

В.А. Федоров

К измерению содаром параметров продольных и поперечных компонент горизонтальной скорости ветра

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 5.06.2003 г.

Описываются алгоритмы определения содаром «Волна-3» средних, стандартных отклонений, коэффициентов асимметрии и эксцесса продольных и поперечных компонент горизонтальной скорости ветра для любых трехканальных схем зондирования. Рассматриваются два возможных подхода построения как самих измерительных алгоритмов, так и оценок их погрешностей. Представлены примеры содарных измерений высотных профилей указанных параметров.

Введение

Одно из первых сообщений об измерении содарами высотных профилей продольных u и поперечных v компонент горизонтальной скорости ветра и их стандартных отклонений $\sigma(u)$, $\sigma(v)$ содержится в статье [1]. Наиболее подробно процесс получения указанных характеристик для одной из частных схем зондирования изложен в материалах [2], которые были любезно предоставлены ИОА СО РАН фирмой REMTECH, чьи разработки содаров широко известны в мире. Там же представлен ряд высотных профилей данных величин. Но ни один из них не сопровождается соответствующими оценками погрешностей измерений: ни интервальными, ни точечными, что необходимо для более объективной характеристики степени достоверности получаемой содарами информации. Указанное достаточно типично для акустического зондирования атмосферы [3].

Часто (см., например, [4]) в качестве обоснования оценок погрешностей приводят некоторые теоретические соображения или результаты проведенного тестового имитационного моделирования. При этом ограничиваются, как правило, только исследованием оценок средних значений вертикальной компоненты, скорости и направления горизонтального ветра. Однако даже если представленные аргументы достаточно обоснованы и справедливы в среднем, все же реальные точностные характеристики определяются конкретным состоянием атмосферы и сопутствующей шумовой обстановкой в момент проведения измерений. Указанные факторы определяют вид статистических ансамблей получаемых содаром «мгновенных» радиальных компонент V_r , число их значимых отсчетов за заданное время наблюдения и в конечном итоге достигаемые высоты зондирования и степень неопределенности оценок искомых параметров.

Целью настоящей статьи является получение стандартных ошибок и величин 90%-х доверительных интервалов для параметров uv -компонент не-

посредственно из самих экспериментальных данных для любых трехканальных схем зондирования. Наряду с оценками средних $M(\cdot)$ и стандартных отклонений $\sigma(\cdot)$ проанализируем оценки асимметрии $\gamma(\cdot)$, эксцесса $\epsilon(\cdot)$, которые более полно характеризуют атмосферу как случайную среду [5]. При этом рассмотрим два реализованных в системе обработки содара «Волна-3» [6] альтернативных подхода построения как самих измерительных алгоритмов, так и оценок их погрешностей. Полученные результаты проиллюстрируем реальными измерениями указанных параметров.

1. Исходные соотношения

В основе этих подходов лежат соответствующие функциональные зависимости между измеряемыми содаром радиальными и искомыми uv -компонентами вектора скорости ветра. В первоначально выбранной декартовой системе координат связь между «мгновенными» радиальными $V_r(i)$ и обычными ортогональными составляющими $V_x(i)$, $V_y(i)$ в некоторой горизонтальной плоскости можно записать в виде

$$V_x(i) = \sum_{r=1}^3 a_r V_r(i), \quad V_y(i) = \sum_{r=1}^3 b_r V_r(i), \quad (1)$$

где коэффициенты a_r , b_r определяются используемой геометрией зондирования. Далее осуществляем поворот осей старых декартовых координат на угол θ , согласованный с направлением среднего вектора горизонтальной скорости ветра [1, 2], т. е.

$$\theta = \arctg[M(V_y)/M(V_x)] + \theta_0, \quad (2)$$

где θ_0 — некоторая константа, кратная $\pi/2$, определяемая положением средних $M(V_x)$ и $M(V_y)$ на координатной плоскости. Тогда искомую связь между компонентами $u(i)$, $v(i)$ и $V_x(i)$, $V_y(i)$, $V_r(i)$ в данной горизонтальной плоскости можно представить в виде

$$\begin{cases} u(i) = V_x(i)\cos(\theta) + V_y(i)\sin(\theta) = \sum_{r=1}^3 u_r V_r(i), \\ v(i) = V_y(i)\cos(\theta) - V_x(i)\sin(\theta) = \sum_{r=1}^3 v_r V_r(i), \end{cases} \quad (3)$$

где $u_r = a_r \cos(\theta) + b_r \sin(\theta)$, $v_r = b_r \cos(\theta) - a_r \sin(\theta)$ — коэффициенты перехода от радиальных составляющих вектора \mathbf{V} к его продольным и поперечным компонентам. А из (2), (3) следует

$$M(u) = \sqrt{M^2(V_x) + M^2(V_y)}, \quad M(v) = 0, \quad (4)$$

т. е. среднее продольной компоненты $M(u)$ равно модулю среднего вектора горизонтального ветра, а среднее поперечной составляющей $M(v)$ всегда нулевое.

Решение поставленной задачи осуществляется с помощью методов математической статистики [7, 8]. При этом полагаем поле скорости ветра горизонтально однородным и стационарным, что является общепринятым условием при проведении содарных измерений [2]. Считаем также, что полученные r -м каналом локатора на каждой фиксированной высоте величины $V_r(i)$ представляют собой множество независимых выборочных значений, соответствующих некоторому непрерывному распределению $W_r(V_r)$.

