

А.Ф. Курбацкий¹, Л.И. Курбацкая²

Моделирование распределений количества движения и тепла в циркуляционном течении над поверхностным источником тепла в устойчиво стратифицированной окружающей среде

¹ *Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, г. Новосибирск*

¹ *Новосибирский государственный университет,*

² *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск*

Поступила в редакцию 5.03.2002 г.

Исследована вычислительная эффективность трехпараметрической теории турбулентного переноса импульса и тепла для моделирования структуры циркуляционного течения над поверхностным источником тепла (городским островом тепла). Результаты численного моделирования показывают, что трехпараметрическая теория позволяет получить структуру циркуляции, которая хорошо согласуется с данными измерений. Проведено также исследование влияния эффектов плавучести на поведение вертикального турбулентного потока тепла в термически сильно устойчиво стратифицированном слое перемешивания за генерирующей турбулентность решеткой.

Введение

Для анализа и вычисления характеристик атмосферного пограничного слоя используются различные рода модели турбулентности. Для стратифицированных атмосферных течений наиболее часто используются двухпараметрические $E - \epsilon$ -модели [1], модели турбулентности, замкнутые на уровне вторых моментов [2], и модели с замыканием на уровне моментов третьего порядка [3, 4]. Вместе с вихреразрешающими моделями [5] модели турбулентного переноса третьих моментов следует рассматривать в качестве средства для фундаментальных исследований в силу больших вычислительных затрат, необходимых для их реализации.

Растущая необходимость в детальном моделировании турбулентной структуры устойчиво стратифицированных атмосферных течений служит мотивацией для разработки и верификации менее дорогих с вычислительной точки зрения моделей турбулентности для прикладных исследований, которые были бы максимально простыми, чтобы минимизировать вычислительные затраты.

Идеи, лежащие в основе полностью явных алгебраических моделей турбулентного переноса, могут быть использованы для улучшения моделирования эффектов плавучести в стратифицированных течениях. При решении прикладных задач полные модели турбулентности вторых моментов представляются в настоящее время слишком дорогостоящими. Действительно, недавние исследования [6–8] устойчиво стратифицированных течений показывают, что градиентные модели турбулентного переноса, включающие эффекты плавучести, могут быть оптимальным приближением, сочетающим в себе вычислительную эф-

фективность с приемлемой точностью получаемых результатов.

Техника алгебраического моделирования турбулентного переноса импульса, тепла и вещества может быть модифицирована для получения полностью явной алгебраической модели для потока тепла в стратифицированных течениях. Чтобы не привлекать программных кодов символьной алгебры для обращения матрицы системы уравнений для турбулентных потоков тепла $-\langle u_i \theta \rangle$ и количества движения $-\langle u_i u_j \rangle$, желательно получить градиентную модель переноса тепла в виде, в котором потоки тепла явно выражаются через средние градиенты и соответствующие коэффициенты турбулентного обмена.

Результаты численного моделирования стратифицированных течений [6, 8] показывают, что при этом важно включать в теорию полное дифференциальное прогностическое уравнение для дисперсии температурных флуктуаций, позволяющее корректно вычислять противогradientный поток тепла в верхней части турбулентного слоя.

В настоящей статье проведена оценка разработанной замкнутой трехпараметрической $E - \epsilon - \langle \theta^2 \rangle$ теории турбулентного переноса, которая окажется полезной для устойчиво стратифицированных течений окружающей среды и при моделировании распространения загрязняющих примесей в нижней атмосфере.

Коэффициенты турбулентного обмена определяются кинетической энергией турбулентности (КЭТ) E и вязкой диссипацией ϵ . Турбулентные потоки $-\langle u_i \theta \rangle$ и $-\langle u_i u_j \rangle$ вычисляются из полностью явных алгебраических моделей для проникающей турбулентной конвекции от протяженного поверхностного источника тепла (городского острова тепла), формирующейся без начального импульса в условиях слабого окружающего

ветра и устойчивой стратификации атмосферы. Работоспособность теории проверена непосредственно путем сравнения результатов численного моделирования с данными лабораторных измерений для факела с малым относительным удлинением [9] и данными моделирования методом выделения крупных вихрей [4, 5]. Получено хорошее согласие вычислений с данными измерений.

