

Ю.Э. Гейнц, А.А. Землянов, Г.М. Креков, М.М. Крекова, Г.Г. Матвиенко

Распространение фемтосекундного лазерного излучения в облачном аэрозоле: моделирование методом Монте-Карло*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 11.05.2006 г.

Представлены результаты численного решения методом Монте-Карло нестационарного уравнения переноса радиации в оптически плотной дисперсной среде. В качестве модели среды предполагалось присутствие однородного жидкокапельного облака. Ожидается, что ультракороткий интенсивный лазерный импульс в процессе распространения стимулирует нестационарные переходные процессы в объеме рассеивающей частицы. В результате этого происходит временная трансформация ее оптических характеристик и, в первую очередь, индикатрисы рассеяния. Для расчета временной динамики индикатрисы рассеяния прозрачной сферической частицы использовалась нестационарная теория Ми, основанная на Фурье-преобразовании первоначального светового импульса и линейной стационарной теории дифракции на сфере. Рассеянное и внутреннее поля записываются в форме интеграла свертки спектра импульса и спектрального отклика частицы. Основываясь на анализе пространственно-временных диаграмм интенсивности, мы выделили четыре последовательные стадии нестационарного рассеяния света частицей. Рассчитанные оптические характеристики использовались далее как входные параметры при решении задачи многократного рассеяния импульса водным аэрозоле.

Введение

Особенностью сверхкороткого лазерного излучения является его широкополосность. Ширина спектра импульса $\Delta\omega_p$ обратно пропорциональна его длительности t_p и может составлять $\Delta\omega_p \sim 10^{15} \div 10^{16}$ Гц при $t_p \approx 10^{-14} \div 10^{-15}$ с. Столь широкий частотный диапазон позволяет осуществить в частице одновременное возбуждение большого числа высокодобротных собственных электромагнитных колебательных мод ШГ (моды «шепчущей галереи» (ШГ)), существование которых было зафиксировано экспериментально и подтверждено теоретическими расчетами [1, 2]. При совпадении частоты падающей на частицу световой волны с частотой одной из ее собственных мод происходит резонансное возбуждение внутреннего оптического поля, причем его пространственно-временное распределение целиком определяется морфологией возбужденной моды. Характерные времена жизни τ_R наиболее высокодобротных мод ШГ в частицах микронных размеров лежат, как правило, в наносекундной области. Таким образом, если исходный импульс излучения имеет длительность сравнимую и меньше, чем время τ_R , то его рассеяние частицей может носить нестационарный характер.

1. Однократное рассеяние излучения фемтосекундной длительности микрочастицей

Обсуждаемая задача о рассеянии фемтосекундного импульса микрочастицей относится к классу

задач дифракции нестационарного и, в общем случае, неоднородного светового поля на диэлектрической сфере. Для ее решения традиционным считается подход, сочетающий в себе спектральный метод Фурье с линейной теорией Ми. Исходная нестационарная задача дифракции широкополосного излучения в этом случае сводится к стационарной задаче рассеяния сферической частицей набора монохроматических Фурье-гармоник. При этом рассеивающие свойства частицы характеризуются так называемой функцией спектрального отклика $E_s(\mathbf{r}; \omega)$, представляющей собой традиционные ряды Ми, записанные для всех частот из спектра исходного импульса [3]. Подробное описание данной методики и некоторые детали ее численной реализации приведены, например, в [4, 5]. Здесь же мы ограничимся краткой сводкой базовых выражений.

При численных расчетах нами было использовано следующее представление напряженности электрического поля падающего линейно поляризованного излучения:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^i(\mathbf{r}; t) &= \frac{1}{2} \left[\mathbf{E}^i(\mathbf{r}; t) + (\mathbf{E}^i(\mathbf{r}; t))^* \right] = \\ &= \frac{1}{2} E_0 \mathbf{e}_y g(t) S(\mathbf{r}_\perp) \exp[i\omega_0(t - (z + a_0)/c)] + \text{к.с.}, \quad (1) \end{aligned}$$

где $g(t)$, $S(\mathbf{r}_\perp)$ — временной и пространственный профили импульса соответственно; ω_0 — несущая частота импульса; E_0 — действительная амплитуда поля; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_\perp + \mathbf{e}_z z$; $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y$; \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z — единичные векторы в направлении осей x , y и z соответственно; t — время; c — скорость света в вакууме.