2. «Прямой» метод обработки uv -компонент

При реализации данного способа обработки полученные с помощью функциональных соотношений (3) текущие значения uv -компонент рассматриваются как результаты непосредственных прямых измерений. Для его лучшего функционирования необходимо обеспечить пространственно-временное согласование измерений $V_r(i)$ в каждом i -м цикле зондирования [2, 7]. Строгое выполнение этих условий требует параллельности работы каналов содара и реализации весьма сложных тристатических схем зондирования, обеспечивающих одновременное измерение всех трех радиальных компонент скорости ветра в одном рассеивающем объеме. Видимо, поэтому данный метод *априори* не находит своего широкого применения в акустическом зондировании атмосферы. Тем не менее для проверки его работоспособности, учитывая его дальнейшую простоту в обработке данных, этот способ реализован в содаре «Волна-3».

Вначале из $V_r(i)$ по формулам (1) вычисляются $V_x(i)$, $V_y(i)$, затем, после проведения необходимых усреднений, направление θ (2) и далее по соотношениям (3) искомые текущие значения uv -компонент. При этом фактически осуществляется проведение случая косвенных измерений (3) к многократным прямым наблюдениям. Поэтому дальнейшую обработку ортогональных компонент можно проводить аналогично оцениванию параметров радиальных составляющих, которое подробно описано в [3].

К недостаткам способа следует отнести вероятность невычисления в некоторых циклах зондирования «мгновенных» значений $u(i)$, $v(i)$ при пропадании сигнала или при недостаточном отношении сигнал-шум хотя бы в одном из радиальных каналов содара [6]. В результате из-за плохой работы всего одного измерительного канала число значимых отсчетов N uv -компонент может быть сильно уменьшено относительно максимально возможного. В итоге это приводит к ухудшению точности измерений (росту соответствующих доверительных интервалов) и к понижению высоты зондирования относительно потенциально возможной, особенно при малых временах усреднений.

3. Косвенный метод обработки uv -компонент

Альтернативный, чисто косвенный способ обработки основан на получении функциональных связей статистических моментов uv -компонент с моментами радиальных составляющих V_r [1, 2]. Далее формулируются оценки требуемых параметров и определяются выражения для ошибок измерений [7]. Заметим, что обеспечение пространственно-временного согласования измерительных каналов желательнее и для реализации данного подхода. Но по сравнению с «прямым» методом его отсутствие, при горизонтально однородном поле скорости ветра, из-за изначально проводимых статистических усреднений, должно гораздо в меньшей степени сказываться на конечных результатах. Тем не менее в [2] при определении $\sigma(u)$ и $\sigma(v)$ предложен способ обеспечения указанного соответствия. Однако, на наш взгляд, он нуждается в более тщательной проверке, особенно при оценивании более высоких моментов.

При получении указанных функциональных связей в зависимости от порядка рассматриваемого центрального момента μ_k используем следующие приближения. Для $k = 2$ достаточно ограничиться попарной некоррелированностью каналов измерений V_r , а при $k > 2$ необходимо потребовать и их статистическую независимость. Фактически для $k = 2$ пренебрегаем величинами межканальных вторых смешанных центральных моментов радиальных компонент $\text{cov}(V_r, V_l)$ по сравнению с поканальными дисперсиями $D(V_r)$. Для $k = 3$ пренебрегаем значениями третьих смешанных центральных моментов относительно $\mu_3(V_r)$, а для $k = 4$ — значениями четвертых смешанных центральных моментов относительно $\mu_4(V_r)$. То есть полагаем, что для наиболее часто реализуемых схем зондирования с пространственно-временным разделением измерительных каналов указанные вероятностные зависимости должны быть настолько слабыми, что в данном случае ими можно пренебречь. Заметим, что в [1] стандартные отклонения $\sigma(u)$, $\sigma(v)$ вычисляются без учета статистических связей и между uv -компонентами. Также отметим, что для справедливости

выражений (4) вообще не требуется выполнения условий некоррелированности и независимости V_r .

В итоге с учетом линейного характера соотношений (3) относительно V_r и результатов [8, 9] искомые связи для моментов ортогональных и радиальных компонент принимают вид (на примере u , для v они аналогичны):

$$\left\{ \begin{array}{l} M(u) = \sum_{r=1}^3 u_r M(V_r), \\ \sigma(u) = \sqrt{\mu_2(u)} = \sqrt{D(u)} = \sqrt{\sum_{r=1}^3 u_r^2 D(V_r)}, \\ \mu_3(u) = \sum_{r=1}^3 u_r^3 \mu_3(V_r), \\ \mu_4(u) = \sum_{r=1}^3 u_r^4 \mu_4(V_r) + 6 \sum_{r < k} u_r^2 u_k^2 D(V_r) D(V_k). \end{array} \right. \quad (5)$$

Влияние случайности θ на оценки моментов uv -компонент

Соотношения (4), (5) получены без учета случайного характера угла θ . Фактически же θ всегда является оценкой *априори* неизвестного направления среднего вектора горизонтальной скорости ветра, а именно функцией $\hat{\theta} = \arctg [\hat{M}(V_y) / \hat{M}(V_x)] + \theta_0$ оценок средних значений декартовых и радиальных компонент за требуемое время усреднения:

$$\hat{M}(V_x) = \sum_{r=1}^3 a_r \hat{M}(V_r) \text{ и } \hat{M}(V_y) = \sum_{r=1}^3 b_r \hat{M}(V_r).$$

При этом даже при изначальной независимости $V_r(i)$ соответствующие им текущие $u(i)$ и $v(i)$, вычисленные в различных циклах зондирования, становятся зависимыми величинами. Также изменяется исходное значение $\text{cov}(u, v)$ и появляются дополнительные члены в выражениях (4), (5).

