

В.В. Носов, О.Н. Емалеев, В.П. Лукин, Е.В. Носов

Полуэмпирические гипотезы теории турбулентности в анизотропном пограничном слое

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 22.02.2005 г.

Установлено, что теория подобия турбулентных течений может быть распространена на произвольный анизотропный пограничный слой. С использованием полуэмпирических гипотез теории турбулентности теоретически и экспериментально показано, что произвольный анизотропный пограничный слой можно считать локально слабо анизотропным. За исключением тензора коэффициентов турбулентной теплопроводности, в окрестности каждой точки слоя выполняются положения теории изотропного слоя (для плоскопараллельных течений). В произвольном пограничном слое основным параметром турбулентности является изменяющееся число Монина–Обухова. Установлено, что анизотропный пограничный слой может быть заменен на эффективный изотропный слой. Получены теоретические выражения для вертикального внешнего масштаба турбулентности в анизотропном пограничном слое, показано совпадение экспериментальных значений внешнего масштаба с теоретическими.

Введение

Как известно, теория турбулентности исходит из описания течений жидкостей и газов на основе уравнений гидродинамики. Полное статистическое описание случайных гидродинамических полей дается характеристическим функционалом [1, 3, 4]. Характеристический функционал содержит информацию о бесконечной совокупности моментов полей и удовлетворяет динамическим уравнениям с функциональными производными. Приемлемых методов решения таких уравнений в настоящее время не существует. В то же время для многих практических задач достаточно определить лишь статистические моменты низших порядков. Поэтому исследования в теории турбулентности по традиции опираются на систему уравнений Рейнольдса, являющуюся результатом осреднения уравнений гидродинамики [1–6]. Однако в системе уравнений Рейнольдса число неизвестных превосходит число уравнений. Замыкание этой системы обычно производится путем задания некоторых соотношений между моментами гидродинамических полей. Указанные соотношения, найденные из экспериментов или полученные из физических соображений (например, из соображений размерности), носят название полуэмпирических гипотез теории турбулентности.

Основные полуэмпирические гипотезы обычно сводятся к заданию связи между вторыми моментами пульсаций (отклонений от среднего) скорости $\overline{v'_i v'_j}$ и температуры $\overline{v'_j T'}$ и осредненными полями скорости \overline{v}_i и температуры \overline{T} . Эти гипотезы опираются, как правило, на аналогию между турбулентными и молекулярными движениями. Так,

присутствующие в осредненных уравнениях слагаемые $v \partial v_i / \partial x_j$ и $\chi \partial T / \partial x_j$ пропорциональны компонентам потоков количества движения и тепла (v — кинематическая вязкость; χ — теплопроводность). Они описывают среду без турбулентности и вызваны молекулярной диффузией. В турбулентной среде к указанным компонентам добавляются соответственно $-\overline{v'_i v'_j}$ и $-\overline{v'_j T'}$. Поэтому эти величины можно рассматривать как компоненты турбулентных потоков количества движения и тепла. В рамках полуэмпирической теории структура зависимостей турбулентных потоков количества движения и тепла от \overline{v}_i и \overline{T} будет такой же, как и в случае чисто молекулярной диффузии. Именно в общем случае анизотропной турбулентности полагают [1]:

$$\begin{aligned} \overline{v'_i v'_j} &= \overline{v'_n v'_n} \delta_{ij} / 3 - (K_{in} \Phi_{nj} + K_{jn} \Phi_{ni}) / 2; \\ \Phi_{ij} &= \partial \overline{v}_i / \partial x_j + \partial \overline{v}_j / \partial x_i; \\ \overline{v'_j T'} &= -K_{Tji} \partial \overline{T} / \partial x_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Компоненты K_{ij} симметричного тензора K в определениях (1) называются коэффициентами турбулентной вязкости, а компоненты K_{Tij} тензора K_T имеют смысл коэффициентов турбулентной теплопроводности или коэффициентов турбулентной диффузии для пассивной примеси, которой является потенциальная температура T (в пограничном слое можно не различать обычную и потенциальную температуры). Гипотезы (1) заменяют 12 компонент турбулентных потоков количества движения и тепла на 27 новых величин (по 6 компонент в симметричных тензорах K_{ij} и Φ_{ij} ,

9 — в тензоре K_{Tij} , три производных $\partial \bar{T} / \partial x_i$ и три компоненты в сумме $\overline{v'_n v'_n}$.

Известно [1, 3–7], что в плоскопараллельных течениях (между разнесенными плоскостями и в трубах) турбулентные явления в пограничном слое хорошо описываются полуэмпирическими гипотезами с применением только двух скалярных величин K и K_T (которые называются коэффициентами турбулентной вязкости и турбулентной теплопроводности соответственно). Частным случаем плоскопараллельного течения можно считать и турбулентность в пограничном слое земной атмосферы, если только рассматривать течения над протяженным участком земли, имеющим ровную, однородную (одинаковую по структуре) и одинаково нагретую поверхность. Как видно из (1), для плоскопараллельных течений тензоры K и K_T изотропны ($K_{ij} = K \delta_{ij}$, $K_{Tij} = K_T \delta_{ij}$). В этой связи пограничный слой с изотропными тензорами K и K_T для краткости будем называть изотропным пограничным слоем. Если же хотя бы один из тензоров K и K_T не изотропен, то пограничный слой называем не изотропным (анизотропным).

На практике, однако, возникает потребность в некоторой детализации этих определений. Так, изотропный пограничный слой оказывается более общим понятием, чем пограничный слой в плоскопараллельных течениях. В отличие от плоскопараллельных течений в изотропном слое в общем случае могут реализоваться условия, когда горизонтальные производные и вертикальная компонента средней скорости не равны нулю. Такой случай естественно назвать слабо изотропным, оставив понятие изотропного (или сильно изотропного) пограничного слоя только для плоскопараллельных течений. Аналогичное разделение можно осуществить и для анизотропного пограничного слоя. Так, если один из тензоров K или K_T не изотропен, то пограничный слой можно назвать слабо анизотропным. Если же не изотропны оба тензора K , K_T , то слой можно назвать сильно анизотропным.

Понятие изотропного пограничного слоя (для плоскопараллельных течений) не связано с изотропностью самих гидродинамических полей. В изотропном слое имеется выделенное направление (расстояние от граничной плоскости), поэтому поля не будут изотропными.

Компоненты тензоров K и K_T можно представить в виде произведений среднеквадратического значения пульсаций скорости на компоненты тензоров масштабов турбулентности l_{ij} , l_{Tij} (масштабы — средние расстояния, на которые способны перемещаться турбулентные образования, сохраняя свою индивидуальность)

$$K_{ij} = \overline{v'_n v'_n}^{1/2} l_{ij}, \quad K_{Tij} = \overline{v'_n v'_n}^{1/2} l_{Tij}.$$

Для изотропных тензоров K , K_T эллипсоиды масштабов l_{ij} , l_{Tij} превращаются в шар. В общем случае тензоры l_{ij} и l_{Tij} не совпадают. Изменчивость масштабов температуры l_{Tij} обычно выше, чем масштабов скорости l_{ij} . Это видно в случае свободной

конвекции, когда отсутствует ветер и нет трения. Тогда турбулентность получает энергию не из энергии осредненного движения, а из энергии температурной неустойчивости и имеет характер вертикальных тепловых потоков. Поэтому, в первом приближении, в (1) тензор K можно считать изотропным (тензор $\overline{v'_i v'_j}$ все равно остается анизотропным). Тогда [1, 6]:

$$\overline{v'_i v'_j} = \overline{v'_n v'_n} \delta_{ij} / 3 - K (\partial \bar{v}_i / \partial x_j + \partial \bar{v}_j / \partial x_i),$$

$$\overline{v'_j T'} = -K_{Tij} \partial \bar{T} / \partial x_i \quad (2)$$

и количество неизвестных уменьшается до 22.

Полуэмпирические гипотезы активно применяются в исследованиях по турбулентной диффузии пассивных примесей, включая диффузию температуры. За основу обычно берутся гипотезы (2). Принятые в настоящее время выражения для коэффициентов K , K_{Tij} являются результатом обобщения экспериментальных данных, полученных над приблизительно ровной поверхностью (не в горных районах), и учитывают действие термической стратификации. Для средней скорости ветра, направленной вдоль оси x_1 , имеем [1]:

$$K_{Tij} = \beta_{ij} K_T, \quad K_T / K = \alpha, \quad \alpha = Pr^{-1}, \quad (3)$$

$$\beta_{33} = 1, \quad \beta_{11} = 8,04, \quad \beta_{22} = 4,21, \quad \beta_{13} = -3,51,$$

$$\beta_{31} = -0,49, \quad \beta_{12} = \beta_{21} = \beta_{23} = \beta_{32} = 0.$$

$$K = K(z) = \alpha V_* z / \varphi(\zeta), \quad \zeta = z/L,$$

$$K_T = K_T(z) = \alpha(z) K(z)$$

(погрешность определения коэффициентов β_{ij} не превышает 30% [1]). Здесь $\alpha = 0,4$ — постоянная Кармана; z — высота над подстилающей поверхностью ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$); $\varphi(\zeta)$ — универсальная функция подобия, задающая тип стратификации (рис. 1).

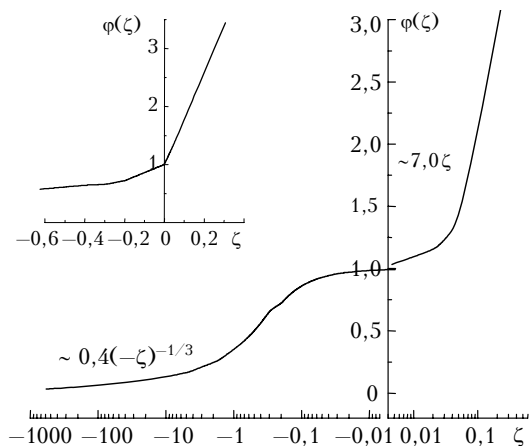


Рис. 1. Универсальная функция подобия $\varphi(\zeta)$. Построена сшиванием эмпирических значений (график слева сверху, данные А.С. Гурвича [7]) с известными асимптотиками [1]: $\varphi(\zeta) = 0,4(-\zeta)^{-1/3}$, $\zeta < 0$, $|\zeta| \ll \zeta_0$; $\varphi(\zeta) = 7,0\zeta$, $\zeta \gg \zeta_0$; $\zeta_0 = 0,05$ (погрешность измерений коэффициента 0,4 — около 20%, коэффициента 7,0 — около 40%)

Функция подобия зависит от параметра стратификации $\zeta = z/L$, в котором масштаб длины L называется масштабом Монина—Обухова (или тол-

щиной подслоя динамической турбулентности). Масштаб L имеет основополагающее значение в теории термически расслоенной атмосферы. Он введен в работах А.С. Монина, А.М. Обухова [2] из соображений размерности и определяется формулой

$$L = V_*^2 / (\alpha \bar{\alpha}^2 \beta T_*), \quad \beta = g / \bar{T}; \\ V_*^2 = - \overline{v_1' v_3'}; \quad \alpha \bar{\alpha} V_* T_* = - \overline{v_3' T'}, \quad (4)$$

где g — ускорение силы тяжести; \bar{T} — среднее значение абсолютной температуры; V_* — скорость трения (турбулентный масштаб скорости); T_* — турбулентный масштаб температурного поля. Для безразличной стратификации параметр ζ совпадает с динамическим числом Ричардсона Rf ($Rf = \zeta / \varphi(\zeta)$, $Ri = Rf / \alpha$). Поэтому, по аналогии с числом Ричардсона, величину ζ часто называют числом Монина–Обухова. Экспериментальные данные для отношения $\alpha(\zeta) = K_T / K$ показывают, что при безразличной ($|\zeta| \leq 0,05$) и неустойчивой ($\zeta < -0,05$) стратификациях величина $\alpha(\zeta)$ близка к постоянной, $\alpha \approx 1,17$, $Pr \approx 0,85$ (Pr — турбулентное число Прандтля) [1]. Однако при устойчивой стратификации ($\zeta > +0,05$) она может заметно уменьшаться (при сильной устойчивости).

В выражениях (3), (4) коэффициент турбулентной вязкости $K(z)$ соответствует изотропному пограничному слою, в котором характеристики V_* , T_* и \bar{T} считаются постоянными во всем слое. Поэтому масштаб Монина–Обухова L и число Монина–Обухова ζ (на заданной высоте z) являются числовыми параметрами турбулентного течения над всем рассматриваемым температурно-стратифицированным участком земной поверхности. Как видно из (3), тензор K_T анизотропен, т.е. пограничный слой (2)–(4) будет тоже анизотропным. Так как анизотропность пограничного слоя турбулентной диффузии (2)–(4) вызвана только анизотропностью температурного тензора K_{Tij} , а остальные характеристики соответствуют изотропному слою, то пограничный слой (2)–(4) будет слабо анизотропным слоем.

Соотношения (2)–(4) являются основными в теории подобия турбулентных течений в атмосфере. Эта теория обычно называется теорией подобия Монина–Обухова.

Особый интерес представляют турбулентные течения в горных регионах. Здесь уже не приходится ожидать постоянства масштаба Монина–Обухова над всей территорией региона. Над горным рельефом возникают устойчивые вихревые образования. Возмущения воздушных течений от таких роторных образований наблюдаются до больших высот (от горы высотой, например, 1 км — до 7–9 км [8]). В то же время в атмосферно-оптических исследованиях, в особенности в исследованиях по влиянию турбулентности на качество оптических изображений, часто приходится иметь дело с анизотропным пограничным слоем в горах (с целью уменьшения турбулентных искажений наземные приемные телескопы обычно устанавливаются на вершинах гор). Однако модели турбу-

лентности, разработанные для изотропного пограничного слоя, в горах не пригодны. Оценка пригодности модели анизотропного слоя (2)–(4) для гор не проведена. Поэтому представляет интерес экспериментальная проверка полуэмпирических гипотез (1) или (2) непосредственно для горных условий. Ранее такая проверка в нужном объеме не проводилась. Это связано с необходимостью регистрации (в каждой точке горного участка поверхности) экспериментальных данных одновременно для большого числа параметров.

