«Оптика атмосферы», **3**, № 10 (1990)

УДК 535.361

А.Н. Валентюк

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ЧЕРЕЗ АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ

Развита статистическая теория переноса оптического изображения через атмосферу Земли. Найдены функции распределения следующих характеристик: яркости атмосферной дымки, оптических передаточных функций и яркости излучения, отраженного системой «атмосфера – поверхность Земли».

К настоящему времени опубликован целый ряд работ, посвященных анализу переноса оптического изображения через земную атмосферу (см., например, [1, 2]). Для всех них характерен детерминированный подход к проблеме, когда атмосфера Земли рассматривается как линейная изображающая система с детерминированными параметрами рассеяния. Такая модель является достаточно грубым приближением к действительности, так как не учитывает наблюдающиеся на практике случайные флуктуации параметров атмосферы во времени и пространстве [3, 4]. В результате такого рода флуктуаций случайным образом флуктуируют и характеристики атмосферы, определяющие условия переноса через нее оптического изображения. Изучению статистических характеристик этих флуктуаций и посвящена данная статья.

Рассмотрим следующие характеристики, необходимые для прогнозирования качества оптического изображения: яркость атмосферной дымки – D; коэффициент диффузного пропускания – T; оптическую передаточную функцию (ОПФ) атмосферы – $\tau(\omega)$; ОПФ системы «атмосфера – подстилающая поверхность» [5] – $\tau_p(\omega)$; яркость излучения, отраженного этой системой, – I. Будем использовать следующую статистическую модель атмосферы: индикатриса рассеяния $i(\cos\gamma)$ и показатель выживания кванта света в однократном акте рассеяния Λ по высоте постоянны и детерминированы, случайные флуктуации показателя рассеяния $\sigma(z)$ атмосферы с высотой имеют среднее значение $\langle\sigma(z)\rangle$ и характеризуются корреляционной функцией $R_{\sigma\sigma}(z_1; z_2)$. Очевидно, что в рамках такой модели предполагается, что флуктуации параметров рассеяния по высоте обусловлены только изменением концентрации рассеивающих частиц. Горизонтальными флуктуациями параметров рассеяния атмосферы будем пренебрегать.

Случайные реализации рассматриваемых характеристик могут быть найдены на основе [5, 6] и имеют вид:

$$D = Bm/\alpha\,[1 - \exp(-\alpha\tau_\sigma/m];\tag{1}$$

$$T(\mu) = \exp(-\alpha\tau_\sigma/\mu);\tag{2}$$

$$\tau(\omega) = \exp[-(1-\Phi)\,\tau_f(\omega)/\mu;\tag{3}$$

$$\tau_p(\omega) = \tau(\omega)/[1 + (\pi D/\beta_0 E_0 T(\mu_0)\,T(\mu))];\tag{4}$$

$$I = D + \frac{\beta_0}{\pi}\frac{E_0}{1 - \dfrac{\beta_0 A}{\pi}}\,T(\mu_0)\,T(\mu),\tag{5}$$

где

$$B = \frac{\Lambda i(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{\Omega}_0)\,E_0}{4\pi\mu_0\mu},\ \ \alpha = 1 - \Lambda^*,\ \ \Lambda^* = \Lambda(1-\Phi),$$

$$\tau_\sigma = \int\limits_0^{z_s}\sigma(u)\,du,\quad \tau_f(\omega) = \int\limits_0^{z_s}\sigma(u)\,F(\omega u)\,du,$$

$$F(\omega u) = 1 - \frac{1}{2}\int\limits_0^{\pi/2} i(\gamma)\,\gamma J_0\left(\frac{\omega u}{\mu}\gamma\right)d\gamma,\ \ m^{-1} = \mu_0^{-1} + \mu^{-1},$$

Φ — доля света, рассеиваемого назад в однократном акте рассеяния; $\beta_0 = \beta_0(\mathbf{\Omega}; \mathbf{\Omega}_0)$ — коэффициент яркости поверхности Земли, $\mathbf{\Omega}$ и $\mathbf{\Omega}_0$ — единичные векторы, определяющие направления наблюдения и освещения; A — альбедо слоя атмосферы; E_0 — освещенность верхней поверхности атмосферы Солнцем; μ и μ_0 — направляющие косинусы векторов $\mathbf{\Omega}$ и $\mathbf{\Omega}_0$ с вертикальной осью z; $J_0(x)$ — функция Бесселя; z_s — толщина слоя атмосферы.