Для количественной оценки влияния этого искажающего фактора разложим функции (3) шести случайных переменных $V_r, \hat{M}(V_r)$ в ряд Тейлора в окрестности их средних значений до квадратичных членов включительно [7–9]. Для определенности предположим, что в качестве $\hat{M}(V_r)$ используются соответствующие выборочные средние [3] и число значимых отсчетов $V_r(i)$ в каждом измерительном канале содара одинаково и равно N . При дальнейшем усреднении учтем несмещенность оценок $\hat{M}(V_r)$ и их поканальную коррелированность с V_r . В итоге получим

$$M_s(u) = M(u)[1 + D(v)/2M^2(u)N] = M(u) + O(N^{-1}).$$

Выражение же для среднего поперечной компоненты не изменяется, т.е. $M_s(v) = M(v) = 0$.

Ограничиваясь линейными членами в разложении для v , после ряда преобразований приходим к следующим уравнениям:

$$D_s(v) = D(v)(1 - N^{-1}) = D(v) + O(N^{-1});$$

$$\mu_{3s}(v) = \mu_3(v)(1 - 3N^{-1} + 2N^{-2}) = \mu_3(v) + O(N^{-1}),$$

$$\begin{aligned} \mu_{4s}(v) &= \mu_4(v)(1 - 4N^{-1} + 6N^{-2} - 3N^{-3}) + \\ &+ D^2(v)(6N^{-1} - 15N^{-2} + 9N^{-3}) = \mu_4(v) + O(N^{-1}). \end{aligned}$$

Учет квадратичных членов не меняет представленной картины. Аналогичные соотношения с точностью до членов $O(N^{-1})$ справедливы и для моментов u -компоненты.

Перейдем к оценкам корреляционных связей uv -компонент в различных i, j -х циклах зондирования. При этом соответствующие усредняемые величины являются функциями уже девяти случайных переменных: $V_r(i), V_r(j)$ и $\hat{M}(V_r)$, где $r = 1, 2, 3$. Из них поканально коррелированы $V_r(i)$ с $\hat{M}(V_r)$ и $V_r(j)$ с $\hat{M}(V_r)$. Тогда, с учетом квадратичных членов:

$$\begin{aligned} \text{cov}_s[u(i), u(j)] &= M_s[u(i)u(j)] - M_s^2(u) = \\ &= -D^2(v)/[4M^2(u)N^2] = O(N^{-2}), \end{aligned}$$

$$\text{cov}_s[v(i), v(j)] = -D(v)/N = O(N^{-1}),$$

$$\text{cov}_s[u(i), v(j)] = -\text{cov}[u(i), v(i)]/N = O(N^{-1}),$$

где $\text{cov}(u, v) = \sum_{r=1}^3 u_r v_r D(V_r)$ – исходная величина

корреляционного момента между uv -компонентами. Для $i = j$ справедливо выражение

$$\text{cov}_s(u, v) = \text{cov}(u, v)(1 - N^{-1}) = \text{cov}(u, v) + O(N^{-1}).$$

Таким образом, игнорирование случайности θ приводит в худшем случае к неучету в соотношениях для моментов uv -компонент членов порядка $O(N^{-1})$. Однако на практике величины N , как правило, достигают значений в несколько десятков отсчетов и выше. Поэтому в дальнейшем для решения поставленной задачи мы пренебрегаем влиянием рассмотренного фактора. (Анализ действительно значимых возможных систематических ошибок, которые могут быть обусловлены неточностью задания углов места и азимута антенн содара, а также другими, в том числе и случайными факторами, будет проведен в предполагаемых дальнейших публикациях). Тогда, заменяя в (5) истинные моменты на их оценки, получаем выражения для вычисления параметров u -компоненты горизонтальной скорости ветра (для v они аналогичны):

$$\hat{M}(u) = \sum_{r=1}^3 u_r \hat{M}(V_r); \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}(u) = \sqrt{\hat{\mu}_2(u)} = \sqrt{\hat{D}(u)} = \sqrt{\sum_{r=1}^3 u_r^2 \hat{D}(V_r)}; \quad (7)$$

$$\hat{\mu}_3(u) = \sum_{r=1}^3 u_r^3 \hat{\mu}_3(V_r), \quad (8)$$

$$\hat{\mu}_4(u) = \sum_{r=1}^3 u_r^4 \hat{\mu}_4(V_r) + 6 \sum_{r < k} u_r^2 u_k^2 \hat{D}(V_r) \hat{D}(V_k); \quad (9)$$

$$\hat{\gamma}(u) = \hat{\mu}_3(u) / \hat{D}^{3/2}(u); \quad (10)$$

$$\hat{\varepsilon}(u) = \hat{\mu}_4(u) / \hat{D}^2(u), \quad (11)$$

где несмещенные поканальные оценки параметров V_r определяются соотношениями работы [3].