В настоящей работе установлено, что теория подобия турбулентных течений может быть распространена на произвольный анизотропный пограничный слой. С использованием полуэмпирических гипотез теории турбулентности теоретически и экспериментально показано, что произвольный анизотропный пограничный слой можно считать локально слабо анизотропным. За исключением тензора коэффициентов турбулентной теплопроводности, в окрестности каждой точки слоя выполняются положения теории изотропного слоя (для плоскопараллельных течений). В произвольном пограничном слое основным параметром турбулентности является изменяющееся число Монина–Обухова. Установлено, что анизотропный пограничный слой может быть заменен на эффективный изотропный слой. Получены теоретические выражения для вертикального внешнего масштаба турбулентности в анизотропном пограничном слое, показано совпадение экспериментальных значений внешнего масштаба с теоретическими.

1. Теоретические представления для скоростей диссипации кинетической энергии ϵ и температуры N в анизотропном пограничном слое

Средние значения скорости диссипации кинетической энергии ϵ и скорости диссипации флуктуаций температуры N являются важными физическими характеристиками турбулентного движения среды. Они определяют интенсивность флуктуаций скорости и температуры. В соответствии с законом Колмогорова–Обухова структурные функции флуктуаций продольной скорости $D_r(r)$ и температуры $D_T(r)$ в инерционном интервале масштабов r выражаются через ϵ и N :

$$D_r(r) = C_V^2 r^{2/3} (C_V^2 = C_\epsilon \epsilon^{2/3}), \\ D_T(r) = C_T^2 r^{2/3} (C_T^2 = C_\theta \epsilon^{-1/3} N). \quad (5)$$

Константы C и C_θ называются постоянными Колмогорова и Обухова соответственно. Их численные значения с 10%-й погрешностью равны [1]: $C = 1,9$, $C_\theta = 3,0$. Величины C_V^2 [(м/с)²·см^{-2/3}] и C_T^2 [град²·см^{-2/3}] — структурные характеристики флуктуаций продольной скорости и температуры.

Величины ϵ и N выражаются [1, 3] через статистические моменты $\overline{v_1' v_1'}$, $\overline{v_3' T'}$ следующим образом:

$$\varepsilon = - \overline{v'_j v'_j} \partial \overline{v}_i / \partial x_j + \overline{v'_3 T} (g / \overline{T}),$$

$$N = - \overline{v'_j T} \partial \overline{T} / \partial x_j. \quad (6)$$

Чтобы представить ε и N в виде функций от производных средних гидродинамических полей, необходимо в (6) заменить указанные статистические моменты их полуэмпирическими представлениями из гипотез (1) или (2).

Однако для произвольного анизотропного пограничного слоя, представляющего наибольший интерес, применение обеих гипотез (1) и (2) ограничено. Гипотеза (1), в которой тензоры K_{ij} и K_{Tij} следует считать различными и неизотропными, пригодна для описания произвольного слоя, но характеризуется неопределенностью элементов K_{ij} , K_{Tij} . Поэтому полученные в результате из (6) выражения могут служить основой для экспериментального изучения элементов K_{ij} и K_{Tij} путем измерения других величин в этих выражениях. Гипотеза (2) более детализирована, но ее применение предполагает постоянство турбулентных характеристик (V_* , T_* , L) во всем слое и наличие приблизительно ровной подстилающей поверхности.

В то же время в любом пограничном слое подстилающую поверхность в достаточно малой окрестности каждой точки (локально) можно считать приблизительно ровной. Следовательно, можно предположить, что в произвольном анизотропном пограничном слое (включая и слой над горным рельефом) в некоторой малой окрестности каждой точки наблюдения (локально) реализуются условия применимости слабо анизотропного пограничного слоя турбулентной диффузии (2)–(4) (приблизительно ровная поверхность). Тогда, согласно (2)–(4), в окрестности каждой точки наблюдения в слое изменения характеристик турбулентности будут вызываться, как и в изотропном слое, в основном изменением трех независимых параметров V_* , T_* , \overline{T} .

С помощью выражений (3), (4) указанные параметры можно перевести в другие три независимых параметра, с включением в их состав числа Монина–Обухова: ζ , V_* , T_* . Число Монина–Обухова, как параметр стратификации, учитывает изменения структуры внешнего притока энергии, переходящей затем в энергию турбулентности, и, следовательно, является удобной характеристикой. Независимые величины ζ , V_* , T_* будут функциями радиуса-вектора точки наблюдения \mathbf{r} . Если в пограничном слое выбрать совокупность точек наблюдения такую, что при переходе от точки к точке (вдоль некоторой траектории с длиной дуги $s(\mathbf{r})$) число $\zeta(\mathbf{r})$ изменяется монотонно, то с применением замены независимых переменных $s(\mathbf{r}) \rightarrow \zeta(\mathbf{r})$ можно рассматривать зависимость $V_*(\zeta(\mathbf{r}))$, $T_*(\zeta(\mathbf{r}))$. Отметим, что если в пограничном слое средняя температура изменяется слабо, то вместо трех параметров будет два независимых параметра V_* , T_* , которые можно заменить на ζ , V_* (либо на ζ , T_*). Тогда вдоль траектории, на которой число $\zeta(\mathbf{r})$ монотонно, можно рассматривать функцию $V_*(\zeta(\mathbf{r}))$ [причем функция $T_*(\zeta(\mathbf{r}))$ будет зависимой от $V_*(\zeta(\mathbf{r}))$], либо рассмат-

ривать функцию $T_*(\zeta(\mathbf{r}))$ [$V_*(\zeta(\mathbf{r}))$ будет зависимой от $T_*(\zeta(\mathbf{r}))$]. Таким образом, если вдоль указанной траектории известны две функции $V_*(\zeta)$ и $T_*(\zeta)$ (при $\overline{T} \approx \text{const}$ достаточно одной из них), то число Монина–Обухова ζ становится единственным универсальным параметром, определяющим характеристики турбулентности в слабо анизотропном слое.

Из результатов наших измерений в горном пограничном слое (см. ниже разд. 2, п. 2.6) следует, что предположение о локальной слабой анизотропности произвольного слоя выполняется с хорошей точностью. Произвольный пограничный слой, следовательно, можно считать локально слабо анизотропным. В произвольном анизотропном пограничном слое все статистические характеристики турбулентности становятся функциями от числа Монина–Обухова, причем каждой точке в слое будет соответствовать свое значение этого числа.

В соответствии с принятым предположением о локальной слабой анизотропности в выражении (6) нужно использовать полуэмпирическую гипотезу (2), а вместо K и K_T применить их представления из выражений (3), соответствующие изотропному пограничному слою ($K = \alpha V_* z / \varphi(\zeta)$, $K_T = \alpha K$). Тогда из гипотезы (2) следует (черту над средними значениями гидродинамических полей далее опускаем):

$$V_*^2 = - \overline{v'_1 v'_3} = KD^V, \quad D^V = \partial v_1 / \partial x_3 + \partial v_3 / \partial x_1, \quad (7)$$

$$\alpha \alpha V_* T_* = - \overline{v'_3 T} = K_T D^T,$$

$$D^T = \beta_{31} \partial T / \partial x_1 + \beta_{32} \partial T / \partial x_2 + \beta_{33} \partial T / \partial x_3.$$

Непосредственная экспериментальная проверка соотношений (7) в горном анизотропном пограничном слое (см. ниже, рис. 19, 20) показала, что левая часть этих соотношений удовлетворительно совпадает с правой частью.

Подставляя в (6) полуэмпирические выражения (2) и учитывая (7) и условие несжимаемости, получаем

$$\varepsilon = V_*^3 \alpha^{-1} z^{-1} [\varphi(\zeta) + \varphi_V(\zeta) - \zeta], \quad (8)$$

$$\varphi_V(\zeta) = \alpha^2 z^2 V_*^{-2} \varphi(\zeta)^{-1} [\Phi_{12}^2 + \Phi_{23}^2 + (1/2) \sum_i \Phi_{ii}^2],$$

$$\Phi_{ij} = \partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i, \quad (8a)$$

$$N = \alpha \alpha V_* T_*^2 z^{-1} [\varphi(\zeta) + \varphi_T(\zeta)], \quad (9)$$

$$\varphi_T(\zeta) = T_*^{-1} z [(\beta_{13} - \beta_{31})(\partial T / \partial x_1) + (\beta_{23} - \beta_{32})(\partial T / \partial x_2)] + T_*^{-2} z^2 \varphi(\zeta)^{-1} [\eta_1 (\partial T / \partial x_1)^2 + \eta_2 (\partial T / \partial x_2)^2 + \eta_{12} (\partial T / \partial x_1) (\partial T / \partial x_2)], \quad (9a)$$

$$\eta_1 = \beta_{11} - \beta_{13}\beta_{31}, \quad \eta_2 = \beta_{22} - \beta_{23}\beta_{32},$$

$$\eta_{12} = \beta_{12} + \beta_{21} - \beta_{23}\beta_{31} - \beta_{13}\beta_{32}, \quad \beta_{33} = 1.$$

Сравнивая представления (8) и (9) для ε и N , полученные для анизотропного пограничного слоя, с выражениями для ε и N в изотропном слое [1, 3], легко видеть, что анизотропные ε и N отличаются от изотропных только наличием функций $\varphi_V(\zeta)$ (для ε) и $\varphi_T(\zeta)$ (для N). Эти функции добавляются к функции подобия $\varphi(\zeta)$. Так как функции $\varphi_V(\zeta)$, $\varphi_T(\zeta)$ являются характеристиками анизотропного

слоя, то их можно назвать функциями анизотропии. В соответствии с определением (8) $\varphi_V(\zeta)$ характеризует скорость диссипации энергии, поэтому ее можно назвать энергетической функцией анизотропии. Функция $\varphi_T(\zeta)$ в определении (9) характеризует скорость диссипации флуктуаций температуры, поэтому ее можно назвать температурной функцией анизотропии.

В выражениях (8), (9) еще нужно перейти в систему координат, в которой ось $ox_1 = ox$ направлена вдоль средней скорости горизонтального ветра. В такой системе поперечная горизонтальная компонента средней скорости отсутствует ($v_2 = 0$ вдоль оси $ox_2 = oy$) и вектор средней скорости \mathbf{v} имеет компоненты $\mathbf{v} = (v_1, 0, v_3) = (u, 0, w)$. Этот факт обычно позволяет считать, что в некоторой локальной окрестности каждой точки поперечные производные (по оси ox_2) малы по сравнению с продольными (по оси ox_1) и вертикальными (по оси $ox_3 = oz$) производными. Такие предположения соответствуют часто принимаемым условиям симметрии тензора Φ_{ij} в полуэмпирической гипотезе (1): $\Phi_{21} = \Phi_{12} = \Phi_{32} = \Phi_{23} = 0$. Следовательно, функцию $\varphi_V(\zeta)$ в (8а) тогда можно записать в виде

$$\varphi_V(\zeta) = 2\alpha^2 z^2 V_*^{-2} \varphi(\zeta)^{-1} [(\partial v_1 / \partial x_1)^2 + (\partial v_3 / \partial x_3)^2]. \quad (8б)$$

Если учесть еще условие несжимаемости $\partial v_n / \partial x_n = 0$, то из (8б) получим

$$\varphi_V(\zeta) = 4\alpha^2 z^2 V_*^{-2} \varphi(\zeta)^{-1} (\partial v_1 / \partial x_1)^2 \quad (8в)$$

или

$$\varphi_V(\zeta) = 4\alpha^2 z^2 V_*^{-2} \varphi(\zeta)^{-1} (\partial v_3 / \partial x_3)^2.$$

Последние выражения должны выполняться одновременно. В то же время согласно гипотезе (2)

$$2K(\partial v_1 / \partial x_1) = \tau_1, \quad \tau_1 = \overline{v'_n v'_n} / 3 - \overline{v'_1 v'_1};$$

$$2K(\partial v_3 / \partial x_3) = \tau_3, \quad \tau_3 = \overline{v'_n v'_n} / 3 - \overline{v'_3 v'_3}.$$

Выражая отсюда производные через τ_1, τ_3, K и подставляя их в (8в), находим

$$\varphi_V(\zeta) = V_*^{-4} \varphi(\zeta) \tau_1^2, \quad \varphi_V(\zeta) = V_*^{-4} \varphi(\zeta) \tau_3^2. \quad (8г)$$

Требование одновременного выполнения равенств (8г) соответствует предположению об изотропности тензора K_{ij} в полуэмпирической гипотезе (2). Сравнение экспериментальных и теоретических (рассчитанных по формуле (8б)) значений функции $\varphi_V(\zeta)$ в анизотропном пограничном слое проведено ниже, в разд. 2. Однако предварительная оценка погрешности предположения об изотропности тензора K_{ij} может быть сделана уже здесь на основании данных измерений турбулентных пульсаций компонент скорости.

На рис. 2 приведены результаты измерений среднеквадратических отклонений турбулентных пульсаций компонент скорости в горном анизотропном пограничном слое в широком диапазоне значений числа Монина—Обухова (от устойчивой до сверхсильной неустойчивой локальных температурных стратификаций, $-581 \leq \zeta \leq 0,3$, см. ниже, разд. 2).