Хорошо известно, что противогradientный перенос скаляра (тепла, массы) возникает в турбулентном течении в условиях сильно устойчивой стратификации. Недавние исследования [10] показали, что противогradientный перенос тепла индуцируется крупномасштабным движением в сильно устойчиво стратифицированном течении воздуха и воды при отсутствии среднего сдвига скорости.

В данной статье исследована возможность учета влияния эффектов плавучести в сильно устойчивом термически стратифицированном слое перемешивания за генерирующей турбулентность решеткой. Показано, что только дифференциальное уравнение переноса для вертикального турбулентного потока тепла позволяет воспроизвести противогradientный поток тепла – эффект, нелокальный по своей физической природе.

1. Турбулентная циркуляция над поверхностным источником тепла

Проникающая турбулентная конвекция индуцируется постоянным потоком тепла H_0 , создаваемым поверхностным источником тепла в виде круглой пластины D (рис. 1а, 1б).

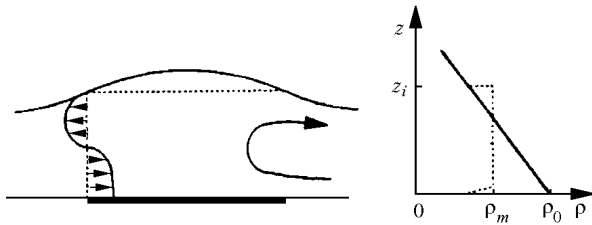


Рис. 1а. Схема циркуляции острова тепла, включая распределение горизонтальной скорости и вертикальный профиль плотности (z_i – высота перемешивания, ρ_0 – плотность стандартной атмосферы, ρ_m – плотность в центре теплового факела)

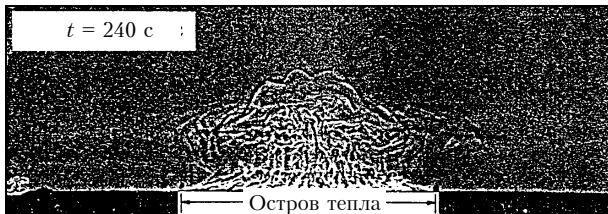


Рис. 1б. Теневая фотография острова тепла. Момент времени $t = 240$ с соответствует установившейся циркуляции

Этот источник тепла моделирует прототип городского острова тепла с малым относительным удлинением ($z_i/D \ll 1$, z_i – высота перемешанного слоя) в

условиях слабого ветра и устойчивой стратификации окружающей среды.

Уравнения термогидродинамики, описывающие циркуляцию над городским островом малого относительного удлинения, могут быть записаны без учета силы Кориолиса и радиации в осесимметричной цилиндрической системе координат. Кроме того, может быть принято гидростатическое приближение, а эффекты плавучести учтены в приближении Буссинеска.

Во многих математических моделях турбулентность теплового факела параметризуется (см., например, [11]). Однако для понимания структуры физического явления городского острова тепла и связанной с ним циркуляции требуется моделирование турбулентности теплового факела.

Физически корректное описание воздействия эффектов устойчивой стратификации окружающей среды на циркуляцию над островом тепла может быть получено с помощью трехпараметрической теории турбулентного переноса. В этой теории КЭТ, ее диссипация и дисперсия турбулентных флуктуаций температуры $\langle \theta^2 \rangle$ находятся из дифференциальных уравнений переноса, а турбулентные потоки импульса $\langle u_i u_j \rangle$ и тепла $\langle u_i \theta \rangle$ определяются из полностью явных выражений типа «gradientной диффузии». Такая трехпараметрическая теория минимизирует трудности в описании турбулентности в устойчиво стратифицированных течениях и усилия по численной реализации теории при решении конкретной задачи.

1.1. Полностью явная модель для турбулентного потока тепла

Полностью явная алгебраическая модель для вектора турбулентного потока тепла $\langle u_i \theta \rangle$ из замкнутого дифференциального уравнения переноса при использовании аппроксимации равновесной турбулентности [8]:

$$\begin{aligned} - \langle u_i \theta \rangle = & C_T \frac{E^2}{\varepsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \frac{\sqrt{R} E}{C_{10}} \frac{E}{\varepsilon} \{ 2v_T + \\ & + (1 - C_{20}) k_T \} S_{ij} + (1 - C_{20}) k_T \Omega_{ij} \} (\partial T / \partial x_j) + \\ & + [(1 - C_{20}) / C_{10}] (E / \varepsilon) \sqrt{R} g_i \beta \langle \theta^2 \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где $S_{ij} = (1/2) (\partial U_i / \partial x_j + \partial U_j / \partial x_i)$ есть средний тензор сдвига скорости; $\Omega_{ij} = (1/2) (\partial U_i / \partial x_j - \partial U_j / \partial x_i)$ – средний тензор вращения; $v_T = C_\mu E^2 / \varepsilon$ – турбулентная вязкость; $k_T = C_T \sqrt{2RE^2} / \varepsilon$ – турбулентная теплопроводность, $R = \tau_\theta / \tau$ – параметр отношения характерных масштабов времени температурного (τ_θ) и динамического (τ) турбулентных полей.