Стандартные ошибки оценок параметров u -компонент

Стандартные ошибки оценок (6)–(11) получены с учетом ранее сделанных допущений. В наиболее простом случае оценки среднего (6) выражение для ее стандартной ошибки имеет вид

$$\sigma[\hat{M}(u)] = \sqrt{\sum_{r=1}^3 u_r^2 D[\hat{M}(V_r)]}, \quad (12)$$

где дисперсия оценки среднего $D[\hat{M}(V_r)] = \sigma^2[\hat{M}(V_r)]$ – определяется из (1) или (2) статьи [3].

Для нахождения стандартных ошибок измерений остальных параметров u -компоненты используем метод линеаризации, т.е. ограничиваемся линейными членами в соответствующих рядах Тейлора [7–9]. Учет нелинейных членов в данном случае с практической точки зрения не целесообразен из-за дальнейшей необходимости использования выборочных моментов высокого порядка, которые при ограниченном числе наблюдений N оцениваются с чрезвычайно большими ошибками [3, 7–9]. Тогда, после необходимых усреднений с учетом несмещенности применяемых оценок $\hat{D}(V_r)$ [3], получаем выражение для стандартной ошибки оценки стандартного отклонения u -компоненты горизонтальной скорости ветра:

$$\sigma[\hat{\sigma}(u)] = \frac{1}{2\sigma(u)} \sqrt{\sum_{r=1}^3 u_r^4 D[\hat{D}(V_r)]}, \quad (13)$$

где дисперсия оценки дисперсии V_r определяется соотношением (4) из работы [3].

Для оценки коэффициента асимметрии u -компоненты (10) аналогично приходим к выражению

$$\sigma[\hat{\gamma}(u)] = \frac{1}{D(u)} \left\{ \frac{D[\hat{\mu}_3(u)]}{D(u)} + \frac{9}{4} \gamma^2(u) D[\hat{D}(u)] - \frac{3\gamma(u)}{\sigma(u)} \text{cov}[\hat{\mu}_3(u), \hat{\mu}_2(u)] \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

где $\gamma(u) = \mu_3(u) / D^{3/2}(u)$ – истинное значение вычисляемого параметра, а из (7) следует

$$D[\hat{D}(u)] = \sum_{r=1}^3 u_r^4 D[\hat{D}(V_r)]. \quad (15)$$

Требуемое выражение для ковариации оценок второго и третьего центральных моментов u -компоненты получаем из соотношений (7), (8) данной статьи и (3), (5) из [3]:

$$\text{cov}[\hat{\mu}_3(u), \hat{\mu}_2(u)] = \sum_{r=1}^3 u_r^5 \text{cov}[\hat{\mu}_3(V_r), \hat{\mu}_2(V_r)] =$$

$$= \sum_{r=1}^3 \frac{u_r^5 N_r^3}{(N_r - 1)^2 (N_r - 2)} \text{cov}[m_3(V_r), m_2(V_r)],$$

где $m_k(V_r)$ – центральный выборочный момент k -го порядка радиальной скорости ветра в r -м канале при объеме выборки N_r . Согласно [8] с точностью до членов $O(N_r^{-2})$ справедливо уравнение

$$\text{cov}[m_3(V_r), m_2(V_r)] = [\mu_5(V_r) - 4\mu_2(V_r)\mu_3(V_r)] / N_r.$$

Наконец, из выражений (8) данной статьи и (5) работы [3] получаем

$$D[\hat{\mu}_3(u)] = \sum_{r=1}^3 \frac{u_r^6 N_r^4}{[(N_r - 1)(N_r - 2)]^2} D[m_3(V_r)],$$

где из [8] с точностью до членов $O(N_r^{-2})$

$$D[m_3(V_r)] =$$

$$= [\mu_6(V_r) - 6\mu_2(V_r)\mu_4(V_r) - \mu_3^2(V_r) + 9\mu_2^3(V_r)] / N_r. \quad (16)$$

Из (16) следует, что дисперсия третьего центрального выборочного момента V_r , наряду с объемом выборки N_r , в значительной степени определяется центральным моментом шестого порядка V_r . При этом, используя на практике соотношение (16), всегда приходится заменять истинную величину $\mu_6(V_r)$ на выборочное значение $\hat{\mu}_6(V_r)$. Но, как отмечалось в [3], такая вынужденная замена, из-за невысокой точности определения $\hat{\mu}_6(V_r)$ при ограниченном N_r , может привести к чрезвычайно большим ошибкам при вычислении $D[m_3(V_r)]$. Поэтому, используя (16) и применяя метод, реализованный при нахождении выражений (9), (10) работы [3], получаем аппроксимационную зависимость для $D[m_3(V_r)]$ в диапазоне изменения эксцессов $1 < \varepsilon \leq 25,2$ (для простоты записи опускаем соответствующие аргументы):

$$D[m_3] \cong \mu_2^3 \varepsilon^2 \lg \varepsilon \times$$

$$\times (8,27 - 37,58 \lg \varepsilon + 70,8 \lg^2 \varepsilon - 52,57 \lg^3 \varepsilon + 13,98 \lg^4 \varepsilon) / N_r.$$

Как и в [3], в качестве контроля были рассчитаны $D[m_3(V_r)]$ по формуле (16) и приближенному соотношению для сильно несимметричного одно-стороннего экспоненциального распределения ($\gamma = 2$, $\varepsilon = 9$). В результате относительная погрешность аппроксимации составила всего $-0,1\%$. Таким образом, с достаточной для практики точностью $D[m_3(V_r)]$ можно определить, предварительно оценив лишь дисперсию и эксцесс исходного распределения $W_r(V_r)$.