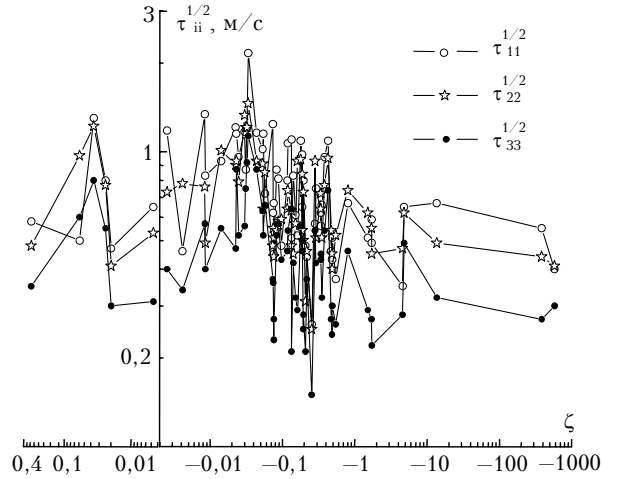


Рис. 2. Среднеквадратические отклонения флуктуаций скорости ветра для всех сеансов измерений, $\tau_{ii}^{1/2} = \sqrt{v'_i v'_i}$ ($i = 1, 2, 3$); $\tau_{11} = \sqrt{v'_1 v'_1}$, $\tau_{22} = \sqrt{v'_2 v'_2}$, $\tau_{33} = \sqrt{v'_3 v'_3}$

Как видно из рис. 2, пропорции между пульсациями различных компонент в среднем выдерживаются во всем диапазоне изменения параметра ζ . Поэтому, осредняя экспериментальные данные по всему диапазону изменения ζ , получаем (в $[m^2/c^2]$)

$$\langle \overline{v'_1 v'_1} \rangle = 0,60, \quad \langle \overline{v'_2 v'_2} \rangle = 0,47, \quad \langle \overline{v'_3 v'_3} \rangle = 0,20,$$

что соответствует $\langle \tau_1 \rangle = -0,17$, $\langle \tau_3 \rangle = 0,22$. Тогда отклонения (в обе стороны) величин τ_1^2 и τ_3^2 в (8г) от их общего среднего не превышают 25%. Следовательно, и неустраняемая погрешность измерений функции $\varphi_V(\zeta)$, возникающая из-за предположения об изотропности тензора K_{ij} в полуэмпирической гипотезе (2), также не превышает 25%. Как показывает опыт измерения характеристик турбулентности в атмосфере, такая погрешность является вполне удовлетворительной.

Отметим, что так как измерения производных от гидродинамических полей в атмосфере обычно сопровождаются значительными ошибками, то для измерений энергетической функции анизотропии $\varphi_V(\zeta)$ лучше использовать соотношение (8б), которое сглаживает ошибки измерений.

Выражение (9а) для температурной функции анизотропии $\varphi_T(\zeta)$ также можно упростить, используя равенства симметрии тензора K_{Tij} в (3) ($\beta_{12} = \beta_{21} = \beta_{23} = \beta_{32} = 0$):

$$\varphi_T(\zeta) = (\beta_{13} - \beta_{31}) T_*^{-1} z (\partial T / \partial x_1) + T_*^{-2} z^2 \varphi(\zeta)^{-1} \times [(\beta_{11} - \beta_{13} \beta_{31}) (\partial T / \partial x_1)^2 + \beta_{22} (\partial T / \partial x_2)^2]. \quad (9б)$$

В системе координат с осью ox_1 , направленной вдоль средней скорости горизонтального ветра, из (9б) получаем

$$\varphi_T(\zeta) = (\beta_{13} - \beta_{31}) T_*^{-1} z (\partial T / \partial x_1) + (\beta_{11} - \beta_{13} \beta_{31}) T_*^{-2} z^2 \varphi(\zeta)^{-1} (\partial T / \partial x_1)^2. \quad (9в)$$

Таким образом, как видно из выражений (8в), (9в), предположение о локальной слабой анизотропности произвольного пограничного слоя сводит вычисление энергетической и температурной функций

$\varphi_V(\zeta)$, $\varphi_T(\zeta)$ (а вместе с ними и вычисление скоростей диссипации ϵ и N) к определению масштабов турбулентности V_* , T_* , числа Монина–Обухова ζ и двух продольных производных $\partial T/\partial x_1$, $\partial v_1/\partial x_1$. В изотропном пограничном слое продольные производные равны нулю (и $v_3 = 0$) и, следовательно, $\varphi_V(\zeta) = \varphi_T(\zeta) = 0$.

2. Экспериментальная проверка полуэмпирических гипотез в анизотропном пограничном слое

В разд. 1 настоящей статьи сделано предположение о локальной слабой анизотропности производного пограничного слоя. На основе этого предположения с использованием полуэмпирических гипотез теории турбулентности получены теоретические выражения для основных характеристик турбулентности – средней скорости диссипации кинетической энергии ϵ и средней скорости диссипации флуктуаций температуры N – в анизотропном пограничном слое.

В настоящем разделе излагаются результаты экспериментальной проверки полученных выражений для скоростей диссипации ϵ и N , которые, согласно формулам (8) и (9), сводятся к результатам экспериментальной проверки теоретических представлений для энергетической и температурной функций анизотропии $\varphi_V(\zeta)$, $\varphi_T(\zeta)$. Показано, что имеет место удовлетворительное совпадение теории с экспериментом.

Измерения турбулентных характеристик производились в атмосферном пограничном слое в горном регионе (в горах Байкальской астрофизической обсерватории Института солнечно-земной физики СО РАН, пос. Листвянка Иркутской области, побережье оз. Байкал). Район проведения измерений включал в себя склоны и вершину горы, на которой установлен Большой солнечный вакуумный телескоп (БСВТ). Так как эта гора не имеет собственного наименования, то для краткости мы называем ее БСВТ-горой. Высота этой горы над уровнем моря – 680 м. Общая протяженность трассы измерений – около 3 км. Характеристики атмосферной турбулентности фиксировались в основном на высоте 2,7 м от подстилающей поверхности. Всего проведено 5 сеансов наблюдений с различными типами региональной метеоситуации. Измерения произведены в 73 различных точках трассы. Время проведения измерений – с 12 по 28 октября 2002 г.

2.1. Аппаратура, используемая для измерений

Для измерений использовалась мобильная ультразвуковая метеосистема «Метео-2М», разработанная в Институте оптики атмосферы СО РАН. Принцип действия прибора заключается в измерении скорости звука, прошедшего между двумя датчиками на измерительной головке. Измерительная головка метеосистемы представляет собой два оди-

наковых поперечных друг к другу металлических кольца (радиусом около 12 см) с общим центром. Кольца, в точке их пересечения, прикреплены к верхней стороне цилиндрического основания (радиусом около 3 см и длиной около 20 см). Ультразвуковые датчики размещены на периметрах колец. К нижней стороне основания (на расстоянии 15 см от его оси) крепится блок давления и влажности (цилиндр радиусом около 3 см и длиной 6 см). Измерительная головка устанавливается на металлическом шесте (диаметром 3,5 см) переменной длины.

В метеосистеме задействованы четыре измерительных канала «источник–приемник». Частота измерений определяется скоростью распространения звука в воздухе и надежностью аппаратуры. Для каждого канала частота выдачи результатов потребителю (снятия отсчетов) составляет 10 Гц. Для обработки результатов измерений применяется двухступенчатая процедура. Предварительная обработка, суть которой сводится в основном к осреднению высокочастотных измерений (с частотой более 10 Гц), происходит в процессоре измерительной головки и повышает надежность аппаратуры, окончательная – в переносном компьютере типа «Note Book». Время осреднения результатов задается наблюдателем и, в зависимости от режима измерений, может изменяться от 1 мин до нескольких суток.

Метеосистема регистрирует 89 параметров (на высоте центра измерительной головки), фиксирует результаты измерений одновременно в виде бинарного массива и в виде текстового отчета. К основным измеряемым характеристикам относятся: средняя температура воздуха ($^{\circ}\text{C}$); средние компоненты вектора скорости ветра (м/с), включая модуль осредненного вектора скорости (м/с), модуль (м/с) и направление (град) осредненного горизонтального вектора скорости, модуль (м/с) и направление (вверх-вниз) осредненной вертикальной составляющей вектора скорости; абсолютная (г/м^3) и относительная (%) влажность воздуха; атмосферное давление (мм рт. ст.); структурные характеристики флуктуаций температуры S_T ($\text{град}^2 \cdot \text{см}^{-2/3}$), продольной составляющей скорости ветра S_V ($(\text{м/с})^2 \cdot \text{см}^{-2/3}$), акустического показателя преломления $S_{n,a}$ ($\text{м}^{-2/3}$), оптического показателя преломления S_n ($\text{см}^{-2/3}$). Кроме того, система регистрирует среднеквадратические отклонения температуры, компонент и направления вектора скорости, фиксирует коэффициенты корреляции, асимметрии и эксцесса (между и для основных измеряемых параметров); измеряет полную энергию турбулентных движений ($\text{м}^2/\text{с}^2$); моменты потоков импульса и тепла ($\text{м}^2/\text{с}^2$); вертикальные потоки импульса и тепла; скорости диссипации кинетической энергии ϵ ($\text{м}^2/\text{с}^3$) и флуктуаций температуры N ($\text{град}^2/\text{с}$); турбулентные масштабы Монина–Обухова L (м), температуры T_* ($^{\circ}\text{C}$) и скорости ветра V_* (м/с); число Монина–Обухова ζ ($\zeta = z/L$) и другие характеристики. Метеосистема регистрирует также частотные спектры флуктуаций температуры и компонент вектора скорости ветра.

Метеосистема прошла полный комплекс метрологических испытаний, включая испытания в термобаро- и термовлагокамерах, в аэродинамической трубе. Систематические погрешности измерений определяются калибровкой прибора и для основных усредненных параметров составляют: $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ — для температуры и $0,15\text{ м/с}$ — для компонент вектора скорости ветра. Однако чувствительность прибора (возможность различать разные измерения при одной и той же систематической погрешности за продолжительное время наблюдений) существенно меньше и для случайных величин составляет: $0,002\text{ }^{\circ}\text{C}$ — для температуры и $0,03\text{ м/с}$ — для компонент вектора скорости ветра. Систематические погрешности измерения давления — 2 мм рт. ст. (чувствительность — $0,01\text{ мм рт. ст.}$), относительной влажности — $0,1\%$.

Верхняя граница полосы пропускания аппаратуры определяется частотой выдачи результатов потребителю и составляет 10 Гц . Усреднение, возникающее из-за постоянной времени прибора, приводит к обрезанию высоких частот в пространственном спектре турбулентности. Поэтому аппаратура не чувствует турбулентные неоднородности, размеры которых, например, при средней скорости ветра 1 м/с меньше чем 10 см . Такая постоянная времени ограничивает возможности экспериментального изучения мелкомасштабных компонент турбулентности. В то же время она практически не влияет на точность измерения случайных характеристик метеополей. Так, результаты прямых измерений спектров турбулентности показывают, что при регистрации случайных температуры и скорости ветра величина погрешности, вносимой постоянной времени прибора, обычно не превышает 1% . Это обусловлено незначительным вкладом обрезаемого участка спектра в общую энергию флуктуаций.

При измерениях турбулентных параметров время осреднения, как известно [1,3], выбирается из условия, чтобы масштаб длины осредненного турбулентного течения (средняя скорость ветра, умноженная на время осреднения) существенно превышал внешний масштаб турбулентности по направлению среднего течения (или, что то же самое, время осреднения должно существенно превышать характерный временной масштаб корреляции изучаемого поля). Тогда временные средние значения будут статистически устойчивыми. Измерения в приземном слое над ровной поверхностью обычно производят со временем осреднения не менее 100 с [1, 3]. Соответствующий этому времени масштаб длины для скорости ветра $1\text{--}10\text{ м/с}$ составляет $0,1\text{--}1\text{ км}$ и превышает внешний масштаб турбулентности. В случае неровной поверхности продольный внешний масштаб турбулентности в нижнем приземном слое будет, очевидно, определяться характерным расстоянием между неровностями или неоднородностями поверхности. Для горного рельефа с неоднородной поверхностью такое приповерхностное расстояние невелико и может быть оценено десятками метров. Следовательно, и для неровной поверхности измерения в призем-

ном слое можно проводить со временем осреднения около 100 с . В настоящей работе время осреднения при регистрации параметров турбулентности в одной точке составляло 2 мин .

Относительная погрешность измерений структурных характеристик C_T^2 , C_n^2 , C_V^2 определяется, в первую очередь, чувствительностью прибора и уменьшается с увеличением средней скорости ветра, времени осреднения и самих значений структурных характеристик. Так, например, в условиях относительно слабой турбулентности ($C_n^2 = 5 \cdot 10^{-16}\text{ см}^{-2/3}$) при времени осреднения 2 мин и средней скорости ветра $0,5\text{--}10\text{ м/с}$ относительная погрешность измерений величины C_n^2 находится в диапазоне $0,4\text{--}14\%$ ($0,4, 7, 14\%$ — соответственно для скорости ветра $10; 1; 0,5\text{ м/с}$). С такими же ошибками измеряются и характеристики C_T^2 , C_V^2 . Скорости диссипации кинетической энергии ϵ и температуры N измеряются на основе соотношений (5) (закон Колмогорова—Обухова). Следовательно, относительная погрешность измерений ϵ (N) практически является суммой погрешностей C_V^2 и постоянной Колмогорова C (C_T^2 и постоянной Обухова C_0).

После проведения полевых измерений было произведено контрольное тестирование метеосистемы, которое подтвердило надежность полученных данных.

2.2. Требования, предъявляемые к продолжительности сеансов наблюдений

Как известно [1, 3, 6], при измерениях параметров атмосферной турбулентности в изотропном пограничном слое (плоскопараллельные течения над ровной, однородной и одинаково нагретой поверхностью) требуется, чтобы сеанс наблюдений проводился приблизительно в одной и той же региональной метеоситуации, которой соответствует определенный установившийся режим турбулентных движений. Во время выполнения полевых измерений следует исключить влияние суточных вариаций, существенных изменений в режиме облачности и, в особенности, переменных перекрытий солнца облаками. Тогда параметры стратификации, контролирующие турбулентную метеоситуацию над территорией (например, число Монина—Обухова или число Ричардсона), будут приблизительно постоянными, а измеренные временные средние значения будут устойчивыми (они будут зависеть только от типа региональной метеоситуации).