Коэффициенты в выражении (1) имеют «стандартные» значения, откалиброванные при моделировании эволюции однородной турбулентности в условиях устойчивой стратификации: $C_\mu = 0,09$, $C_{10} = 3,28$, $C_{20} = 0,4$, $C_T = 0,095$, $R = 0,6$.

Для турбулентных напряжений используется простая модель Буссинеска, которая в данной задаче предписывает некоторую анизотропию для нормальных напряжений Рейнольдса:

$$\langle v^2 \rangle = (2/3) E - 2\nu_T (\partial V / \partial r), \quad (2)$$

$$\langle w^2 \rangle = (2/3) E - 2\nu_T (\partial W / \partial z), \quad (3)$$

$$\langle u^2 \rangle = (2/3) E - 2\nu_T (V/r), \quad (4)$$

$$- \langle vw \rangle = (2/3) E - 2\nu_T (\partial V / \partial z + \partial W / \partial r). \quad (5)$$

В уравнениях (2) – (5) V – средняя горизонтальная скорость; W – средняя вертикальная скорость; v – горизонтальная турбулентная флуктуация скорости; w – вертикальная турбулентная флуктуация скорости; u – азимутальная турбулентная флуктуация скорости; T – средняя температура; θ – турбулентная флуктуация температуры. В уравнениях (1)–(5) и везде далее прописными буквами и $\langle \dots \rangle$ обозначаются осредненные величины, строчными буквами – турбулентные флуктуации.

1.2. Результаты моделирования

Линии тока на рис. 2 показывают основное восходящее течение в центре острова тепла, генерируемое двумя крупномасштабными вихрями, достигающими инверсионного слоя ($z/z_i \propto 1$), и нисходящего движения во внешней области. Главная особенность заключена в подавлении высоты факела устойчивой стратификацией окружения, увеличении бокового движения и росте турбулентности факела.

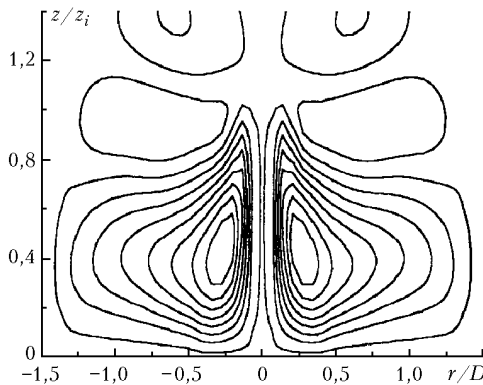


Рис. 2. Контуры линий тока для числа $Fr = 0,077$, $Re = 8280$, ($Fr = W_D / (ND)$ – число Фруда, $N = [\beta g (\partial T / \partial z)_a]^{1/2}$ – частота Брента-Вайсяля, $Re = (W_D D) / \nu$ – число Рейнольдса, W_D – конвективный масштаб скорости)

Рис. 3а и 3б показывают радиальные и вертикальные профили средней горизонтальной скорости. Вблизи поверхности величина радиальной скорости в натекающем потоке с периферии острова тепла возрастает по направлению к центру, достигает максимума при $r/D = 0,25$, затем убывает до нуля в центре острова тепла.

Скорость оттекающего потока также возрастает в направлении от центра до максимальной величины при $r/D = 0,25$. Вычисленные профили горизонтальной скорости

имеют реалистичное поведение вблизи поверхности и обращаются на ней в нуль в отличие от измерений [9], где вязкий подслои не мог быть разрешен.