Анализ (1)–(5) показывает, что флуктуации всех рассматриваемых характеристик обусловлены флуктуациями двух зависящих от профиля $\sigma(z)$ величин — τ_σ и τ_f. Считая, что известна функция распределения (плотность вероятности) этих величин $f(\tau_\sigma, \tau_f)$, из (1)–(3) для функций распределения яркости атмосферной дымки $f_d(D)$, коэффициента диффузного пропускания $f_t(T)$ и ОПФ $f_\tau(\tau; \omega)$ получим:

$$f_d(D) = \int_0^\infty \frac{d\tau_f}{B - \frac{\alpha D}{m}} f\left[-\frac{m}{\alpha}\ln\left(1 - \frac{\alpha D}{Bm}\right); \ \tau_f\right]; \tag{6}$$

$$f_t(T) = \int_0^\infty \frac{\mu d\tau_f}{\alpha T} f\left(-\frac{\mu}{\alpha}\ln T; \ \tau_f\right); \tag{7}$$

$$f_\tau(\tau; \ \omega) = \int_0^\infty \frac{\mu d\tau_\sigma}{(1-\Phi)\tau_\omega} f\left[\tau_\sigma; \ -\frac{\mu \ln \tau_\omega}{1-\Phi}\right], \tag{8}$$

где $\tau_\omega = \tau(\omega)$.

Из (4), пренебрегая очень слабым влиянием флуктуаций альбедо атмосферы A на ОПФ $\tau_p(\omega)$, при детерминированных значениях коэффициента яркости поверхности получим выражение для функции распределения ОПФ $\tau_p(\omega)$:

$$f_{\tau_p}(\tau; \ \omega) = \int_0^\infty \frac{\mu d\tau_\sigma}{\tau_{p\omega}} f\left[\tau_\sigma; \ -\mu \ln \tau_{p\omega} \frac{1 + \exp(-\alpha\tau_\sigma/m)(\beta_0 C - 1)}{\beta_0 C \exp(-\alpha\tau_\sigma/m)}\right], \tag{9}$$

где

$$\tau_{p\omega} = \tau_p(\omega), \ \ C = \frac{4\mu_0\mu\alpha}{\Lambda i(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{\Omega}_0)\, m\left[1 - \frac{\beta_0 \langle A \rangle}{\pi}\right]},$$

а угловые скобки определяют операцию усреднения.

Функция распределения яркости излучения, отраженного системой «атмосфера—подстилающая поверхность», $f_1(I)$ может быть найдена в более общем случае, когда коэффициент яркости поверхности β_0 случаен и описывается функцией распределения $f_1(\beta_0)$. Тогда

$$f_1(I) = \int_0^\infty\int_0^\infty \frac{m d\beta_0 d\tau_f}{|Bm - \alpha I|} f_1(\beta_0) f\left(\frac{m}{\alpha}\ln\frac{G\beta_0\alpha - Bm}{\alpha I - Bm}, \ \tau_f\right), \tag{10}$$

где $G = \dfrac{E_0}{\pi - \langle\beta_0\rangle\langle A\rangle}$. При выводе (10), аналогично (9), в (5) мы пренебрегли незначительным влиянием флуктуаций члена $1 - \dfrac{\beta_0 A}{\pi}$ на яркость отраженного излучения.

В ряде случаев для расчета функций распределения вместо функции распределения $f(\tau_\sigma; \tau_f)$ достаточно знать функцию распределения случайной величины τ_σ:

$$f_\sigma(\tau_\sigma) = \int_0^\infty d\tau_f\, f(\tau_\sigma; \ \tau_f)$$

и функцию распределения случайной величины τ_f:

$$f_\omega(\tau_f) = \int_0^\infty d\tau_\sigma\, f(\tau_\sigma; \ \tau_f).$$

Тогда

$$f_{d}(D)=\frac{f_{\sigma}\left[-\frac{m}{\alpha}\ln\left(1-\frac{\alpha D}{Bm}\right)\right]}{B\left(1-\frac{\alpha D}{Bm}\right)};$$

$$f_{t}(T)=\frac{\mu}{\alpha T}f_{\sigma}\left(-\frac{\mu}{\alpha}\ln T\right); \tag{11}$$

$$f_{\tau}(\tau;\ \omega)=\frac{\mu}{(1-\Phi)\,\tau_{\omega}}f_{\omega}\left(-\frac{\mu}{1-\Phi}\ln\tau_{\omega}\right).$$