Для измерений в горном анизотропном пограничном слое, в соответствии с результатами разд. 1, требование постоянства региональной метеоситуации не является принципиальным. В таком пограничном слое все характеристики турбулентности становятся функциями от числа Монина—Обухова, причем каждой точке в слое будет соответствовать свое значение этого числа. Однако, чтобы убедиться в этом, необходимо произвести серию сеансов измерений, в каждом из которых

региональная метеоситуация будет приблизительно постоянной. Из сравнения этих результатов можно установить степень влияния типа метеоситуации.

Кроме того, как следует из формул (7), (8б), (9в), для сравнения эксперимента с теорией необходимо измерять различные пространственные производные метеополей. В то же время аппроксимация производных разностными соотношениями обычно приводит к значительным ошибкам. Эти ошибки можно существенно уменьшить, если для измерения производных использовать данные, полученные при стабильной метеоситуации.

Таким образом, для проведения необходимых измерений следует использовать серию сеансов, в каждом из которых региональная метеоситуация должна быть приблизительно постоянной.

Так как известные параметры стратификации (число Монина–Обухова или число Ричардсона) в горном пограничном слое будут различными для каждой точки слоя, то они не могут служить для индикации общей метеоситуации горного региона. По-видимому, такими индикаторами будут параметры стратификации, осредненные по многим точкам поверхности. В процессе измерений, однако, такие эффективные параметры заранее не известны.

В этой связи при проведении измерений метеоситуация контролировалась, в первую очередь, по стабильности интенсивности солнечного излучения, по количеству и движению облачности. В течение сеанса измерений солнце не должно периодически закрываться облаками, либо если оно закрыто – то не должно открываться. Такая стабильность в районе Байкальской астрофизической обсерватории в октябре обычно наблюдается во второй половине дня, начиная с 13–14 ч местного времени. Продолжительности интервалов времени высокостабильной метеоситуации как для открытого солнца (облачность незначительна и, как правило, вблизи горизонта), так и для закрытого солнца (сплошная и плотная облачность) приблизительно одинаковы – от 3 до 5–7 ч. Чаше, однако, наблюдаются нестабильные метеоситуации, характеризующиеся значительной разорванной (или сплошной, но не плотной) облачностью (большей частью – в первой половине дня). Продолжительность времени открытого солнца при разорванной облачности обычно менее 1–1,5 ч.

Кроме качественного контроля за состоянием облачности, динамику изменения региональной турбулентной метеоситуации за конкретный промежуток времени можно оценить из измерений приповерхностных значений C_n^2 (или C_T^2 , C_V^2) в одной точке. Предварительные измерения, проведенные во второй половине дня в одном и том же месте, показали, что в случае постоянно открытого солнца при приблизительно одинаковом количестве облачности величина приповерхностных значений C_n^2 из-за суточного движения солнца может измениться (уменьшиться) в 1,5–2 раза за 2–3 ч (результат меняется в зависимости от географического положения точки измерения). При сплошной и плотной облачности такое же изменение происходит за

большее время, приблизительно за 2–4 ч. Изменение значений C_n^2 оказывается более существенным в случае нестабильной метеоситуации, когда солнце периодически открывается или закрывается облаками, или меняется плотность закрывающей солнце облачности.

Ясно, что продолжительность сеансов наблюдений должна быть минимизирована. Если регистрация турбулентных характеристик в одной точке происходит за 5–7 мин, включая время измерений 2 мин, время на разворачивание и сворачивание аппаратуры, время, необходимое на переход из одной точки наблюдения в следующую, то при высокостабильной метеоситуации продолжительностью 3 ч за сеанс измерений можно без заметной погрешности зарегистрировать около 30 точек. При метеоситуации невысокой стабильности сеанс измерений не должен превышать 1–1,5 ч.

Для оперативности измерений и в связи с необходимостью передвижений на обширной территории использовался легковой автомобиль-вездеход, операции по разворачиванию и сворачиванию аппаратуры были минимизированы. Предусмотрены меры, чтобы сторонние тепловые источники не влияли на результаты измерений (во время измерений двигатель автомобиля выключался, техника и люди находились на достаточном расстоянии с подветренной стороны).

За все время проведения экспедиции (с 12 по 28 октября 2002 г.) было проведено 5 сеансов измерений. Кроме того, производились подготовительные наблюдения, связанные с контролем за стабильностью региональных турбулентных метеоситуаций. Первый сеанс измерений проведен 17 октября в первой половине дня (солнечное утро, ветер 1–2 м/с, температура –1–0 °С, влажность 49–61%), второй сеанс – 17 октября во второй половине дня (сплошная облачность, белая дымка, ветер 0,3–5 м/с, температура –0,4–+1,7 °С, влажность 46–62%), третий – 18 октября во второй половине дня (солнечный день, ветер 1–8 м/с, температура 0–+3,7 °С, влажность 35–63%), четвертый и пятый сеансы проведены 22 октября во второй половине дня (сплошная облачность, ветер 1–3 м/с, температура –0,9–+1,1 °С, влажность 37–57%). В первые три сеанса измерения производились вдоль всей трассы, на различных участках большой протяженности, в четвертый и пятый сеансы – только на вершине БСВТ-горы с более подробным разрешением, причем в пятом сеансе проводились высотные измерения в нижнем 5-метровом слое. Первый и третий сеансы проходили в ясную солнечную погоду при похожих стабильных метеоситуациях, второй, четвертый и пятый сеансы – при стабильно закрытом солнце.

2.3. Характеристики трассы измерений

Трасса измерений выбиралась таким образом, чтобы совместить регистрацию необходимых в работе параметров турбулентности с регистрацией приповерхностных полей структурной характери-

стики C_n^2 . Значения C_n^2 необходимы для прогноза качества изображений в Большом солнечном вакуумном телескопе. Поэтому трасса измерений включала в себя склоны и вершину БСВТ-горы.

В соответствии с целью измерений трасса на склонах БСВТ-горы должна находиться в секторе наблюдений БСВТ, вдоль проекции оптической трассы на подстилающую поверхность, т.е. строго на юг от телескопа (телескоп ориентирован с севера на юг). Однако в связи с необходимостью оперативности измерений, что практически неосуществимо без использования автомобиля, трассу следует выбирать, исходя из возможности проезда по склону горы. Поэтому реальный маршрут движения по южному склону БСВТ-горы отличается от направления север–юг приблизительно на 20–35°. Аналогичные отклонения реальных маршрутов измерений от желательных возникают при наблюдениях на северном склоне горы и при измерениях в распадке (распадок – местное название ущелья-каньона между двумя приблизительно параллельными горными хребтами, опускающимися в оз. Байкал).

Вся трасса разделена на два участка – *НО* и *ОВ* (рис. 3). Точка *H* находится у полевого офиса администрации БСВТ. Участок *НО* соединяет точки *H* и *O* и проходит по склону горы, соседней с БСВТ-горой. Точка *O* находится на линии дна распадка в условной точке слияния БСВТ-горы и соседней горы. В этой условной точке дно распадка поднимается вверх и распадок заканчивается. Участок *ОВ* соединяет точки *O* и *B*.

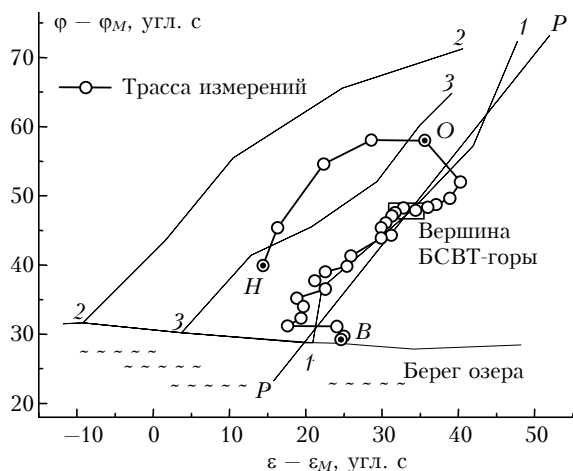


Рис. 3. Схема трассы измерений: φ – широта, ε – долгота; (φ_M, ε_M) – широта и долгота реперной точки *M*. Трасса включает в себя маршруты *НО*, *ОВ*, *НОВ*. Ориентации хребтов гор и дна распадка: 11 – хребет БСВТ-горы; 22 – хребет соседней горы; 33 – дно распадка; *PP* – реперная вертикальная плоскость

От точки *O* трасса проходит по северному (тыльному) склону БСВТ-горы, поднимается на вершину и затем опускается по южному (лицевому) склону БСВТ-горы к оз. Байкал до точки *B*. Точка *B* находится на береговой линии озера, у самой кромки воды. Все координаты на рис. 3, включая координаты точек наблюдений на трассе измере-

ний, привязаны к координатам некоторой реперной точки *M*, которая находится в акватории озера в нескольких сотнях метров от берега вблизи точки *B*.

В тех случаях, когда возникает необходимость исследовать поведение характеристик турбулентности вдоль траектории всей трассы (обычно на высоте 2,7 м от поверхности), в качестве независимого аргумента удобно использовать центральный угол земли α . Тогда участки трассы, соответствующие сеансам наблюдений 1–3, сшиваются в один маршрут *НОВ*. В угле α 1 угл. с соответствует приблизительно 31 м на поверхности геоида, поэтому при движении вдоль траектории составной трассы центральный угол α будет увеличиваться. Иногда в маршрут *НОВ* (сеансы 1–3) добавляется маршрут на вершине БСВТ-горы (сеанс 4, с более подробным разрешением). В совпадающих точках (которых немного) принимаются значения для какого-то одного сеанса наблюдения.

На рис. 4 приведен зарегистрированный высотный профиль трассы измерений (относительно уровня моря). Здесь же для сравнения приведен высотный профиль участка трассы *ОВ*, каждая точка которого спроектирована на вспомогательную реперную вертикальную плоскость *PP*.

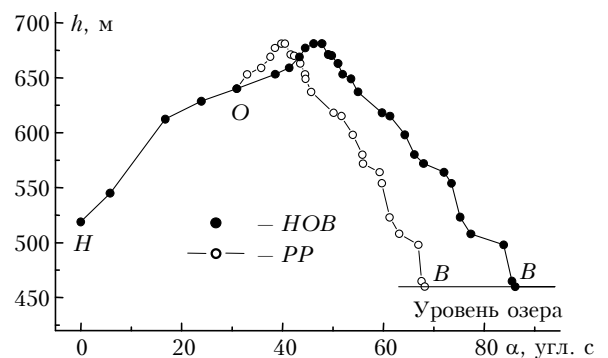


Рис. 4. Высотный профиль трассы измерений: h – высота над уровнем моря, α – центральный угол земли. Темные точки соответствуют маршруту *НОВ*, светлые точки – маршруту *ОВ* вдоль реперной плоскости *PP* (проекции точек маршрута *ОВ* на плоскость *PP*)

Эта проекция позволяет оценить зигзагообразность трассы и ее максимальные отклонения от фиксированного направления, задаваемого плоскостью *PP*, а также отклонения от направления ориентации телескопа (север–юг). Как видно из рис. 4, реальный высотный профиль БСВТ-горы, соответствующий проекции на плоскость *PP*, оказывается более крутым, чем профиль вдоль трассы измерений.

Отклонения высотного профиля трассы измерений от осредненного высотного профиля БСВТ-горы составляют 5–10 м (как вверх, так и вниз). Подстилающая поверхность вдоль трассы измерений покрыта густым (в основном сосновым) лесом высотой 7–15 м. На некоторых участках лес отсутствует, и наблюдаются выходы горной породы, кое-где покрытой низкой травой.

2.4. Общие результаты измерений характеристик турбулентности в горном пограничном слое

Экспериментально установлено, что режим турбулентности в горном пограничном слое обладает существенной анизотропией. Даже при стабильной региональной метеоситуации в зависимости от положения точки регистрации структурные характеристики C_T^2 , C_V^2 , C_n^2 могут изменяться более чем на 2 порядка. Сильное влияние оказывают участки поверхности с развитым теплообменом и большой теплоемкостью (например, поверхность оз. Байкал), вблизи них величины C_T^2 , C_V^2 , C_n^2 практически не зависят от типа метеоситуации.

Крупные неоднородности рельефа и искусственные сооружения создают стабильные роторные возмущения воздушных течений. На рис. 5, 6 приведены ветровые карты района наблюдений. Как видно из рис. 5, воздушные течения на склонах двух параллельных горных хребтов оказываются направленными ко дну распадка (в ущелье между ними). Причем при близких метеоситуациях наблюдается стабильность таких течений (см. рис. 5 вблизи точки O).

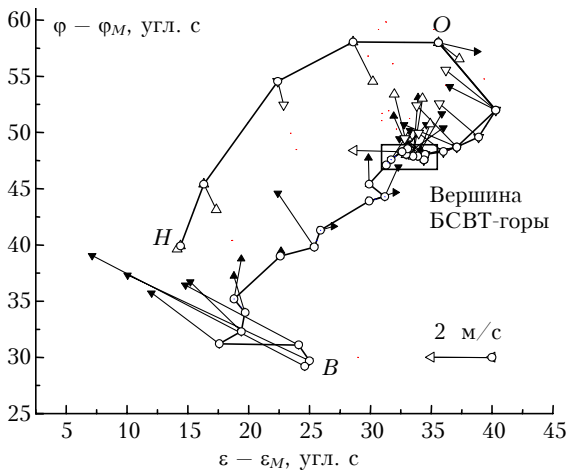


Рис. 5. Ветровая карта трассы измерений при сохраняющейся метеоситуации. Стрелки со светлыми треугольниками относятся к сеансу 1, стрелки с темными треугольниками — к сеансу 3. Трасса измерений обозначена сплошной линией (маршруты HO, OB, HOB)

На вершине БСВТ-горы ветровые потоки от озера отражаются от высокого (26 м) здания БСВТ и, как можно видеть из рис. 6, имеют место стабильные роторные течения (в особенности возле точек 8, 10, 11, 14 на рис. 6). Вблизи центров таких вихревых образований наблюдаются малые значения вектора скорости, повышенное давление и пониженная влажность.