Общее выражение для стандартной ошибки измерения эксцесса (11) имеет вид

$$\sigma[\hat{\varepsilon}(u)] = \frac{1}{D(u)} \left\{ \frac{D[\hat{\mu}_4(u)]}{D^2(u)} + 4\varepsilon^2(u) D[\hat{D}(u)] - \frac{4\varepsilon(u)}{D(u)} \text{cov}[\hat{\mu}_4(u), \hat{\mu}_2(u)] \right\}^{1/2}, \quad (17)$$

где $\varepsilon(u) = \mu_4(u)/D^2(u)$ — его истинное значение. Для определения $D[\hat{\mu}_4(u)]$ линеаризуем оценку (9) как функцию шести случайных переменных. При этом $\hat{\mu}_4(V_r)$ и $\hat{\mu}_2(V_k)$, при $r = k$, являются попарно зависимыми величинами. После ряда преобразований получаем

$$D[\hat{\mu}_4(u)] = \sum_{r=1}^3 u_r^4 \{u_r^4 D[\hat{\mu}_4(V_r)] + 36 d_r^2 D[\hat{D}(V_r)] + 12 u_r^2 d_r \text{cov}[\hat{\mu}_4(V_r), \hat{\mu}_2(V_r)]\},$$

где $d_r = D(u) - u_r^2 D(V_r)$. А из соотношений (7), (9) следует:

$$\text{cov}[\hat{\mu}_4(u), \hat{\mu}_2(u)] = 6D(u) D[\hat{D}(u)] + \sum_{r=1}^3 u_r^6 \{\text{cov}[\hat{\mu}_4(V_r), \hat{\mu}_2(V_r)] - 6D(V_r) D[\hat{D}(V_r)]\}.$$

Для нахождения $\text{cov}[\hat{\mu}_4(V_r), \hat{\mu}_2(V_r)]$ воспользуемся выражениями (3), (6) статьи [3] для оценок $\hat{\mu}_2(V_r)$ и $\hat{\mu}_4(V_r)$. После линеаризации статистики $\hat{\mu}_4(V_r)$, проведения необходимых усреднений с точностью до членов $O(N_r^{-2})$ с учетом того, что при $N \geq 6$ с относительной погрешностью менее 10% справедливо $N^2 - 2N + 3 \approx (N - 1)^2$, получаем связь ковариаций несмещенных и смещенных оценок второго и четвертого центральных моментов радиальных компонент скорости ветра:

$$\begin{aligned} \text{cov}[\hat{\mu}_4(V_r), \hat{\mu}_2(V_r)] &= \\ &= \frac{N_r^2}{(N_r - 2)(N_r - 3)} \text{cov}[m_4(V_r), m_2(V_r)]. \end{aligned}$$

Аналогично получаем выражение для дисперсии оценки четвертого центрального момента V_r :

$$D[\hat{\mu}_4(V_r)] = \frac{N_r^2(N_r - 1)^2}{[(N_r - 2)(N_r - 3)]^2} D[m_4(V_r)].$$

Далее из [8] следует

$$\begin{aligned} \text{cov}[m_4(V_r), m_2(V_r)] &= \\ &= [\mu_6(V_r) - 4\mu_3^2(V_r) - \mu_2(V_r)\mu_4(V_r)]/N_r; \\ D[m_4(V_r)] &= \\ &= [\mu_8(V_r) - \mu_4^2(V_r) - 8\mu_3(V_r)\mu_5(V_r) + 16\mu_2(V_r)\mu_3^2(V_r)]/N_r. \end{aligned}$$

Затем согласно вышеизложенному получаем аппроксимационные зависимости для $1 < \varepsilon \leq 25,2$:

$$\begin{aligned} D[m_4] &= \mu_2^4 \varepsilon^2 \lg^2 \varepsilon (5,33 - 11,03 \lg \varepsilon + 55,45 \lg^2 \varepsilon - \\ &\quad - 65,69 \lg^3 \varepsilon + 30,88 \lg^4 \varepsilon)^2 / N_r; \\ \text{cov}(m_4, m_2) &= \mu_2^3 \varepsilon^2 \lg \varepsilon \times \\ &\quad \times (1,68 + 4,29 \lg \varepsilon - 5,18 \lg^2 \varepsilon + 2,36 \lg^3 \varepsilon) / N_r. \end{aligned}$$

При этом для одностороннего экспоненциального распределения относительная погрешность аппроксимации составила для $D[m_4]$ $-0,2\%$, а для $\text{cov}(m_4, m_2)$ меньше $0,1\%$.

Таким образом, с достаточной для практики точностью определены все составляющие, необходимые для получения стандартных ошибок (12)–(14), (17), измерения содаром параметров ортогональных компонент горизонтальной скорости ветра.

