1982. Т. 53. Вып. 4. С. 723.
5. Сухоруков А.П., Трофимов В.А. //Известия АН СССР. Серия физич. 1987. Т. 51. № 2. С. 340.
6. Карамзин Ю.Н. //Разностные методы в задачах нелинейной оптики. 1982. 27 с. (Препринт/ИПМ АН СССР им. В.М. Келдыша, № 74).
7. Рождественский В.Л., Яненко Л.М. Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1978.

Московский госуниверситет
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
1 июня 1989 г.

A.P. Sukhorukov, V.N. Titov, V.A. Trofimov. Incidental Four-Wave Interaction in Conditions of Strong Energy Exchange between the Waves.

The paper deals with numerical study of the incidental four-wave interaction of hypergaussian and gaussian beams under the condition of strong energy exchange. It is shown that at the increase of collinear interaction length the mutual energy transfer is of oscillatory behavior (even in the case of hypergaussian beams with $m = 10$) due to the beam selfaction. The oscillations amplitude and period are dependent on the initial beam profile. Similar dependencies occur for the criterion of wave front inversion. The quality of inversion can be essentially improved, especially for gaussian beams, if the interaction of waves is not collinear. The results obtained based on the preset field approximation and those obtained with the account for the pumping waves energy exchange are compared.