В окрестности центров локальная температурная стратификация может измениться от сверхсильно неустойчивой до устойчивой. Это видно, например, из рис. 7, на котором приведено поле зарегистрированных значений числа Монина—Обухова ζ на вершине БСВТ-горы, на высоте 2,7 м

от поверхности. Так, в той же, что и на рис. 6, точке 8 наблюдается локальная сверхсильная неустойчивая стратификация ($\zeta = -388$). Однако рядом, в точке 11 (в нескольких десятках метров от точки 8), число Монина—Обухова уже соответствует локальной устойчивой стратификации ($\zeta = +0,3$).

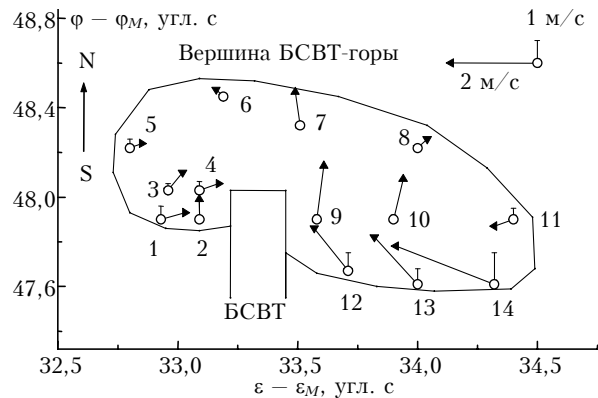


Рис. 6. Ветровая карта вершины БСВТ-горы (поле 3D векторов среднего ветра на вершине горы, на площадке вблизи БСВТ, граница которой показана сплошной линией): φ — широта, ε — долгота, (φ_M, ε_M) — широта и долгота реперной точки M. Сеанс наблюдений 4, измерения на высоте 2,7 м от подстилающей поверхности. Вертикальным интервалом у точек показана величина вертикальной компоненты в среднем 3D-векторе ветра

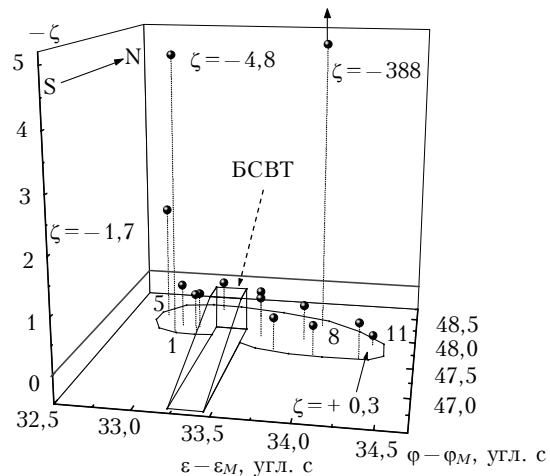


Рис. 7. Поле значений числа Монина—Обухова ζ на вершине БСВТ-горы. Сеанс наблюдений 4, измерения на высоте $z = 2,7$ м от подстилающей поверхности. Отдельно отмечены значения ζ , сильно отличающиеся от стратификационных границ $|\zeta| = 0,05$, для остальных точек: $-0,34 < \zeta < -0,05$

Как видно из рис. 8, значения числа Монина—Обухова ζ , измеренные на одной высоте 2,7 м, изменяются в одной и той же точке наблюдения при изменении типа региональной метеоситуации.

Существенные изменения в горном пограничном слое испытывают и основные характеристики турбулентности: средние скорости диссипации кинетической энергии ε (рис. 9) и температуры N (рис. 10), а также турбулентные масштабы температуры T^* (рис. 11) и скорости V^* (рис. 12).

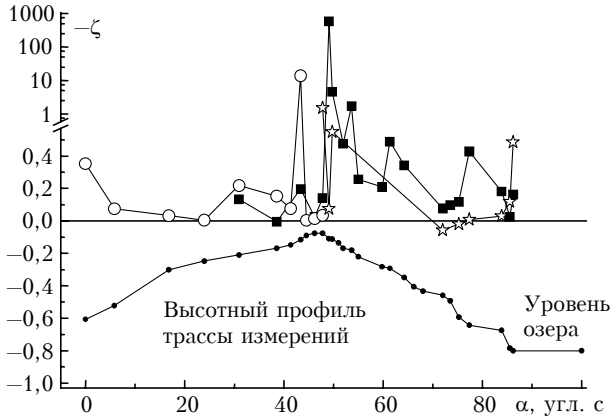


Рис. 8. Число Монина—Обухова ζ для сеансов измерений 1–3: α — центральный угол земли. Измерения на высоте $z = 2,7$ м от подстилающей поверхности. Светлые кружки относятся к сеансу 1; звездочки — к сеансу 2; темные квадратики — к сеансу 3

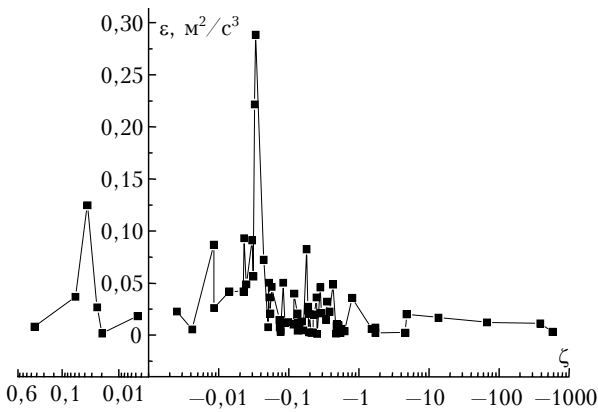


Рис. 9. Средняя скорость диссипации кинетической энергии турбулентности ε в горном пограничном слое для всех сеансов измерений, в зависимости от величины числа Монина—Обухова ζ

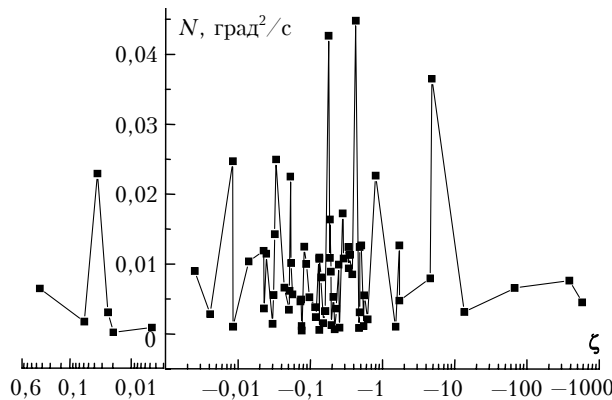


Рис. 10. Средняя скорость диссипации флуктуаций температуры N в горном пограничном слое для всех сеансов измерений, в зависимости от величины числа Монина—Обухова ζ

Изменчивой является и средняя температура T ($^{\circ}\text{C}$). Из измерений скорости диссипации ε по формуле $l_0 = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$, где $\nu = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ — кинематическая вязкость воздуха при 0°C , получены значения колмогоровского внутреннего масштаба тур-

булентности l_0 . Значения масштаба l_0 находятся в диапазоне от 0,3 до 1,2 мм (среднее 0,64 мм).

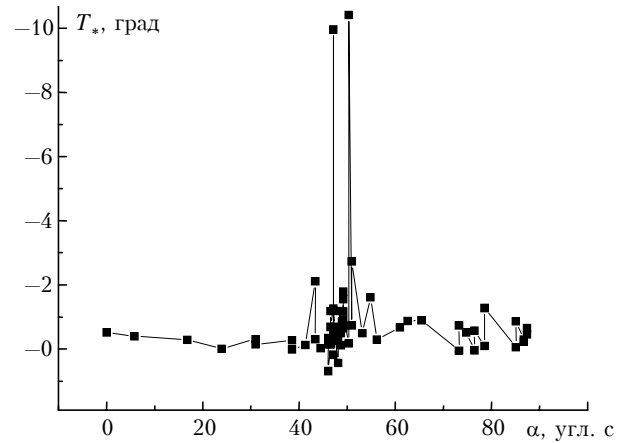


Рис. 11. Турбулентный масштаб температурного поля T^* в горном пограничном слое для сеансов измерений 1–4, в зависимости от величины центрального угла земли α

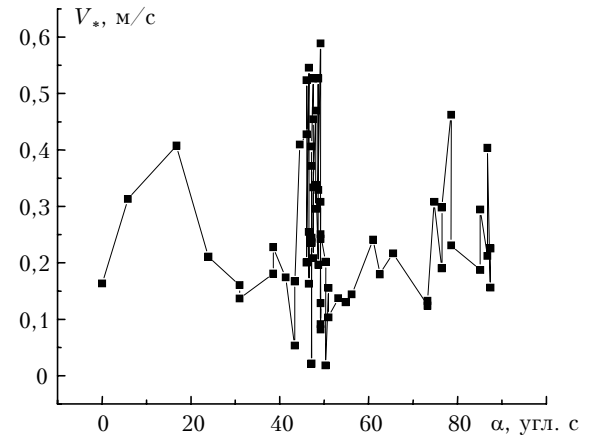


Рис. 12. Турбулентный масштаб поля скорости V^* в горном пограничном слое для сеансов измерений 1–4, в зависимости от величины центрального угла земли α

С интенсивностью флуктуаций скорости воздушного потока колмогоровский внутренний масштаб связан обратной зависимостью. Он тем меньше, чем больше флуктуации скорости, которые увеличиваются вблизи достаточно крупных препятствий для потока.

2.5. Результаты измерений производных гидродинамических полей

Экспериментальные значения производных $\partial T/\partial z$, $\partial T/\partial x$, $\partial u/\partial z$, $\partial u/\partial x$, $\partial w/\partial z$, $\partial w/\partial x$ (средняя скорость горизонтального ветра направлена вдоль оси ox , z — высота), необходимые для сравнения эксперимента с теорией, находились из обычных разностных соотношений, аппроксимирующих производные. Например, для точки $z = z_0$, расположенной в интервале $z_1 < z_0 < z_2$, $(\partial T/\partial z)|_{z=z_0} \approx [T(z_2) - T(z_1)] / (z_2 - z_1)$. Чтобы уменьшить ошибки аппроксимации, для величин в разностных соотношениях использовались данные, полученные при

одной и той же стабильной метеоситуации (в одном сеансе наблюдений).

Вертикальные производные средней температуры $\partial T/\partial z$ находились из измерений T на разных высотных уровнях (сеанс 5 на вершине БСВТ-горы, всего 9 точек). Вертикальные производные продольной ($\partial u/\partial z$) и вертикальной ($\partial w/\partial z$) компонент средней скорости кроме непосредственных измерений на разных высотных уровнях восстанавливались также из измерений на одной высоте ($z = 2,7$ м) с учетом того, что на поверхности земли компоненты скорости (u, w) равны нулю (условие прилипания).

Продольные производные температуры и составляющих скорости ($\partial T/\partial x, \partial u/\partial x, \partial w/\partial x$) восстанавливались из приповерхностных измерений на одной высоте ($z = 2,7$ м). Так как аппроксимация производных разностными соотношениями дает наименьшую погрешность при небольших расстояниях между двумя wybranными точками, то на эти расстояния накладывались ограничения. Как вертикальные ($z_2 - z_1$), так и горизонтальные ($x_2 - x_1$) расстояния не должны превышать размеров внешнего масштаба турбулентности по вертикальному и продольному горизонтальному направлениям. Как следует из наших измерений (см. ниже рис. 26), в нижнем приземном слое вертикальный внешний масштаб турбулентности может быть оценен единицами и десятками метров. Продольный внешний масштаб турбулентности будет, очевидно, определяться характерным расстоянием между неровностями или неоднородностями поверхности. Для горного рельефа с неоднородной поверхностью такое расстояние невелико и в среднем составляет около 50 м.

Отметим также, что при вычислении продольных производных мы фактически находим значения производных вдоль траектории измерений, т.е. производные по направлению вектора s , соединяющего две точки наблюдения. Тогда, например, для средней температуры получаем $dT/ds = \partial T/\partial x \cos(x, s) + \partial T/\partial y \cos(y, s)$, где $(x, s), (y, s)$ — углы между осями ox, oy и направлением вектора s . Направление ox средней скорости ветра (и продольной составляющей), как правило, не совпадает с направлением вектора s ($\cos(x, s) \neq 1, \cos(y, s) \neq 0$). С учетом того, что поперечные к средней скорости ветра производные (по y) обычно оказываются существенно меньше продольных (по x), то для не слишком больших углов между направлениями ox и s ($|\cos(x, s)| \geq 0,4$) находим формулу, позволяющую восстанавливать продольные производные $\partial T/\partial x \approx (dT/ds)/\cos(x, s)$.

Результаты измерений производных гидродинамических полей приведены на рис. 13–16, а также см. далее 19, 20.

Отметим, что в существующей теории подобия обычно употребляются безразмерные величины, зависящие от безразмерных параметров. Размерные производные гидродинамических полей самостоятельно не рассматриваются. Однако для сравнения

полуэмпирической теории с экспериментом они необходимы.