4. Сравнение точностных характеристик

Вначале полагаем, что в качестве $\hat{M}(V_r)$ используются выборочные средние [3] и $N_r = N$ для всех трех каналов содара. Оценки параметров для первого, «прямого», способа измерений обозначим индексом *dir*. Тогда, при выполнении ранее сделанных предположений, можно показать идентичность оценок средних, т.е. $\hat{M}_{dir}(u) = \hat{M}(u)$ и $D[\hat{M}_{dir}(u)] = D[\hat{M}(u)]$. А для оценок дисперсий, которые определяют стандартные отклонения *uv*-компонент, справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \hat{D}_{dir}(u) &= \hat{D}(u) + \\ &+ \frac{2}{N-1} \sum_{i=1}^N \sum_{r < k} u_r u_k [\dot{V}_r(i) \dot{V}_k(i) - \hat{M}(\dot{V}_r) \hat{M}(\dot{V}_k)], \end{aligned} \quad (18)$$

где \dot{V}_r — центрированная случайная величина. Из (18) следует: $M[\hat{D}_{dir}(u)] = M[\hat{D}(u)]$, т.е. в среднем результаты оценивания $D(u)$ двумя способами совпадают. Однако

$$D[\hat{D}_{dir}(u)] = D[\hat{D}(u)] + \frac{4}{N-1} \sum_{r < k} u_r^2 u_k^2 D(V_r) D(V_k),$$

где $D[\hat{D}(u)]$ определяется выражением (15). Следовательно, величины стандартных ошибок оценок стандартных отклонений *uv*-компонент для первого способа больше аналогичных значений, соответствующих второму методу. Это справедливо также для оценок асимметрии и эксцесса, причем указанная разница значений ошибок увеличивается с ростом порядка используемого выборочного момента, т.е. она максимальна для $\hat{\varepsilon}$. При использовании в качестве $\hat{M}(V_r)$ различных медианных оценок [3] представленные выводы практически не изменяются. (Последние два утверждения основываются на результатах проведенного моделирования измерительных алгоритмов для «прямого» и косвенного способов при различных распределениях радиальных компонент $W_r(V_r)$ [3]).

5. Интервальные оценки параметров *uv*-компонент

Для более полного представления о точности и надежности приведенных выше точечных оценок \hat{g} (6), (7), (10), (11) параметров *uv*-компонент горизонтальной скорости ветра необходимо перейти к соответствующим интервальным характеристикам.

Учитывая аналогичность этих измеряемых параметров рассмотренным в [3], снова реализуем подход, основанный на использовании свойств 90%-х доверительных интервалов $I_{0,9}$ [10]. При этом для всех оценок \hat{g} , следуя [3], определялись соответствующие минимальные объемы выборок N_{\min} , начиная с которых становилось возможным практическое использование данного подхода. Проведенное моделирование показало непротиворечивость между полученными N_{\min} и приведенными в [3]. В итоге, если для всех каналов содара выполняется $N_r \geq N_{\min}$, то результат измерения любого из рассмотренных параметров g uv -компонент с 90%-й доверительной вероятностью можно представить в виде

$$g_{0,9} = \hat{g} \pm 1,6\sigma(\hat{g}) \quad (19)$$

(соответствующие значения N_{\min} приведены в [3]).

6. Экспериментальные результаты

Проиллюстрируем вышеизложенное на примере измерения содаром «Волна-3» высотных профилей параметров продольной компоненты скорости ветра двумя рассмотренными способами при различных временах усреднений: $T_{av} = 18$ мин (рис. 1) и $T_{av} = 60$ мин (рис. 2–5). При этом на рис. 1, 2 результаты измерений среднего $\hat{M}(u)$ обозначены как $M(u)$, стандартного отклонения $\hat{\sigma}(u)$ как $\sigma(u)$ (см. рис. 3), коэффициентов асимметрии $\hat{\chi}(u)$ (см. рис. 4) и эксцесса $\hat{\epsilon}(u)$ (см. рис. 5) как $\chi(u)$, $\epsilon(u)$. Следуя (19), нанесены также и величины соответствующих 90%-х доверительных интервалов.

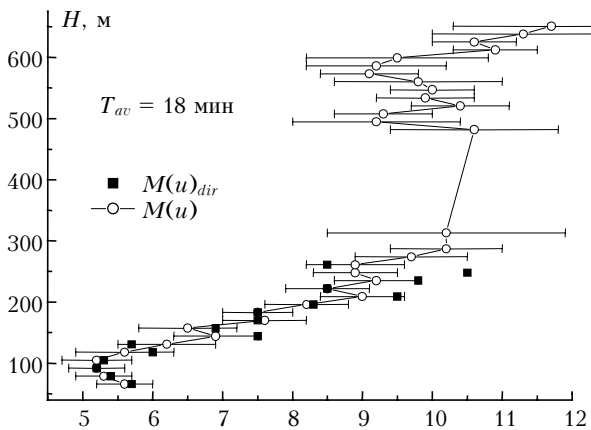


Рис. 1. Среднее значение продольной компоненты u , м/с

Высотные профили, представленные на рис. 1, получены в пригороде Томска 26 января 2000 г. в 18 ч 35 мин, а на рис. 2–5 – 20 ноября 1999 г. в 19 ч 34 мин. Мы не описываем физические состояния атмосферы во время проведения указанных измерений, которые привели к данным достаточно нестандартным профилям. Наша цель – дать сравнение двух способов оценивания параметров uv -компонент и показать их реально достигаемые точностные характеристики. Отметим только, что, по

данным факсимильной записи содара, 26 января 2000 г. в течение всего дня, выше 500 м, наблюдалась приподнятая температурная инверсия. Это привело к наличию с указанных высот (до $H_{\max} \approx 650$ м) эхосигнала, мощность которого была достаточной для измерения средних значений u косвенным способом пусть и с достаточно большими $I_{0,9}$ (см. рис. 1). В то же время величина эхосигнала была недостаточной для аналогичных измерений «прямым» способом, согласно которому поканальное накопление «мгновенных» радиальных компонент $V_r(i)$ не производится. Общей областью, где были возможны измерения характеристик u «прямым» и косвенным способами, является диапазон высот 60–260 м.