В том случае, когда флуктуации параметров рассеяния не слишком велики для расчетов флуктуаций характеристик световых полей в атмосфере, может использоваться нормальная функция распределения:

$$f(\tau_{\sigma};\ \tau_{f})=(2\pi)^{-1}\,(\sigma_{\tau}^{2}\,\sigma_{f}^{2}-R_{\sigma f})^{-1/2}\exp\{-2^{-1}(\sigma_{\tau}^{2}\sigma_{f}^{2}-R_{\sigma f})^{-1}[\sigma_{f}^{2}\,(\tau_{\sigma}-<\tau_{\sigma}>)^{2}-$$

$$-2R_{\sigma f}\,(\tau_{\sigma}-<\tau_{\sigma}>(\tau_{f}-<\tau_{f}>)+\sigma_{\tau}^{2}\,(\tau_{f}-<\tau_{f}>)^{2}]\}, \tag{12}$$

где $\langle\tau_{\sigma}\rangle$ и σ_{τ}^{2}, $\langle\tau_{f}\rangle$ и σ_{f}^{2} соответственно средние значения и дисперсии τ_{σ} и τ_{f}; $R_{\sigma f}$ – их коэффициент корреляции. Все эти величины можно найти, зная среднее значение $\langle\sigma(z)\rangle$ и функцию корреляции $R_{\sigma\sigma}(z_1;\ z_2)$:

$$<\tau_{\sigma}>=\int_{0}^{s}<\sigma(z)>dz,$$

$$<\tau_{f}>=\int_{0}^{z_s}<\sigma(z)>F(\omega z)\,dz,$$

$$\sigma_{\tau}^{2}=\int_{0}^{z_s}\int_{0}^{z_s}R_{\sigma\sigma}(z_1;\ z_2)\,dz_1dz_2,$$

$$\sigma_{f}^{2}=\int_{0}^{z_s}\int_{0}^{z_s}R_{\sigma\sigma}(z_1;\ z_2)\,F(\omega z_1)\,F(\omega z_2)\,dz_1dz_2, \tag{13}$$

$$R_{\sigma f}=\int_{0}^{z_s}\int_{0}^{z_s}R_{\sigma\sigma}(z_1;\ z_2)\,F(\omega z_1)\,dz_1dz_2.$$

Найдем средние значения и дисперсии рассматриваемых случайных величин. Очевидно, что в этом случае среднее значение I

$$<I>=<D>+<\beta_0>G<T(m)>,$$

а дисперсия

$$\sigma_{i}^{2}=\sigma_{d}^{2}+2<\beta_0>GR_{td}+G^{2}\,[\sigma_{\beta}^{2}\,\sigma_{t}^{2}+\sigma_{\beta}^{2}<T(m)>^{2}+<\beta_0>^{2}\sigma_{t}^{2}],$$

где $T(m)=T(\mu_0)\mathrm{T}(\mu)$; $\langle D\rangle$ и $\langle T(m)\rangle$ – средние значения D н $T(m)$; σ_{t}^{2}, σ_{d}^{2} и σ_{β}^{2} – дисперсии $T(m)$, D и β_0; R_{td} – коэффициент корреляции случайных величин $T(m)$ и D. Обозначив $\Phi_{\sigma}(v)$ характеристическую функцию случайной величины τ_{σ}, легко получим:

$$<D>=\frac{Bm}{\alpha}\left[1-\Phi_{\sigma}\left(i\frac{\alpha}{m}\right)\right],\ <T(m)>=\Phi_{\sigma}\left(i\frac{\alpha}{m}\right),$$

$$\sigma_{d}^{2}=\frac{B^{2}m^{2}}{\alpha^{2}}\sigma_{t}^{2},\ \sigma_{t}^{2}=\Phi_{\sigma}\left(2i\frac{\alpha}{m}\right)-\Phi_{\sigma}^{2}\left(i\frac{\alpha}{m}\right),\ R_{td}=-\frac{Bm}{\alpha}\sigma_{t}^{2}.$$

Достаточно просто могут быть записаны выражения для среднего значения ОПФ атмосферы $\langle\tau(\omega)\rangle$ и дисперсии $\sigma^2_{\tau\omega}$ этой величины. Согласно (3), для этого достаточно знать характеристическую функцию случайной величины $\tau_f(\omega)-\Phi_\omega(v)$. Очевидно, что

$$<\tau(\omega)> = \Phi_\omega\left[\frac{i(1-\Phi)}{\mu}\right],$$

$$\sigma^2_{\tau\omega} = \Phi_\omega\left[\frac{2i(1-\Phi)}{\mu}\right] - \Phi^2_\omega\left[\frac{i(1-\Phi)}{\mu}\right].$$

Аналогичным образом могут быть найдены и моменты более высокого порядка рассматриваемых случайных величин.