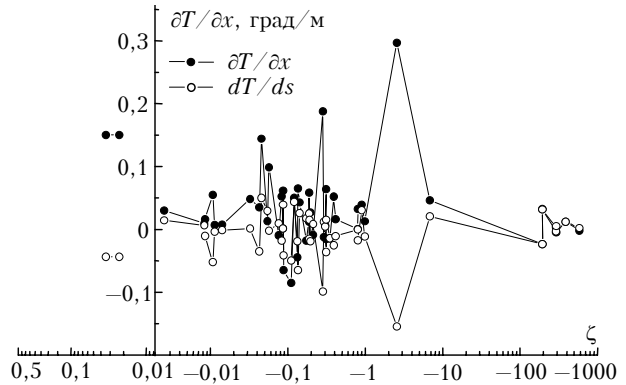


Рис. 13. Экспериментальные значения $\partial T/\partial x$ в горном пограничном слое для всех сеансов измерений. $\partial T/\partial x$ — продольная (по направлению ox средней горизонтальной скорости ветра) производная средней температуры воздуха T , dT/ds — производная по траектории трассы измерений

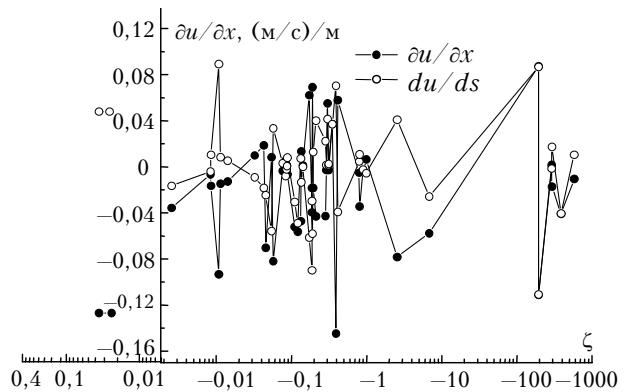


Рис. 14. Экспериментальные значения $\partial u/\partial x$ в горном пограничном слое для всех сеансов измерений. $\partial u/\partial x$ — продольная (по направлению ox средней горизонтальной скорости) производная продольной компоненты u средней скорости ветра, du/ds — производная по траектории трассы измерений

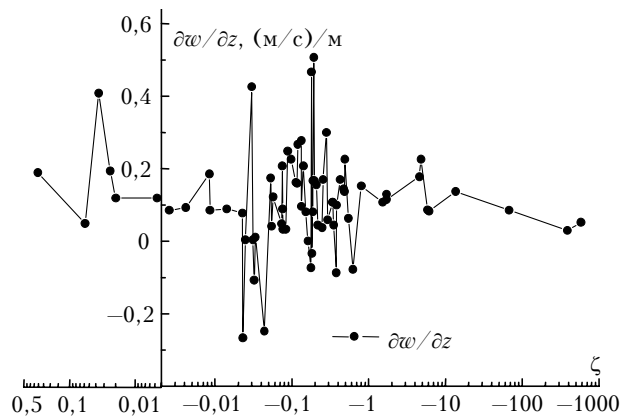


Рис. 15. Экспериментальные значения $\partial w/\partial z$ в горном пограничном слое для всех сеансов измерений. $\partial w/\partial z$ —

вертикальная (по z) производная вертикальной компоненты w средней скорости ветра

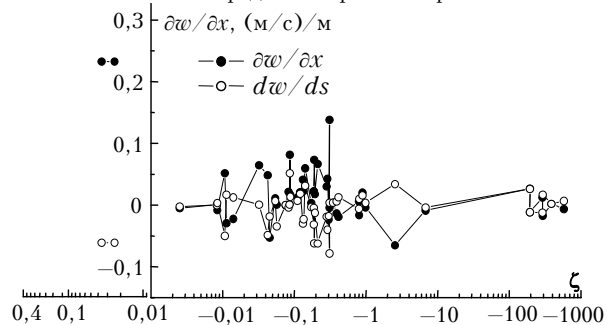


Рис. 16. Экспериментальные значения $\partial w/\partial x$ в горном пограничном слое для всех сеансов измерений. $\partial w/\partial x$ — продольная (по направлению ox) производная вертикальной компоненты w средней скорости ветра, dw/ds — производная по траектории трассы измерений

2.6. Функции анизотропии, экспериментальная проверка локальной слабой анизотропности горного пограничного слоя

В соответствии с результатами разд. 1, для измерений в горном анизотропном пограничном слое требование постоянства региональной метеоситуации не является принципиальным. В таком пограничном слое все характеристики турбулентности становятся функциями от числа Монина—Обухова. На рис. 17 и 18 приведены экспериментальные результаты для масштабов температуры T_* и скорости V_* для всех сеансов наблюдений в зависимости от величины числа Монина—Обухова. В каждом сеансе региональная метеоситуация описывается своим набором чисел Монина—Обухова, изменяющихся во всем зарегистрированном диапазоне $-581 \leq \zeta \leq 0,3$. Объединение всех сеансов наблюдений в один, как видно из рис. 17 и 18, не приводит к значительному разбросу данных.

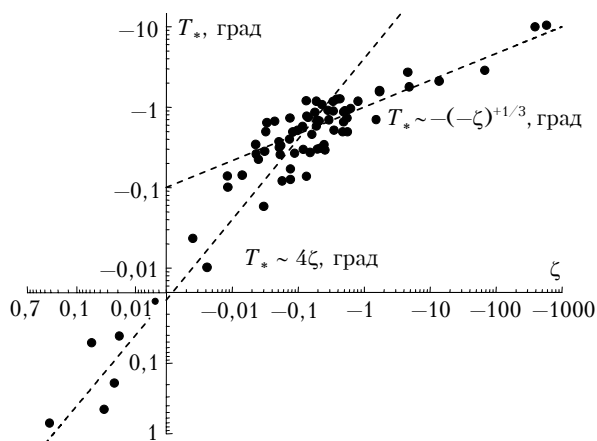


Рис. 17. Турбулентный масштаб температурного поля T_* в горном пограничном слое для всех сеансов измерений, в зависимости от величины числа Монина—Обухова ζ

Все данные устойчиво группируются возле определенных сглаженных зависимостей, приведенных на рис. 17 и 18. Некоторый разброс точек, наблюдающийся в области устойчивой стратификации ($\zeta > +0,05$), постоянно появляется в большинстве измерений различных турбулентных характеристик в атмосфере (в работах разных авторов).

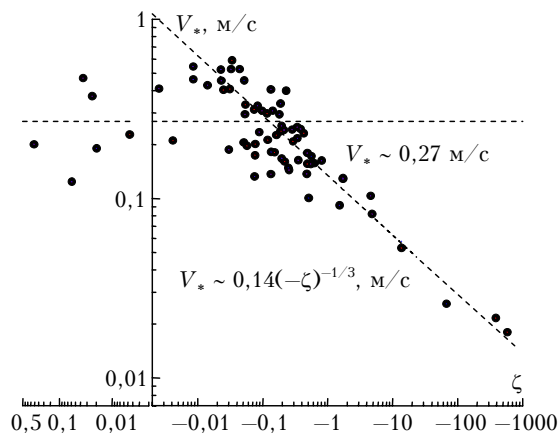


Рис. 18. Турбулентный масштаб поля скорости V_* в горном пограничном слое для всех сеансов измерений, в зависимости от величины числа Монина—Обухова ζ

А.С. Монин и А.М. Яглом [1] объясняют это пережаемостью турбулентности в условиях устойчивости и, следовательно, недостаточностью обычного времени усреднения. Таким образом, из наших измерений следует, что в горном пограничном слое экспериментальные результаты, как функции от универсального параметра — числа Монина—Обухова, можно объединять независимо от типа региональной метеоситуации (по крайней мере, для метеоситуаций, наблюдавшихся за все время проведения измерений).

На рис. 19 и 20 приведены результаты сравнения полуэмпирической теории с экспериментом для функций

$$D^T = \beta_{31} \partial T / \partial x_1 + \beta_{33} \partial T / \partial x_3$$

и

$$D^V = \partial v_1 / \partial x_3 + \partial v_3 / \partial x_1$$

в горном пограничном слое (см. выражения (7), в которых при средней скорости ветра вдоль оси x_1 поперечной производной $\partial T / \partial x_2$ можно пренебречь). На этих рисунках также показаны экспериментальные значения производных $\partial T / \partial z$ и $\partial u / \partial z$.

В случае изотропного пограничного слоя (когда ζ фиксировано, отсутствуют продольные производные и $D^T = \partial T / \partial z$, $D^V = \partial u / \partial z$) выражения (7) являются одними из основных в полуэмпирической теории турбулентности (в теории подобия) и надежно подтверждены экспериментально [1, 3]. В анизотропном слое все составляющие равенств (7) являются функциями числа ζ , изменяющегося при произвольном перемещении точки наблюдения. Как видно из рис. 19, 20, в широком диапазоне

изменения чисел Монина—Обухова ζ теория удовлетворительно совпадает с экспериментом. Причем учет продольных производных улучшает совпадение.

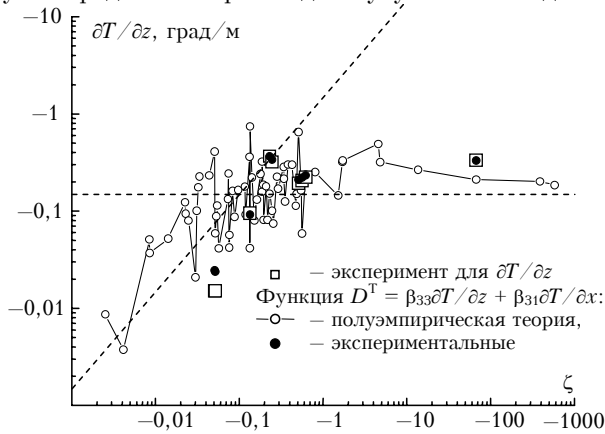


Рис. 19. Сравнение экспериментальных и теоретических значений вертикальной (по z) производной средней температуры воздуха $\partial T/\partial z$ в горном пограничном слое. Светлые квадратики — экспериментальные значения $\partial T/\partial z$ по измерениям в нижнем 5-метровом слое вблизи БСВТ (сеанс наблюдений 5). Светлые и темные кружки — соответственно полуэмпирическая теория и эксперимент для функции D^T в выражениях (7). Прямые линии — асимптотики теоретической функции D^T при $|\zeta| \rightarrow 0$ и $\zeta \rightarrow -\infty$

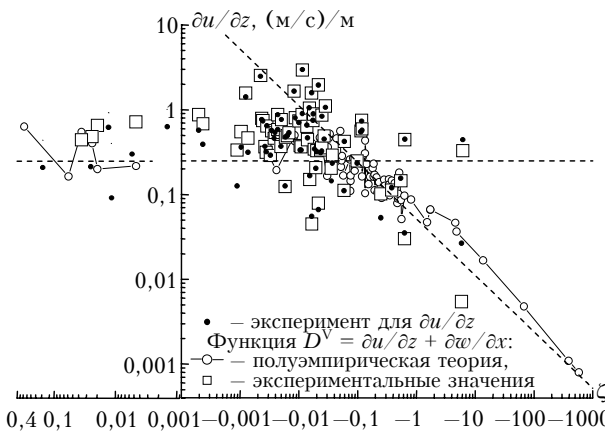


Рис. 20. Сравнение экспериментальных и теоретических значений вертикальной (по z) производной продольной компоненты (u) средней скорости ветра $\partial u/\partial z$ в горном пограничном слое. Темные кружки — экспериментальные значения $\partial u/\partial z$ по всем сеансам наблюдений. Светлые кружки и светлые квадратики — соответственно полуэмпирическая теория и эксперимент для функции D^V в выражениях (7). Прямые линии — асимптотики теоретической функции D^V при $|\zeta| \rightarrow 0$ и $\zeta \rightarrow -\infty$

Из выражений (7), (3) можно убедиться, что для анизотропного слоя теоретические функции D^T , D^V представляются в виде

$$D^T = T_*(\zeta)\varphi(\zeta)/z, \quad D^V = V_*(\zeta)\varphi(\zeta)/(\alpha z),$$

где масштабы $T_*(\zeta)$ и $V_*(\zeta)$ являются функциями от ζ (см. рис. 17 и 18). Такие же представления справедливы и в изотропном слое, только масштабы T_* и V_* в этих формулах постоянны.

Как видно из результатов измерений (см. рис. 19 и 20), в анизотропном слое существуют локальные области, в которых можно пренебречь продольными производными в функциях D^T , D^V по сравнению с вертикальными. Это означает, что в таких областях для функций D^T , D^V реализуется режим изотропного слоя. Плоскопараллельное течение над протяженным участком поверхности можно считать просто расширением некоторой небольшой локальной области с изотропным режимом. Следовательно, в протяженных изотропных слоях постоянные масштабы T_* и V_* не будут произвольными, а будут, как видно из теоретических представлений для D^T , D^V , определяться конкретной величиной ζ .

На рис. 21 и 22 приведены результаты сравнения полуэмпирической теории с экспериментом для энергетической и температурной функций анизотропии $\varphi_V(\zeta)$ и $\varphi_T(\zeta)$. Как видно из рис. 21 и 22, имеет место удовлетворительное совпадение теории с экспериментом. Теоретические значения этих функций оказываются близки к своим экспериментальным значениям в широком диапазоне изменения чисел Монина—Обухова (от устойчивой до сверхсильной неустойчивой локальных температурных стратификаций, $-581 \leq \zeta \leq 0,3$).