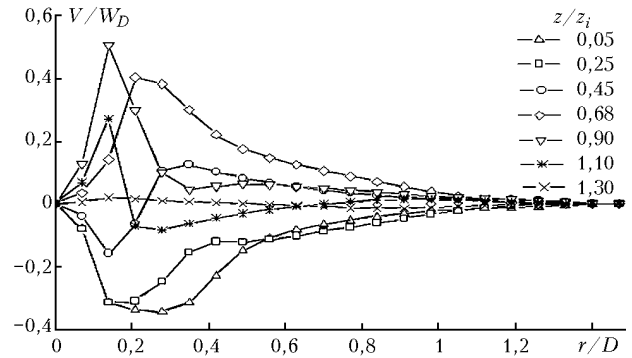


Рис. 3а. Безразмерные горизонтальные скорости на различных высотах; $Fr = 0,077$, $Re = 8280$, $H_0 = 0,65 W_T \cdot \text{см}^{-2}$

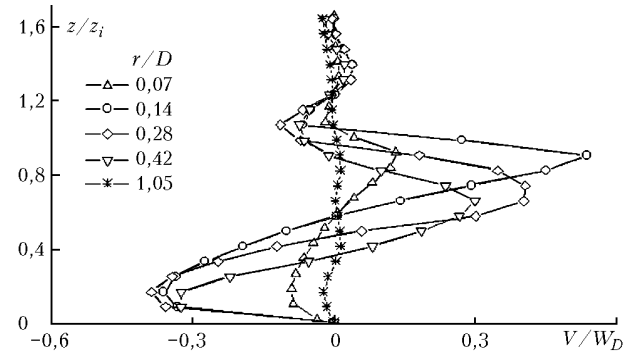


Рис. 3б. Безразмерные профили горизонтальной скорости в различных положениях; вычисление для тех же параметров, что и на рис. 3а

Профили средней вертикальной скорости на рис. 4 показывают, что скорость максимальна вблизи центра теплового факела ($r/D = 0,07$) и убывает в направлении от центра, в то время как нисходящее течение наверху усиливается.

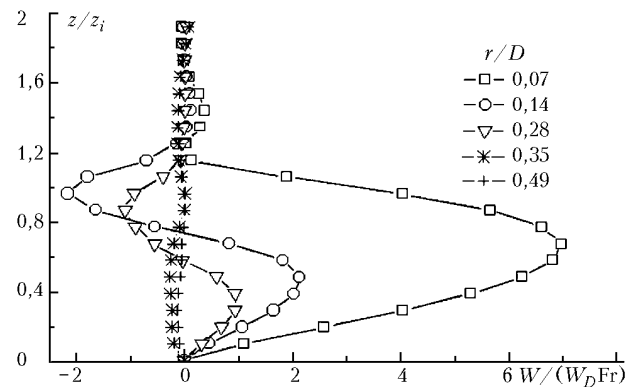


Рис. 4. Вертикальные скорости на различных расстояниях от центра острова тепла; параметры те же, что и на рис. 3а

Структура турбулентного факела показана на рис. 5 в виде распределений среднеквадратических флуктуаций горизонтальной и вертикальной в центре теплового факела.

Как данные измерений [9], так и результаты численного моделирования показывают, что большие

значения внутри перемешанного слоя быстро убывают с высотой выше слоя инверсии.

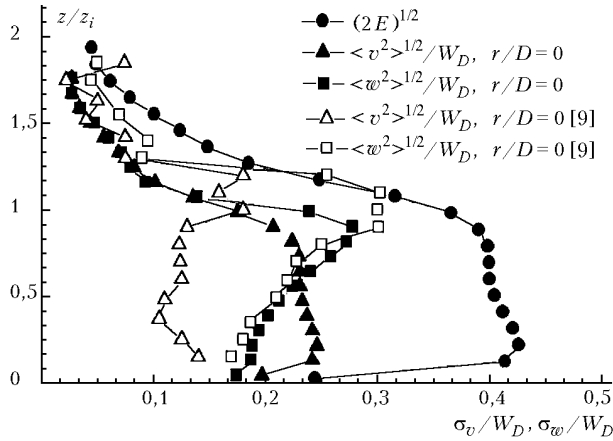


Рис. 5. Нормализованные распределения среднеквадратических отклонений турбулентной скорости по высоте факела в его центре. Данные измерений [9] ($Fr = 0,077$, $Re = 8280$): Δ – профиль горизонтальной дисперсии скорости, \square – профиль вертикальной дисперсии скорости. Вычисления: \blacktriangle – горизонтальная дисперсия скорости; \blacksquare – вертикальная дисперсия скорости; \bullet – вычисленная интенсивность турбулентности, $q^2 = \langle u_i^2 \rangle$

Следует отметить, что простая модель Буссинеска для напряжений Рейнольдса не только корректно вычисляет характерные свойства распределений напряжений Рейнольдса, но также удовлетворительно отражает их анизотропную природу. Вертикальные профили безразмерной температуры $(T - T_a)/\Delta T_m$ на рис. 6 показывают область сильной положительной плавучести в нижней части факела и область слабой отрицательной плавучести вблизи слоя инверсии ($z/z_i \approx 1$).