В качестве примера рассмотрим статистические параметры флуктуаций характеристик для модели атмосферы с функцией корреляции

$$R_{\sigma\sigma}(z_1;\ z_2) = D^2_\sigma \exp(-gz_1 - gz_2 - p|z_1 - z_2|), \tag{14}$$

где p и g — параметры аппроксимации; D^2_σ — дисперсия показателя рассеяния у поверхности Земли; $D^2_\sigma \exp(-2gz)$ — закон убывания дисперсии показателя рассеяния с высотой. Индикатрису рассеяния атмосферы будем описывать малоугловой аппроксимацией Хеньи-Гринстейна [7]:

$$i(\gamma) = 2\varkappa/(\varkappa^2 + \gamma^2)^{3/2},$$

где $\varkappa = (1-\bar{\mu})\bar{\mu}^{-1/2}$; $\bar{\mu}$ — средний косинус угла рассеяния. В этом случае, как легко убедиться,

$$\sigma^2_\tau = D^2_\sigma I(p;\ g;\ g),$$

$$\sigma^2_f = D^2_\sigma [I(p;\ g;\ g) - I(p;\ g+\zeta;\ g) - I(p;\ g;\ g+\zeta) + I(p;\ g+\zeta;\ g+\zeta)], \tag{15}$$

$$R_{\sigma_f} = D^2_\sigma [I(p;\ g;\ g) - I(p;\ g;\ g+\zeta)],$$

где $\zeta = \varkappa\omega$,

$$I(p;\ f_1;\ f_2) = \frac{1-\exp(-(f_1+p)z_s)}{(f_2-p)(f_1+p)} - \frac{2p}{f_2^2 - p^2}\cdot$$

$$\frac{1-\exp(-(f_1+f_2)z_s)}{f_1+f_2} - \exp(-(f_2+p)z_s)\frac{1-\exp(-(f_1-p)z_s)}{(f_2+p)(f_1-p)}.$$

На рис. 1, 2 приведены результаты расчета по (11), (12), (15) функций распределения коэффициентов диффузного пропускания и ОПФ атмосферы в зависимости от коэффициента вариации показателя рассеяния $V_\sigma = D_\sigma/\langle\sigma\rangle$. Считалось, что V_σ не зависит от высоты. Как видно из представленных данных, увеличение флуктуаций показателя рассеяния приводит к увеличению плотности вероятностей в области малых и больших значений T и $\tau(\omega)$.

Для нормальной функции распределения σ функции распределения T и $\tau(\omega)$ имеют, согласно (11), логарифмически нормальный вид. Средние значения T и $\tau(\omega)$ при наблюдении в надир в этом случае равны:

$$<T> = T_0 \exp(\alpha^2\sigma^2_\tau/2),\ <\tau(\omega)> = \tau_0(\omega)\exp((1-\Phi)^2\sigma^2_f/2),$$

дисперсии этих величин

$$\sigma^2_t = T^2_0 [\exp(2\alpha^2\sigma^2_\tau) - \exp(\alpha^2\sigma^2_\tau)],$$

$$\sigma^2_{\tau\omega} = \tau^2_0(\omega)[\exp(2\alpha^2\sigma^2_f) - \exp(\alpha^2\sigma^2_f)].$$

Здесь T_0 и $\tau_0(\omega)$ соответственно коэффициент диффузного пропускания и ОПФ атмосферы с усредненными параметрами. Относительные флуктуации T и $\tau(\omega)$, очевидно, равны

$$\delta_t = \sqrt{\exp(\alpha^2\sigma_\tau^2) - 1},$$
$$\delta_\omega = \sqrt{\exp((1 - \Phi)^2\sigma_t^2) - 1}.$$