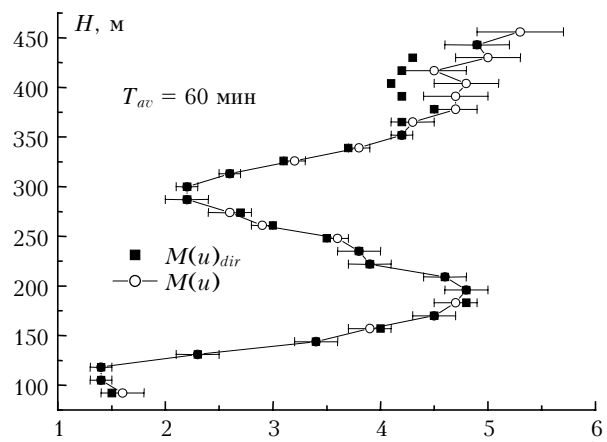


Рис. 2. Среднее значение продольной компоненты u , м/с

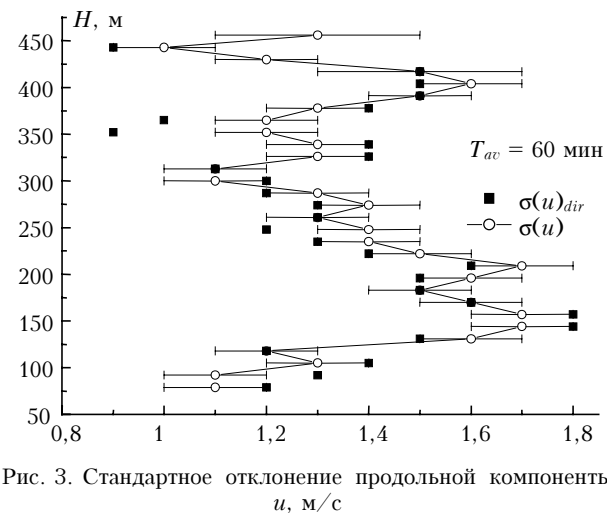


Рис. 3. Стандартное отклонение продольной компоненты u , м/с

Отметим достаточно хорошее совпадение и коррелированность полученных данных этими двумя методами. Так, $I_{0,9}$ для $\hat{M}(u)$, кроме высоты 248 м, покрывают значения $M(u)_{dir}$. При этом для указанной H доверительные интервалы обоих способов перекрываются. (Чтобы излишне не перегружать рис. 1–3, $I_{0,9}$ для «прямого» метода не показаны). Средняя часть рассматриваемого высотного интервала характеризовалась наличием очень слабых эхосигналов, что, в итоге, привело к полной

невозможности измерения скорости ветра. Указанные границы неуверенного приема акустических сигналов хорошо видны на рис. 1. Они отмечены резким скачком величин доверительных интервалов: так, для $H = 313$ м $I_{0,9} \approx 3,4$ м/с.

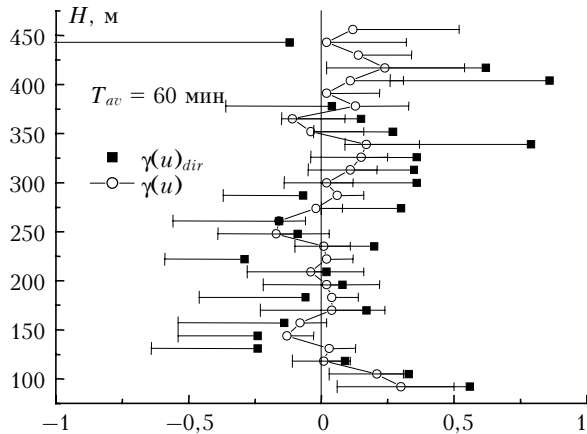


Рис. 4. Коэффициент асимметрии продольной компоненты

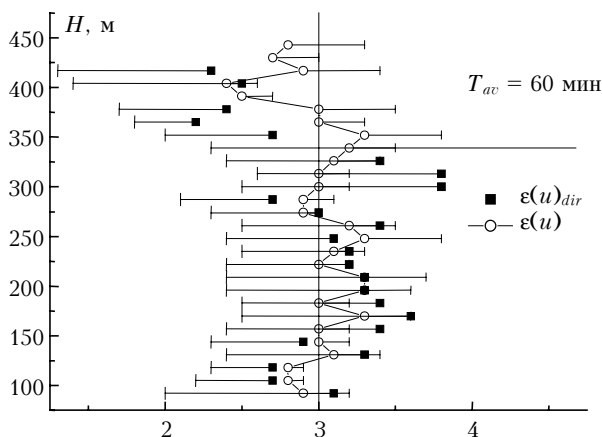


Рис. 5. Коэффициент эксцесса продольной компоненты

С ростом времени усреднения максимально достижимая высота измерения параметров uv -компонент горизонтального ветра «прямым» способом, как правило, также увеличивается, приближаясь к H_{\max} косвенного способа (см. рис. 2–5). При наличии устойчивого эхосигнала во всех трех радиальных каналах отклонение $M(u)_{dir}$ от $M(u)$ (см. рис. 2) весьма незначительно. Оно увеличивается, только начиная с $H \approx 390$ м. Последнее можно объяснить тем, что с уменьшением мощности эхосигнала $M(u)_{dir}$, в силу вышеуказанных причин, определяется только по некоторой части измеренных содаром $V_r(i)$. А оценка $M(u)$ использует весь полученный статистический ансамбль данных. Однако доверительные интервалы для обоих способов по-прежнему перекрываются. Аналогичные выводы, хоть и в несколько меньшей степени, справедливы и для оценивания высотных профилей $\sigma(u)$ (см. рис. 3). При этом снова либо отклонения $\sigma(u)$ от $\sigma(u)_{dir}$ незначительны, либо их доверительные ин-

тервалы перекрываются. Указанное не выполняется лишь для $H \approx 352$ м. Однако разница между $\sigma(u)$ и $\sigma(u)_{dir}$ не столь и значительна, она не превосходит 0,3 м/с.