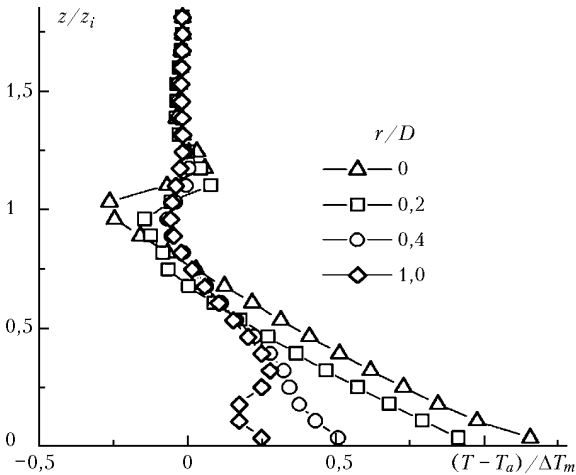


Рис. 6. Профили средней температуры над островом тепла; вычисления для параметров: $Fr = 0,088$; $Re = 4500$; $(\Delta T_m = (T_m - T_a) - \text{интенсивность острова тепла; } T_a - \text{окружающая температура})$

Профили температуры полевых измерений (здесь не показанные) подобны приведенным распределениям на рис. 6. Как лабораторные, так и полевые измерения свидетельствуют об универсальной форме вертикального распределения температуры, которая не зависит ни от числа Рейнольдса, ни от числа Фруда.

Зависимость дисперсии турбулентных флуктуаций температуры от высоты в центре теплового факела показана на рис. 7.

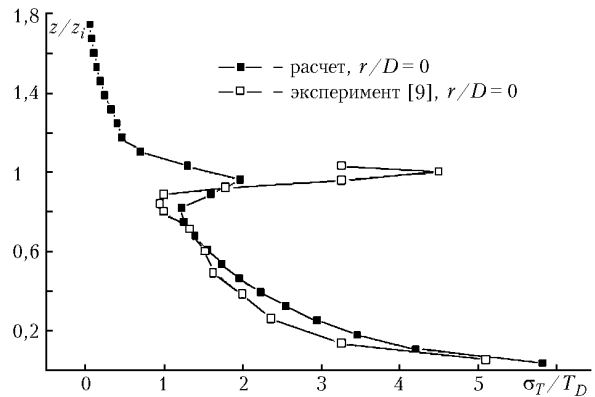


Рис. 7. Измеренные (\square) и вычисленные (\blacksquare) профили дисперсии температурных флуктуаций при $r/D = 0$ ($Re = 4500$, $Fr = 0,088$, $T_D = H_0/\rho_0 c_p W_D$ – конвективный масштаб температурного поля)

Профиль σ_T/T_D убывает от максимального значения на подстилающей поверхности до минимального значения на высоте $z/z_i = 0,85$ – результат прямых измерений и численного решения.

2. Перенос тепла в термически устойчиво стратифицированном слое перемешивания

Недавние исследования [10] показали, что противогradientный перенос тепла вызывается крупномасштабным движением в термически сильно устойчиво стратифицированном течении в баке с водой. В этом эксперименте поток «горячей воды» с температурой T_1 и «холодной воды» с температурой T_2 приводились в соприкосновение вверх по потоку от генерирующей турбулентность решетки. Тем самым создавалось устойчиво стратифицированное течение с начальным скачком температуры.