Считалось, что диэлектрическая сферическая частица радиусом a_0 расположена в начале координат, а дифрагирующий на ней лазерный импульс распространяется вдоль положительного направления оси z . Временной и пространственной профили светового сигнала задавались гауссовскими функциями

$$g(t) = \exp\left\{-\frac{(t - (z + a_0)/c - t_0)^2}{t_p^2}\right\};$$

$$S(\mathbf{r}_\perp) = \exp\left\{-\frac{(x^2 + y^2)}{\omega_0^2}\right\} \quad (2)$$

с параметрами: t_p , t_0 — длительность и временная задержка импульса; ω_0 — пространственная полуширина пучка.

Первым шагом в решении данной задачи является переход из временных координат в область спектральных частот путем представления исходного светового импульса его Фурье-образом $G(\omega)$:

$$\mathbf{E}_\omega^i(\mathbf{r}, \omega) = \mathfrak{Z}[\mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t)] = \frac{1}{2} E_0 \mathbf{e}_y S(\mathbf{r}_\perp) G(\omega - \omega_0) e^{-ik_0(z+a_0)}, \quad (3)$$

где \mathfrak{Z} — оператор Фурье-преобразования; $k_0 = \omega_0/c$.

Соотношение (3) после умножения на экспоненту $e^{i\omega t}$ определяет спектральную составляющую исходного импульса излучения в виде монохроматической волны с парциальной амплитудой

$$\mathbf{A}(\omega) = E_0 \mathbf{e}_y S(\mathbf{r}_\perp) G(\omega - \omega_0). \quad (4)$$

Дифракция такой волны на сферической частице описывается в рамках стационарного приближения уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}; \omega) &= -ik \mathbf{H}_\omega(\mathbf{r}; \omega); \\ \text{rot} \mathbf{H}_\omega(\mathbf{r}; \omega) &= i\varepsilon_a k \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}; \omega), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\mathbf{H}_\omega(\mathbf{r}; \omega)$ — вектор магнитной напряженности поля; ε_a — комплексная диэлектрическая проницаемость вещества частицы; $k = \omega/c$. При этом граничные условия на поверхности сферической частицы ($r = |\mathbf{r}| = a_0$) ставятся из условия непрерывности тангенциальных компонент внутреннего поля \mathbf{E}_ω , \mathbf{H}_ω при переходе через поверхность:

$$\begin{aligned} [\mathbf{E}_\omega \times \mathbf{n}_r] &= [(\mathbf{E}_\omega^i + \mathbf{E}_\omega^s) \times \mathbf{n}_r]; \\ [\mathbf{H}_\omega \times \mathbf{n}_r] &= [(\mathbf{H}_\omega^i + \mathbf{H}_\omega^s) \times \mathbf{n}_r], \end{aligned} \quad (6)$$

где \mathbf{n}_r — вектор внешней нормали к поверхности частицы, а индекс «s» относится к полю рассеянной волны.

Решение (5) с учетом (4) и (6) при задании пространственного профиля светового пучка в виде гауссовской функции (2) приводит к следующему спектральному представлению электрического поля световой волны, рассеянной частицей:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\omega^s(\mathbf{r}; \omega) &= E_0 G(\omega - \omega_0) \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n R_n \left[a_{nm}(m_a k a_0) \mathbf{M}_{nm}^{(3)}(kr, \theta, \varphi) - \right. \\ &\left. - i b_{nm}(m_a k a_0) \mathbf{N}_{nm}^{(3)}(kr, \theta, \varphi) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$R_n = i^n \frac{2n+1}{n(n+1)};$$

$\mathbf{M}_{nm}^{(3)}$, $\mathbf{N}_{nm}^{(3)}$ — сферические вектор-гармоники; m_a — комплексный показатель преломления вещества частицы. Обобщенные коэффициенты a_{nm} , b_{nm} связаны с коэффициентами Ми для плоской волны a_n , b_n (здесь используются обозначения работы [6]) следующими выражениями:

$$a_{nm} = b_n (g_{nm})_{TH}, \quad b_{nm} = b_n (g_{nm})_{TE},$$

где $(g_{nm})_{TH}$, $(g_{nm})_{TE}$ — коэффициенты формы пучка (КФП), представляющие собой двумерные интегралы от радиальных составляющих оптического поля исходного пучка [7–10]. Для случая слабо фокусированного гауссовского пучка (2) с центром на оси z они имеют вид