Результаты измерений коэффициентов асимметрии и эксцесса $\gamma(u)_{dir}$, $\epsilon(u)_{dir}$ осциллируют возле достаточно гладких высотных профилей $\gamma(u)$ и $\epsilon(u)$ (см. рис. 4, 5). Причем в верхней части высотного интервала размах отклонений может быть достаточно большим. При этом несколько точечных оценок $\gamma(u)_{dir}$, $\epsilon(u)_{dir}$ можно считать недостоверными. Они характеризуются резким скачком величин доверительных интервалов: так, для $H \approx 340$ м $I_{0,9}[\epsilon(u)_{dir}] \approx 4,8$. Но и в этой ситуации данное $I_{0,9}$ накрывает соответствующее точечное значение $\epsilon(u)$. (Заметим, что для «прямого» способа измерений показана только левая часть $I_{0,9}$, а для косвенного — правая). Поэтому в данном случае, в принципе, также можно говорить о непротиворечивости получаемых данных двумя способами обработки, если в качестве соответствующего измерения принимать его интервальную форму (19).

Выводы

В целом на основе опыта применения в содаре «Волна-3» двух рассмотренных методов оценивания параметров продольных и поперечных компонент горизонтальной скорости ветра можно прийти к следующим выводам. Использование «прямого» и косвенного способов измерения средних значений u -компоненты при наличии достаточно мощных эхосигналов приводит к практически одинаковым результатам. При этом среднее значение v -компоненты всегда нулевое. Несколько большие отличия наблюдаются при измерении их стандартных отклонений. Но в основном эта разница статистически не значима, что не всегда выполняется при оценивании коэффициентов асимметрии и эксцесса.

«Прямые» измерения указанных параметров характеризуются значительно большей неопределенностью получаемых данных по сравнению с косвенными измерениями. Это проявляется большей изрезанностью соответствующих высотных профилей и их существенно увеличенными доверительными интервалами. В итоге значительно затрудняется практическое использование данного способа для измерения асимметрии и эксцесса.

Необходимо также отметить трудность корректного оценивания эксцессов uv -компонент, если их вероятностные распределения характеризуются наличием «утяжеленных хвостов». Указанному примерно соответствуют значения $\epsilon > 3,8$. При этом для определения ϵ с приемлемой статистической точностью нужны значительные объемы выборок N_r исходных данных в каждом радиальном канале содара, причем тем больше, чем больше оцениваемый эксцесс. Ориентировочно величины N_r должны составлять несколько сотен значимых однородных отсчетов V_r , что в случае акустического зондирования не всегда можно достигнуть.

Несомненное преимущество косвенного метода проявляется при наличии слабых эхосигналов и при малых временах усреднений, что, в итоге, позволяет увеличить высоту зондирования (иногда на 100–250 м относительно первого способа).

Используя соотношения, приведенные в статье, можно оценить степень неопределенности измеряемых содаром параметров *uv*-компонент горизонтальной скорости ветра, что позволяет более правильно интерпретировать результаты акустического зондирования атмосферы.

Автор благодарен С.Л. Одинцову за полезные обсуждения рассмотренных вопросов.

1. *Balsler M., Netterville D.* Measuring Wind Turbulence with Doppler-Acoustic Radar // *J. Appl. Meteorol.* 1981. V. 20. № 1. P. 27–35.
2. *Remtech* Doppler Sodar. Operating Manual DT94/003. 2000. 114 p.
3. *Федоров В.А.* Измерение содаром «Волна-3» параметров радиальных компонент вектора скорости ветра //

Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 2. С. 151–155.

4. *Красненко Н.П.* Акустическое зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1986. 168 с.
5. *Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К.* Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 264 с.
6. *Гладких В.А., Макиенко А.Э., Федоров В.А.* Акустический доплеровский локатор «Волна-3» // *Оптика атмосф. и океана.* 1999. Т. 12. № 5. С. 437–444.
7. *Грановский В.А., Сирая Т.Н.* Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с.
8. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1976. 648 с.
9. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Наука, 1964. 576 с.
10. *Новицкий П.В.* Об особых свойствах 95% квантили большого класса распределений и предпочтительных значениях доверительной вероятности при указании погрешностей приборов и измерений // *Метрология.* 1979. № 2. С. 4–12.

V.A. Fedorov. On sodar measurements of longitudinal and lateral components of horizontal wind velocity.

Algorithms for determination of means, standard deviations, asymmetry and access coefficients of the longitudinal and lateral components of the horizontal wind velocity by the VOLNA-3 sodar for any three-channel sensing schemes are described. Two possible approaches to development of measurement algorithms and estimation of their errors are considered. Sodar measurements of vertical profiles of the parameters under study are exemplified.