Эффекты воздействия плавучести на среднюю температуру и вертикальный турбулентный поток тепла в этом течении моделировались посредством полной модели турбулентности вторых моментов с включением уравнения переноса для вертикального турбулентного потока тепла в виде

$$\frac{\partial \langle w\theta \rangle}{\partial x} = - \langle w^2 \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial z} - C_{10} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_\theta}{E \langle \theta^2 \rangle}} \langle w\theta \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{s0} \frac{E}{\varepsilon} \langle w^2 \rangle \right) \frac{\partial \langle w\theta \rangle}{\partial z} + (1 - C_{30}) Ri \langle \theta^2 \rangle.$$

В этом уравнении $Ri = \beta g \Delta T M / U^2$ есть число Ричардсона; Θ – осредненная температура; $\Delta T = T_1 - T_2$; U – осредненная поперек потока средняя скорость; M – размер ячейки генерирующей решетки; β – термический коэффициент расширения; g – ускорение силы тяжести. Значения констант модели идентичны тем, которые использовались другими авторами: $C_{10} = 3,28$, $C_{s0} = 0,11$, $C_{30} = 0,40$.

Численное моделирование выполнено для тех же самых условий, при которых проводились измерения [10]. Начальные профили средней температуры Θ и вертикального потока тепла $-\langle w\theta \rangle$ взяты из эксперимента в сечении $x/M = 10$ позади решетки. Начальные значения КЭТ, ее диссипации ϵ , дисперсии вертикальной турбулентной скорости $\langle w^2 \rangle$, дисперсии турбулентных флуктуаций температуры $\langle \theta^2 \rangle$ и деструкции температурных флуктуаций ϵ_θ оценивались по экспериментальным данным. В силу этого начальные поля всех искомых функций нельзя было задать согласованными.

С учетом затухающего характера турбулентности за генерирующей решеткой результаты численного решения оказываются чувствительными к заданию начальных полей турбулентных величин. Рис. 8 показывает, что в случае слабой стратификации ($Ri = 0,0078$) результаты численного моделирования хорошо согласуются с данными измерений [10].

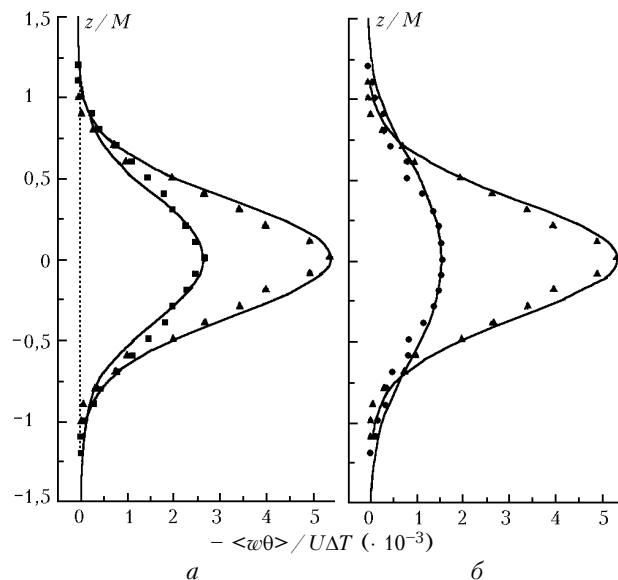


Рис. 8. Вертикальные распределения вертикального потока тепла в слабо стратифицированном течении: а - $x/M = 10$ (\blacktriangle - опытные данные [10], сплошная линия - вычисление), $x/M = 14$ (\blacksquare - опытные данные [10], сплошная линия - вычисление); б - $x/M = 14$ (\bullet - опытные данные [10], сплошная линия - вычисление)

В случае сильной стратификации ($Ri = 0,039$) наблюдается лишь качественное согласие результатов численного моделирования с опытными данными (рис. 9). Максимальное значение вычисленного противогradientного вертикального турбулентного потока тепла ($-\langle w\theta \rangle < 0$) в центральной части течения получается заметно более низким, чем в эксперименте [10].

Следует отметить, что при использовании gradientной модели для турбулентного потока тепла не удастся в случае сильно устойчивой стратификации получить противогradientный поток тепла, что, скорее всего, связано с нелокальным характером процессов турбулентной диффузии, плохо учитываемых локальными моделями gradientного переноса. В слу-

чае слабой устойчивой стратификации gradientные модели для турбулентного потока тепла позволяют получить результаты, согласующиеся с данными измерений.