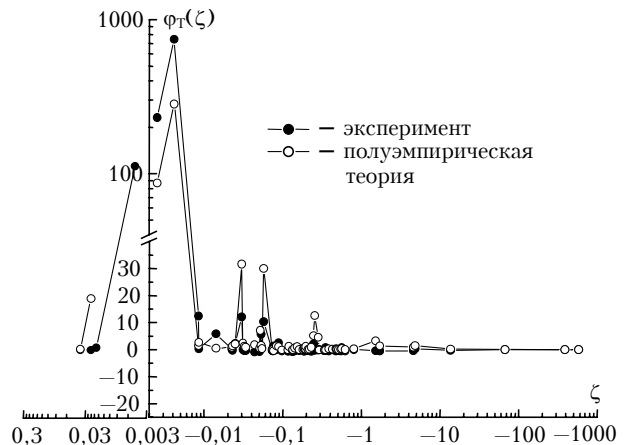


Рис. 21. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для температурной функции анизотропии

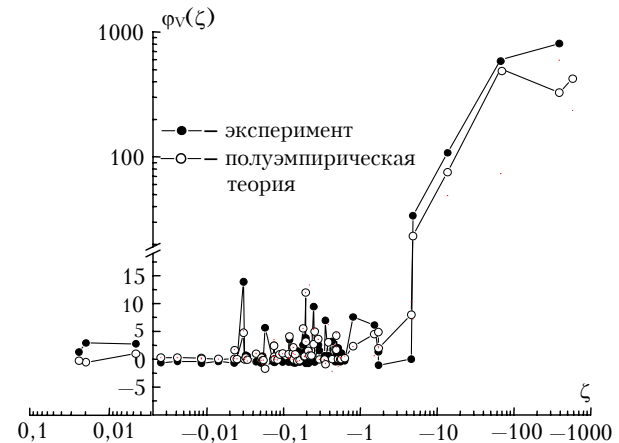


Рис. 22. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для энергетической функции анизотропии

Функции анизотропии имеют максимумы в разных областях изменения числа Монина—Обухова ζ . Если $\varphi_T(\zeta)$ сосредоточена в основном в области $|\zeta| \lesssim 0,1$, то $\varphi_V(\zeta)$ — в области $-1 \gtrsim \zeta \gtrsim -1000$. Вне этих интервалов обе функции близки к нулю, в максимумах достигают значений, близких к 1000. Несмотря на невысокую точность измерения производных гидродинамических полей, совпадение наблюдается при изменениях функций $\varphi_V(\zeta)$, $\varphi_T(\zeta)$ более чем на три порядка. Поэтому оно не может быть следствием экспериментальных ошибок.

Так как функции $\varphi_V(\zeta)$, $\varphi_T(\zeta)$ определяют значения скоростей диссипации ε и N , то из рис. 21 и 22 следует, что анизотропный пограничный слой характеризуется на энергетических (ε) и температурных (N) характеристиках турбулентности существенно несимметричным образом. Появление максимумов функций анизотропии в разных областях изменения числа Монина—Обухова ζ связано с соответствующим поведением в этих областях масштабов $T_*(\zeta)$ и $V_*(\zeta)$. Как видно из сглаженных эмпирических зависимостей для масштабов $T_*(\zeta)$ и $V_*(\zeta)$ на рис. 17 и 18, при малых значениях $|\zeta|$ ($|\zeta| \rightarrow 0$) $T_*(\zeta) \rightarrow 0$, а при больших отрицательных значениях ζ ($\zeta \rightarrow -\infty$) $V_*(\zeta) \rightarrow 0$. Поэтому, если в этих областях производные $\partial T/\partial x_1$ (при $|\zeta| \rightarrow 0$), $\partial v_1/\partial x_1$ или $\partial v_3/\partial x_3$ (при $\zeta \rightarrow -\infty$) ограничены, то в соответствии с формулами (9в) и (8б) $\varphi_T(\zeta) \rightarrow \infty$ при $|\zeta| \rightarrow 0$ и $\varphi_V(\zeta) \rightarrow \infty$ при $\zeta \rightarrow -\infty$ (за счет нормировки на масштабы T_* и V_*).

В интервале изменения чисел Монина—Обухова $-0,1 \gtrsim \zeta \gtrsim -1$, в котором обе функции анизотропии одновременно близки к нулю, выражения (8) и (9) для анизотропных скоростей диссипации ε и N совпадают с выражениями для изотропных скоростей диссипации. Следовательно, в этом интервале ζ в анизотропном пограничном слое реализуется режим изотропного слоя.

Таким образом, из результатов наших измерений в горном пограничном слое следует, что предположение о локальной слабой анизотропности произвольного пограничного слоя выполняется с хорошей точностью. Произвольный пограничный слой, следовательно, можно считать локально слабо анизотропным. Это означает, что введением функций анизотропии $\varphi_V(\zeta)$, $\varphi_T(\zeta)$ теория подобия для изотропных скоростей диссипации может быть распространена на произвольный анизотропный пограничный слой.

3. Эффективный изотропный слой

В разд. 2 показано, что в значительном интервале изменения чисел Монина—Обухова ($-0,1 \gtrsim \zeta \gtrsim -1$) в горном пограничном слое реализуется режим изотропного слоя. Представляется интересным вопрос, можно ли произвольный пограничный слой заме-

нить на некоторый эффективный изотропный пограничный слой. Это дало бы возможность использовать для описания анизотропного слоя простые полуэмпирические соотношения, справедливые в изотропном слое.

Как следует из формул (8), (9), (8в), (9в), в произвольном пограничном слое скорости диссипации ε и N зависят от пяти параметров: V_* , T_* , T , $\partial u/\partial x$, $\partial T/\partial x$. Обозначим $\partial u/\partial x = V^X(\zeta)$, $\partial T/\partial x = T^X(\zeta)$ и будем считать, что вид функций $V^X(\zeta)$, $T^X(\zeta)$ известен (экспериментальные данные для $\partial u/\partial x$, $\partial T/\partial x$ приведены на рис. 13 и 14). Тогда выражения для ε и N можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon &= V_*^3 \alpha^{-1} z^{-1} [\varphi(\zeta) - \zeta + \varphi_V(\zeta, V_*, V^X(\zeta))], \\ N &= \alpha \alpha V_* T_*^2 z^{-1} [\varphi(\zeta) + \varphi_T(\zeta, T_*, T^X(\zeta))], \\ \zeta &= z \alpha \alpha^2 g T_* V_*^{-2} T^{-1}, \end{aligned} \quad (10)$$

где в функциях φ_V , φ_T выписаны все аргументы в явном виде. Задавая значения параметров V_* , T_* , T в системе (10), находим значения левых частей ε , N , ζ . Обращая задачу, по известным ε , N , ζ можно найти V_* , T_* , T .

Система уравнений (10) соответствует анизотропному слою. Если положить в (10) $\varphi_V = 0$, $\varphi_T = 0$, то система (10) будет описывать изотропный слой. Вводя вместо V_* , T_* , T новые величины V_{*eff} , T_{*eff} , T_{eff} , получаем

$$\begin{aligned} \varepsilon &= V_{*eff}^3 \alpha^{-1} z^{-1} [\varphi(\zeta) - \zeta], \\ N &= \alpha \alpha V_{*eff} T_{*eff}^2 z^{-1} \varphi(\zeta), \\ \zeta &= z \alpha \alpha^2 g T_{*eff} V_{*eff}^{-2} T_{eff}^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Приравняем левые части систем (10) и (11) друг другу, что эквивалентно заданию в (11) величин ε , N , ζ из реального горного слоя. Решая систему уравнений (11), находим значения параметров V_{*eff} , T_{*eff} , T_{eff} , соответствующих эффективному изотропному слою.

Задачу можно упростить, считая относительные изменения абсолютной температуры малыми и полагая ее равной своему среднему значению по всем сеансам наблюдений $T = T_{eff} = 273,7$ К ($\langle T \rangle = +0,5$ °С, отклоняясь в разных сеансах на 1–2 °С). Тогда, выразив из третьего уравнения системы (11) одно из неизвестных через другое и подставив его в первые два уравнения, получим систему двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными V_{*eff} , T_{*eff} .

На рис. 23 и 24 приведены результаты сравнения турбулентных масштабов температуры и скорости анизотропного пограничного слоя T_* , V_* с эффективными масштабами для изотропного слоя T_{*eff} , V_{*eff} . Из этих рисунков следует, что эффективные турбулентные масштабы температуры и скорости T_{*eff} , V_{*eff} оказываются близкими к постоянным величинам в широком диапазоне изменения чисел Монина—Обухова ($-581 \leq \zeta \leq 0,3$). Как

известно, в изотропном слое эти масштабы должны быть постоянными. На основании данных рис. 23 и 24 можно сделать вывод, что анизотропный пограничный слой может быть заменен на эффективный изотропный пограничный слой.

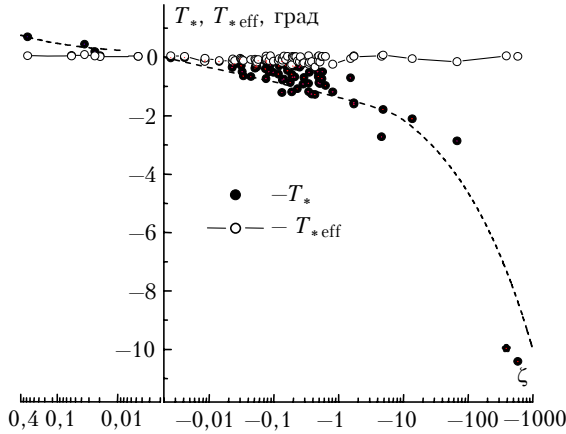


Рис. 23. Сравнение турбулентного масштаба температуры анизотропного пограничного слоя T_* с эффективным масштабом для изотропного слоя T_{*eff} : $T_* \sim 4\zeta$ град, $\zeta > \zeta_*$ ($\zeta_* = -0,125$); $T_* \sim -(\zeta)^{+1/3}$ град, $\zeta < \zeta_*$; $\langle T_{*eff} \rangle = -0,066$ град

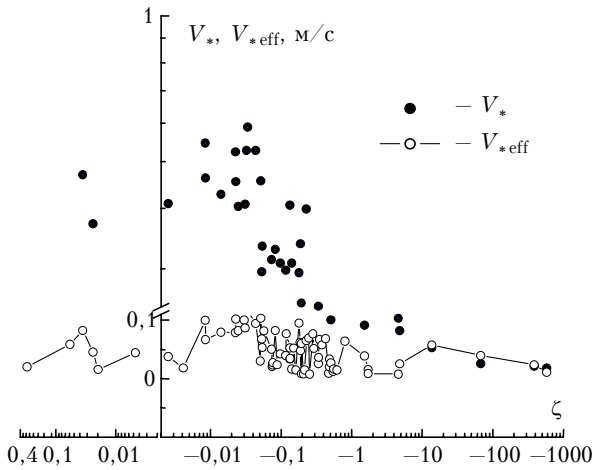


Рис. 24. Сравнение турбулентного масштаба скорости (скорости трения) анизотропного пограничного слоя V_* с эффективным масштабом для изотропного слоя V_{*eff} : $V_* \sim 0,27$ м/с, $\zeta > \zeta_*$ ($\zeta_* = -0,125$); $V_* \sim 0,14$ $(-\zeta)^{-1/3}$ м/с, $\zeta < \zeta_*$; $\langle V_{*eff} \rangle = 0,049$ м/с

Осредненные по всем точкам наблюдения эффективные масштабы изотропного слоя оказываются равными $\langle T_{*eff} \rangle = -0,07$ град, $\langle V_{*eff} \rangle = 0,05$ м/с. Такие значения масштабов при $z = 2,7$ м и $T_{eff} = 273,7$ К соответствуют числу Монина–Обухова эффективного изотропного слоя, равному $\langle \zeta_{eff} \rangle = -0,5$. Указанные значения трех параметров $\langle T_{*eff} \rangle$, $\langle V_{*eff} \rangle$, $\langle \zeta_{eff} \rangle$ — полностью характеризуют эффективный изотропный слой, соответствующий реальному горному пограничному слою. Величина $\langle \zeta_{eff} \rangle$ может служить индикатором общей метеоситуации над исследуемым горным регионом за время проведения экспериментов.

Таким образом, если найдены значения параметров $\langle T_{*eff} \rangle$, $\langle V_{*eff} \rangle$, $\langle \zeta_{eff} \rangle$, характеризующих эффективный изотропный слой, то можно пользоваться формулами (11), не рассматривая функции анизотропии $\phi_V(\zeta)$, $\phi_T(\zeta)$.

4. Внешний масштаб турбулентности в анизотропном пограничном слое

Как известно, внешний масштаб турбулентности L_0 может быть определен различными способами. Например, В.И. Татарский [3] определяет вертикальный внешний масштаб L_0^T из условия равенства среднего квадрата разности случайных значений температуры в двух точках z_1 , z_2 ее систематической разности. Это условие дает

$$C_T^2 |z_1 - z_2|^{2/3} = (dT/dz)^2 |z_1 - z_2|^2;$$

$$L_0^T = |z_1 - z_2| / (\alpha C_\theta)^{3/4} = \{C_T^2 / [\alpha C_\theta (dT/dz)^2]\}^{3/4},$$
(12)

где, как и ранее, $\alpha = Pr^{-1} \approx 1,17$; C_θ — постоянная Обухова. Можно определить внешний масштаб L_0^D по отклонению структурной функции флуктуаций температуры от 2/3-зависимости. В пространстве Фурье-преобразований этот масштаб будет соответствовать масштабу L_0^V , определенному по отклонениям одномерного пространственного или временного частотного спектров от 5/3-зависимости. Имеются также масштабы, которые являются параметрами в различных теоретических моделях энергетического интервала трехмерного спектра флуктуаций (например, кармановский внешний масштаб L_0^K). Для практики представляется интересным установить связи между этими масштабами, получить теоретические представления для них, пригодные в анизотропном пограничном слое, и сравнить результаты теории и эксперимента.

Для кармановской модели трехмерного спектра турбулентности структурная функция $D(r)$ и одномерная спектральная плотность $V(k)$ задаются выражениями [3]:

$$D_\nu(r) = 2a_\nu^2 [1 - 2^{1-\nu} \Gamma^{-1}(\nu)(r/r_0)^\nu K_\nu(r/r_0)];$$

$$V_\nu(k) = \Gamma^{-1}(\nu + 1/2) \Gamma^{-1}(\nu) \pi^{-1/2} a_\nu^2 r_0^2 (1 + k^2 r_0^2)^{-\nu-1/2},$$
(13)

где r_0 — некоторый пространственный масштаб (радиус корреляции); a_ν^2 — дисперсия; K_ν — функция Макдональда.