$$(g_{nm})_{TH} = \frac{1}{2} (-is)^{|m|-1} \exp\left\{-\left(\xi_0^2 + \eta_0^2\right)\right\} \frac{(\xi_0 - i\eta_0)^{|m|-1}}{(m-1)!};$$

$$(g_{nm}(\xi_0, \eta_0))_{TE} = (-i)^m (g_{nm}(\eta_0, -\xi_0))_{TH}, \quad m \geq 0;$$

$$(g_{n(-m)}(\xi_0, \eta_0))_{TE} = -(g_{nm}(\xi_0, -\eta_0))_{TE},$$

где $\xi_0 = x_0/\omega_0$, $\eta_0 = y_0/\omega_0$ — безразмерные координаты центра фокальной перетяжки светового пучка (x_0, y_0) ; $s = 1/(k_0 \omega_0)$ — безразмерный параметр. В случае же плоской волны, линейно поляризованной вдоль оси y , все КФП равны нулю, кроме двух пар: $(g_{n(\pm 1)})_{TE} = 1/2$ и $(g_{n(\pm 1)})_{TH} = \mp(i/2)$.

Электрическое поле световой волны, рассеянной частицей, в рамках рассматриваемого подхода записывается в виде интеграла свертки от спектра исходного лазерного импульса и функции спектрального отклика частицы:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}; t) = E_0 \mathfrak{Z}^{-1} [G(\omega - \omega_0) \mathbf{E}_\omega^s(\mathbf{r}; \omega)]. \quad (8)$$

Здесь через $\mathbf{E}_\omega^s(\mathbf{r}; \omega)$ обозначены ряды в правой части выражения (7). Из (8) следует выражение для интенсивности рассеяния короткого светового импульса сферической частицей:

$$\begin{aligned} I_s(r, \theta, \varphi; t) &= I_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left| a_{nm}(m_a a_0; t) \tilde{\mathbf{M}}_{nm}^{(3)}(\theta, \varphi) \right|^2 + \right. \\ &\left. + \left| b_{nm}(m_a a_0; t) \tilde{\mathbf{N}}_{nm}^{(3)}(\theta, \varphi) \right|^2 \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\tilde{\mathbf{M}}_{nm}^{(3)}$, $\tilde{\mathbf{N}}_{nm}^{(3)}$ — угловая часть сферических гармоник, а зависящие от времени коэффициенты разложения $a_{nm}(m_a a_0; t)$ и $b_{nm}(m_a a_0; t)$ определены следующими выражениями:

$$a_{nm}(m_a a_0; t) = \mathfrak{F}^{-1} \left[G(\omega - \omega_0) \hat{M}_{nm}^{(3)}(kr) a_{nm}(m_a k a_0) \right]; \quad (10)$$

$$b_{nm}(m_a a_0; t) = \mathfrak{F}^{-1} \left[G(\omega - \omega_0) \hat{N}_{nm}^{(3)}(kr) b_{nm}(m_a k a_0) \right]. \quad (11)$$

Здесь $\hat{M}_{nm}^{(3)}$, $\hat{N}_{nm}^{(3)}$ – радиальная часть сферических гармоник.

2. Характеристики нестационарного упругого рассеяния

При численном моделировании комплексный показатель преломления вещества частицы m_a и длина волны лазерного излучения λ_0 принимались равными: $m_a = 1,33 - i \cdot 10^{-8}$; $\lambda_0 = 0,8$ мкм, что соответствует, например, каплям воды, облучаемым импульсами лазера на кристалле Ti:Sapphire. Частотной дисперсией показателя преломления частиц в выбранном диапазоне длин волн пренебрегалось. Не учитывались также нелинейные оптические эффекты многофотонной ионизации и многофотонного поглощения.

Временную динамику рассеянного водной каплей оптического поля при ее облучении сверхкоротким лазерным импульсом, имеющим плоский волновой фронт, иллюстрирует рис. 1.