Оценки показывают, что для безоблачных условий всегда $\alpha^2\sigma_\tau^2 \ll 1$, поэтому $\delta_t \approx \alpha\sigma_\tau$. Значения δ_ω тем больше, чем больше пространственная частота ω. Максимум δ_ω достигается при $\omega \to \infty$ и равен при $\sigma_t^2 \lesssim 1(1-\Phi)\sigma_\tau$. Для типичных атмосферных условий $\Lambda \simeq 0{,}8$, $\Phi \simeq 0{,}05$, $\alpha \simeq 0{,}24$, $1-\Phi \simeq 0{,}95$. Это означает, что величина максимальных относительных флуктуаций ОПФ атмосферы примерно равна среднеквадратической дисперсии флуктуаций оптической толщи σ_τ, величина относительных флуктуаций коэффициента диффузного пропускания примерно в четыре раза меньше.

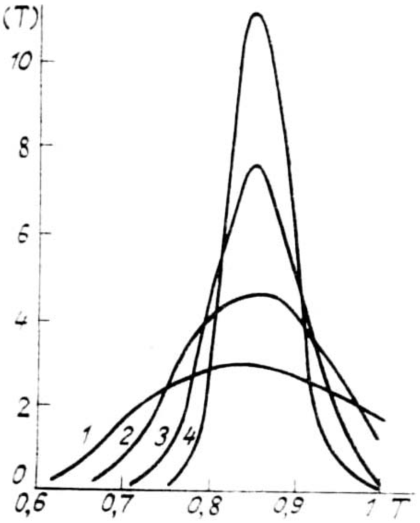

Рис. 1. Функция распределения коэффициента диффузного пропускания атмосферы при $\mu = \mu_0 = 1{,}0$, $\langle\tau_\sigma\rangle = 0{,}5$, $p = 4{,}0$ км$^{-1}$, $V_\sigma = 4{,}0$ (*1*), 2,5 (*2*), 1,5 (*3*), 1,0 (*4*), горизонтальной метеорологической дальности видимости $S = 20$ км

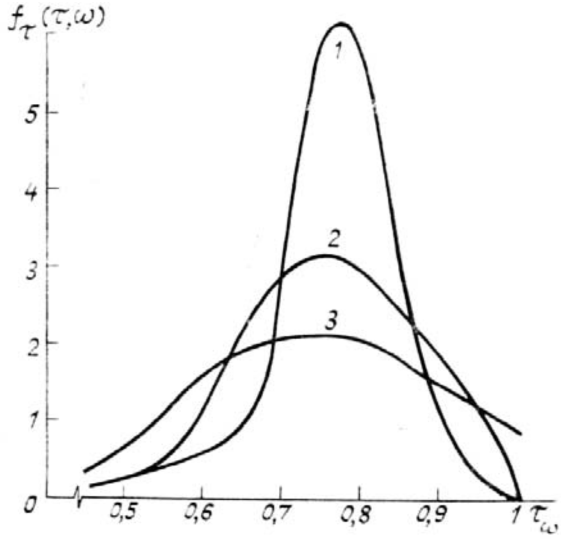

Рис. 2. Функция распределения ОПФ атмосферы, вычисленная для $\langle\tau_\sigma\rangle = 0{,}5$, $\mu = 1{,}0$, $\varkappa\omega/g = 1{,}0$, $p/g = 1{,}0$, $V_\sigma = 0{,}5$ (*1*), 1,0 (*2*), 1,5 (*3*)

1. Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
2. Перенос изображения в земной атмосфере. (Сб. статей). Томск: ТФ СО АН СССР, 1988. 148 с.
3. Малкевич М.С. Оптические исследования атмосферы со спутников. М.: Наука, 1973. 303 с.
4. Креков Г.М., Кавкянов С.И., Крекова М.М. Интерпретация сигналов оптического зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 185 с.
5. Валентюк А.Н., Пехтерева Е.В. //ЖПС. 1988. Т. 48. № 5. С. 738.
6. Валентюк А.Н. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 8. С. 839.
7. Валентюк А.Н. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 1. С. 103.

Могилевское отделение института физики АН БССР,
г. Могилёв

Поступила в редакцию
1 декабря 1989 г.

A.N. Walentjuk. **Statistical Model of Optical Image Transfer Through Earth's Atmosphere**.

Statistical theory of optical image transfer through Earth's atmosphere is developed. The distribution functions are found for following characteristics: brightness of atmospheric haze, optical transfer function and brightness of radiation, reflected by atmosphere-Earth's surface system.