Рассматривая например флуктуации температуры, здесь следует положить $\nu = 1/3$, $r_0^{-1} = k_0 = 2\pi/L_0^K$, где L_0^K — кармановский внешний масштаб.

Разложим $D_\nu(r)$, $V_\nu(k)$ при $\nu = 1/3$ в ряды соответственно по степеням r/r_0 , k_0/k , а при $\nu = 4/3$ (полагая $r_0 = r_1$, $k_0 = k_1$) — в ряды по степеням r/r_1 , k_1/k . Тогда получим

$$D_{1/3}(r) = \alpha_0 r^{2/3} - \alpha_1 r^2 + O((r/r_0)^{8/3}),$$

$$V_{1/3}(k) = \beta_0 k^{-5/3} - \beta_1 k^{-11/3} + O((k_0/k)^{17/3}),$$

$$D_{4/3}(r) = \alpha_2 r^2 + O((r/r_1)^{8/3}),$$

$$V_{4/3}(k) = \beta_2 k^{-11/3} + O((k_1/k)^{17/3}).$$

Здесь $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ – положительные постоянные, зависящие от $a_{1/3}^2, r_0$; α_2, β_2 – зависящие от $a_{4/3}^2, r_1$. Величины $a_{1/3}^2, r_0$ и $a_{4/3}^2, r_1$ можно связать друг с другом, если на α_0 и α_2 наложить условия $\alpha_0 = C_T^2, \alpha_2 = (dT/dz)^2$. Эти условия следуют из определения (12). Они позволяют установить связь между масштабом Татарского L_0^T и другими масштабами.

Определим внешний масштаб L_0^V ($k_* = 2\pi/L_0^V$) из условия пересечения $V_{1/3}(k)$ и $V_{4/3}(k)$ в точке k_* , в которой относительное отклонение $V_{1/3}(k)$ от зависимости $\beta_0 k^{-5/3}$ (соответствующей инерционному интервалу) равно заданной величине δ_V . Аналогично определим внешний масштаб L_0^D ($L_0^D = r_*/(\alpha C_\theta)^{3/4}$) – из условия пересечения $D_{1/3}(r)$ и $D_{4/3}(r)$ в точке r_* , в которой относительное отклонение $D_{1/3}(r)$ от инерционного интервала (зависимости $\alpha_0 r^{2/3}$) равно величине δ_D . Отклонения δ_V и δ_D оказываются связанными. Так, при $|\delta_V| \ll 1$ имеем $|\delta_D| \approx 1,14 |\delta_V|^{3/4}$.

Таким образом, имеем четыре по-разному определенных внешних масштаба: $L_0^T, L_0^K, L_0^V, L_0^D$. При малых отклонениях δ_V, δ_D все эти масштабы оказываются связанными линейными зависимостями (с громоздкими выражениями для коэффициентов). Например, при $\delta_V = 0,3$ ($\delta_D \approx 0,37$) получаем следующие представления масштабов через масштаб Татарского:

$$L_0^V \approx 7,3L_0^T, \quad L_0^D \approx 0,72L_0^T, \quad L_0^K \approx 12,4L_0^T \quad (14)$$

(или представления через кармановский внешний масштаб: $L_0^V \approx 0,6L_0^K, L_0^D \approx 0,06L_0^K, L_0^T \approx 0,08L_0^K$).

Как следует из определений (5), $C_T^2 = C_\theta \varepsilon^{-1/3} N$. Подставим в эту формулу выражения (8), (9) для ε и N в анизотропном слое. Вертикальную производную dT/dz можно выразить из (7), где $D^T = -0,49 \partial T/\partial x + \partial T/\partial z$. Подставляя C_T^2 и $\partial T/\partial z$ в определение (12), находим выражение для внешнего масштаба Татарского, обобщенное на случай произвольного анизотропного слоя:

$$L_0^T = \alpha z [\varphi(\zeta) + \varphi_T(\zeta)]^{3/4} [\varphi(\zeta) + \varphi_V(\zeta) - \zeta]^{-1/4} \times \\ \times [\varphi(\zeta) + 0,49 z T_*^{-1} \partial T/\partial x]^{-3/2}. \quad (15)$$

Полагая здесь $\varphi_T(\zeta) = 0, \varphi_V(\zeta) = 0, \partial T/\partial x = 0$, получаем известное выражение для изотропного слоя

$$L_0^T = \alpha z \varphi(\zeta)^{-3/4} [\varphi(\zeta) - \zeta]^{-1/4}. \quad (15a)$$

В изотропном слое применяется также более простое выражение [3] $L_0^T = \alpha z / \varphi(\zeta)$, которое незначительно отличается от (15a) в предельных случаях сильно неустойчивой и сильно устойчивой стратификаций.

Сравним теорию с экспериментом. Для этого воспользуемся различными методами получения

экспериментальных значений вертикального внешнего масштаба.

В качестве одного из таких методов может быть подстановка в определение (12) измеренных значений C_T^2 и $\partial T/\partial z$ (условно назовем этот метод «по определению Татарского»). Как видно из рис. 19, экспериментальные значения $\partial T/\partial z$ найдены по измерениям в нижнем 5-метровом слое (сеанс наблюдений 5, всего 6 точек для $\partial T/\partial z$), и их сравнительно немного. Поэтому для более полного сравнения приведем другие независимые методы, позволяющие восстанавливать экспериментальные значения внешнего масштаба. Эти методы можно предложить из результатов измерений временных частотных спектров флуктуаций температуры.

На рис. 25 представлены образцы частотных спектров температуры $W(f)$, полученные в наших измерениях при различных значениях числа Монина–Обухова ζ . Как следует из рис. 25, для всех спектров характерны наличие «5/3»-инерционного интервала частот f , в котором $W(f) \sim f^{-5/3}$, и насыщение в области низких частот. Спектры удовлетворительно описываются кармановской моделью.

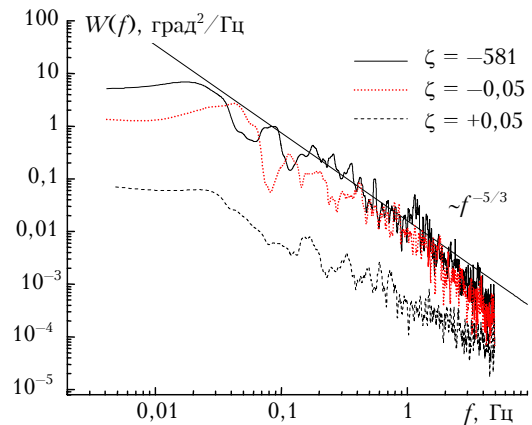


Рис. 25. Экспериментальные ненормированные спектры флуктуаций температуры. Верхняя кривая в низкочастотном диапазоне соответствует сильно неустойчивой стратификации, нижняя – устойчивой стратификации. Спектры не сглажены, значительный разброс точек в высокочастотном диапазоне – результат дискретного преобразования Фурье

Применим кармановскую модель спектра (13) для определения кармановского внешнего масштаба L_0^K по устойчивым характеристикам спектров. К таким характеристикам можно отнести значение спектра на нижней границе зарегистрированного участка частот (обозначим его как $W(0)$) и значение коэффициента w_* при степени $f^{-5/3}$ в инерционном интервале ($W(f) = w_* f^{-5/3}$). Воспользуемся соотношением [3] $V(k) = v W_{\text{exp}}(kv)$, где v – модуль вектора средней скорости ветра. Это соотношение связывает одномерный пространственный спектр $V(k)$, определенный выражениями (13), с временным частотным спектром $W_{\text{exp}}(\omega)$, являющимся обычным одномерным преобразованием Фурье от корреляционной функции ($\omega = 2\pi f$). Учитывая, что

$W(f)$ есть преобразование по положительным частотам и $W(f) = 4\pi W_{\text{exp}}(2\pi f)$, находим два метода определения кармановского масштаба L_0^K по характеристикам спектров:

$$1) L_0^K = 4,8(W(0)v/C_T^2)^{3/5},$$

$$2) L_0^K = (v/f) \{ [W(0)/W(f)]^{6/5} - 1 \}^{1/2}. \quad (16)$$

Второй метод для частот из инерционного интервала упрощается и дает $L_0^K \approx v[W(0)/w_*]^{3/5}$. Условно назовем первый из этих методов «из спектров по насыщению», а второй — «из спектров по 5/3-зависимости».

На рис. 26 приведены результаты сравнения экспериментальных и теоретических результатов для внешнего масштаба Татарского L_0^T в горном пограничном слое. При использовании экспериментальных значений кармановского масштаба L_0^K , полученных из спектров на основе методов (16), применялся коэффициент пересчета кармановского масштаба в масштаб Татарского (14). Этот коэффициент пригоден для любого пограничного слоя.

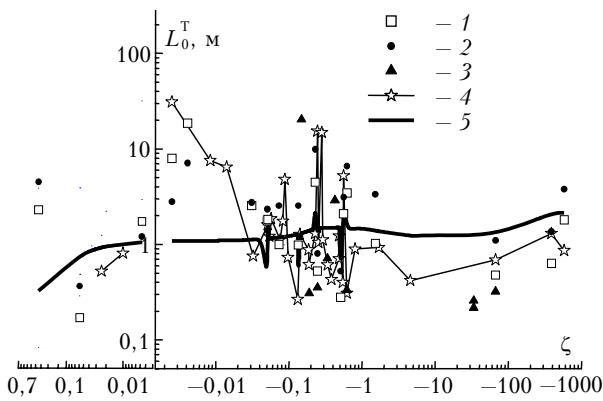


Рис. 26. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов для внешнего масштаба турбулентности L_0^T в горном анизотропном пограничном слое: 1 — эксперимент (из спектров по 5/3-зависимости); 2 — эксперимент (из спектров по насыщению); 3 — эксперимент (по определению Татарского); 4 — полуэмпирическая теория для анизотропного слоя; 5 — полуэмпирическая теория для изотропного слоя

Сравнение измеренных тремя разными методами масштабов L_0^T («по определению Татарского», «из спектров по насыщению» и «из спектров по 5/3-зависимости») показывает, что в анизотропном пограничном слое имеет место удовлетворительное согласие эксперимента и полуэмпирической теории (15).

Для сравнения использовались данные всех сеансов наблюдений (включая и сеанс высотных наблюдений 5). Поэтому из-за явной линейной зависимости от высоты теоретические масштабы как изотропного ($L_0^T = \alpha z / \varphi(\zeta)$), так и анизотропного

слоев (15) при некоторых значениях ζ (где высота z отличается от своего постоянного значения 2,7 м) испытывают скачки. Как видно из рис. 26, для таких ζ экспериментальные данные также испытывают скачки. Кроме того, в области, где анизотропия незначительна ($-0,1 \gtrsim \zeta \gtrsim -1$), теоретические значения анизотропного и изотропного внешних масштабов, как и следовало ожидать, оказываются близкими (кривые 4 и 5 имеют скачки в практически совпадающих точках ζ).

В области сильно неустойчивых локальных стратификаций анизотропный внешний масштаб меньше изотропного. Как следует из (15), это уменьшение возникает из-за множителя $[\varphi(\zeta) + \varphi_V(\zeta) - \zeta]^{-1/4}$, в котором велики значения величины $\varphi_V(\zeta) - \zeta$. Оба масштаба (анизотропный и изотропный) уменьшаются в области слабо устойчивых стратификаций. Заметное различие между ними (анизотропный больше изотропного) наблюдается в интервале динамической турбулентности (безразличная стратификация). Увеличение анизотропного масштаба связано с ростом функции $\varphi_T(\zeta)$ в этом интервале. Однако учет продольной производной $\partial T / \partial x$ в теоретическом соотношении (15) ограничивает рост анизотропного внешнего масштаба. Как видно из рис. 26, это улучшает совпадение теории с экспериментом.

Авторы выражают благодарность А.Я. Богущевичу, В.А. Гладких, С.Л. Одинцову за консультации по использованию метеосистемы.

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 1. М.: Наука, 1967. 696 с.; Т. 2. СПб.: Гидрометеониздат, 1996. 742 с.
2. Монин А.С., Обухов А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземной слое атмосферы // Труды Геофиз. ин-та АН СССР. 1954. № 24 (151). С. 163–187; Докл. АН СССР. 1953. Т. 93. № 2. С. 223–226.
3. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
4. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
5. Монин А.С. Гидродинамика атмосферы, океана и земных недр. СПб.: Гидрометеониздат, 1999. 524 с.
6. Зилитинкевич С.С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1970.
7. Гурвич А.С. Вертикальные профили скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1965. Т. 1. № 1.
8. Кожевников В.Н. Возмущение атмосферы при обтекании гор. М.: Науч. мир, 1999. 160 с.

V.V. Nosov, O.N. Emaleev, V.P. Lukin, E.V. Nosov. Semiempirical hypotheses of the turbulence theory in the anisotropic boundary layer.

It has been stated that the theory of similarity of turbulent flows can be propagated to an arbitrary anisotropic boundary layer. With the use of semiempirical hypotheses of theory of turbulence, it is shown theoretically and experimentally that an arbitrary anisotropic boundary layer can be considered as locally weakly anisotropic. Except for the tensor of turbulent thermal diffusivity coefficients, the statements of theory of an isotropic layer (for plane-parallel flows) are fulfilled in the vicinity of any point of the layer. In an arbitrary boundary layer, the main parameter of turbulence is the varying Monin-Obukhov number. It has been found that the anisotropic boundary layer can be replaced with an effective isotropic layer. Theoretical equations are derived for the vertical outer scale of turbulence in the anisotropic boundary layer. A good agreement between the experimental and theoretical values of the outer scale of turbulence is demonstrated.