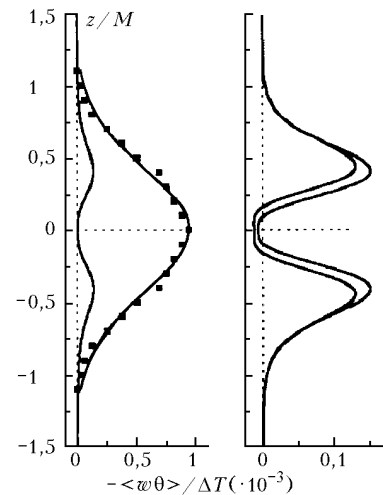


Рис. 9. Вертикальные профили нормализованного вертикального турбулентного потока тепла в сильно устойчивом стратифицированном течении (\blacksquare - данные измерений при $x/M = 10$ [10], сплошная линия - численное решение в различных сечениях вниз по потоку от решетки)

Выводы

Основные результаты работы могут быть суммированы следующим образом.

Разработанная теория турбулентного переноса воспроизводит структурные особенности проникающей турбулентной конвекции над городским островом тепла. Эти особенности включают такие тонкие эффекты, как возникновение области отрицательной плавучести, которая подтверждает развитие купола у теплового факела в форме «шляпы» (см. рис. 16).

Включение уравнения переноса для вертикального турбулентного потока тепла позволяет получить противогradientный турбулентный поток тепла в центральной части течения, качественно согласующийся с данными измерений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 99-05-64143, 01-05-65313) и Интеграционных грантов СО РАН № 1 и 64.

1. *Duynkerke P.G.* Application of the $E - \epsilon$ Turbulence Closure Model to the Neutral and Stable Atmospheric Boundary Layer // *J. Atmos. Sci.* 1988. V. 45. N 5. P. 865-880.
2. *Zeman O. & Lumley J.L.* Buoyancy effects in entraining turbulent boundary layers: A second order closure study // *Turbulent Shear Flows I.* Berlin: Springer-Verlag, 1979. P. 295-306.
3. *Andre C., De Moor G., Lacarrere P., Therry G., du Vachat R.* Modeling the 24-hour evolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer // *J. Atmos. Sci.* 1978. V. 35. N 10. P. 1861-1885.
4. *Canuto V.M., Minotti F., Ronchi C., Ypma R.M.* Second-Order Closure PBL Model with New Third-Order Moments:

- Comparison with LES Data // J. Atmos. Sci. 1994. V. 51. N 12. P. 1605–1618.
5. *Nieuwestadt F.T.M., Mason P.J., Moeng C.-H., Schumann U.* Large Eddy Simulation of the Convective Boundary Layer: A comparison of Four Computer Codes // Turbulent Shear Flows 8: Selected Paper from the Eighth Int. Symp. on Turbulent Shear Flows / F. Durst et al., eds. Berlin: Springer-Verlag, 1993. P. 353–367.
 6. *Andren A.* A TKE dissipation model for the atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorol. 1991. V. 56. N 2. P. 207–221.
 7. *Sommer T.P., So R.M.C.* On the modeling of homogeneous turbulence in a stably stratified flow // Phys. Fluids. 1995. V. 7. N 11. P. 2766–2777.
 8. *Kurbatskii A.F.* Computational modeling of the turbulent penetrative convection above the urban heat island in stably stratified environment // J. Appl. Meteorol. 2001. V. 40. N 10. P. 1748–1761.
 9. *Lu J., Araya S.P., Snyder W.H., Lawson R.E.Jr.* A Laboratory Study of the Urban Heat Island in a Calm and Stably Stratified Environment. Part I: Temperature Field; Part II: Velocity Field // J. Appl. Meteorol. 1997. V. 36. N 10. P. 1377–1402.
 10. *Nagata K., Komori S.* Difference in turbulent diffusion between active and passive scalars in stable thermal-stratification // J. Fluid Mech. 2001. V. 430. P. 361–380.
 11. *Byun D.W., Arya S.P.S.* A two-dimensional mesoscale numerical model of an urban mixed Layer. I. Model formulation, surface energy budget, and mixed Layer dynamics // Atmos. Environ. A. 1990. V. 24. N 4. P. 829–844.

A.F. Kurbatskii, L.I. Kurbatskaya. **Simulation of momentum and heat distributions in circulation flow over a surface heat source in stably stratified environment.**

The computational efficiency of a three-parameter theory of turbulent heat and momentum transfer is studied as applied to simulation of the structure of circulation flow over a surface heat source (urban heat island). The results of numerical simulation show that the three-parameter theory gives the circulation structure, which agrees well with measurements. The effect of buoyancy on the behavior of the vertical turbulent heat flow in the thermally very stably stratified mixing layer behind a turbulence-generating grid is studied as well.