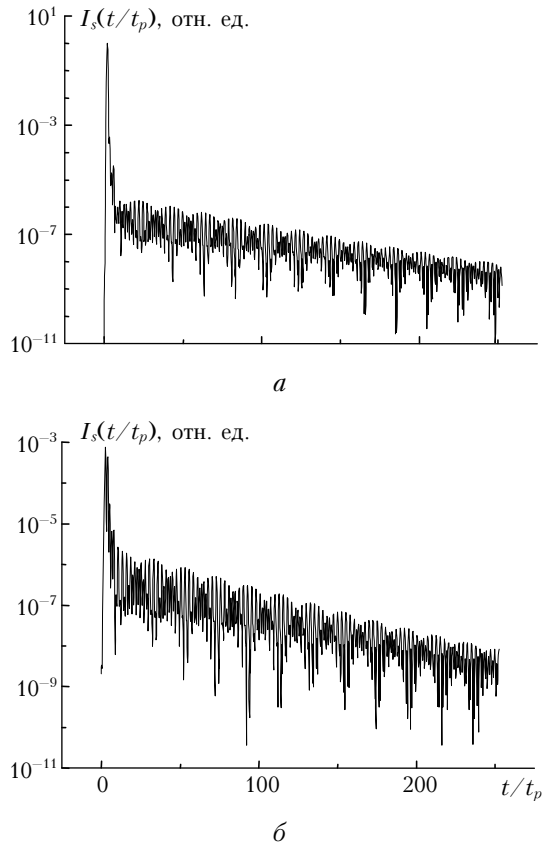


Рис. 1. Временная зависимость относительной интенсивности излучения в направлениях вперед ($\theta = 0^\circ$) (а) и назад ($\theta = 180^\circ$) (б) при рассеянии на водной капле с $a_0 = 5$ мкм лазерного импульса с $t_p = 50$ фс и $t_0 = 2t_p$

В целях наглядности все значения интенсивности на рис. 1 нормированы на свою максимальную величину, достигаемую в выбранной области пространства ($r = 100a_0$). Начало временного отсчета соответствует моменту захода переднего фронта (по уровню e^{-2} максимума от интенсивности) лазерного импульса в частицу. Максимальные по объему значения функции спектрального отклика водной капли $E_s^{\max}(\omega)$ в зависимости от относительной расстройки от центральной частоты излучения $\Delta\bar{\omega} = (\omega - \omega_0)/\omega_0$ показаны на рис. 2.

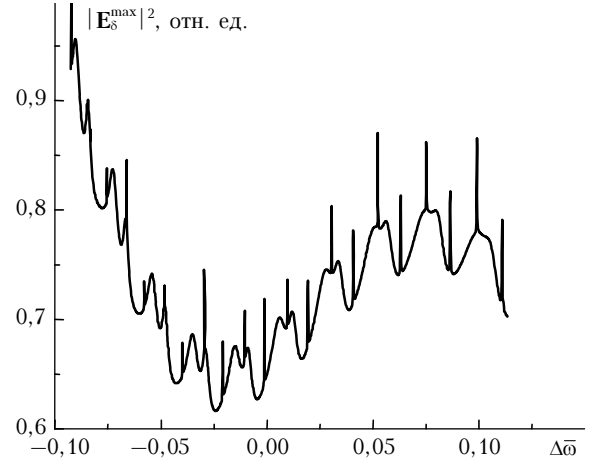


Рис. 2. Частотная зависимость максимальных по объему значений функции спектрального отклика водной капли с $a_0 = 5$ мкм для излучения с $\lambda_0 = 0,8$ мкм

Видно, что временная зависимость интенсивности оптического поля в целом характеризуется двумя участками: участком, повторяющим практически точно временной профиль падающего излучения, и экспоненциально спадающим во времени «хвостом». Данное «послесвечение» обусловлено задержкой поля падающей волны высокочастотными модами ШГ частицы, одновременное возбуждение которых эффективно происходит при широком частотном спектре лазерного импульса (рис. 2). Временная протяженность фазы «послесвечения» может быть достаточно значительной и составлять, в зависимости от временных параметров излучения, десятки и сотни длительностей исходного импульса. На данной стадии, кроме того, отчетливо видны крупномасштабные периодические пульсации интенсивности, имеющие характер биений частот нескольких наиболее высокочастотных резонансных мод, заполненных высокочастотным фоном.

Нормированная на максимальное значение индикатриса рассеяния водной капли $\bar{I}_s(\theta)$ в поле фемтосекундного импульса представлена на рис. 3.

Показаны четыре временных среза индикатрисы, соответствующие трем выделенным нами условным фазам процесса рассеяния, а именно: 1) моменту захода в частицу $\sim 10\%$ энергии исходного импульса (кривая 1), 2) рассеянию $\sim 50\%$ энергии импульса (кривая 2) и 3) моменту полного выхода импульса из частицы (кривые 3, 4). Форма индикатрисы, как видно, в каждой фазе различна. Первые две фазы

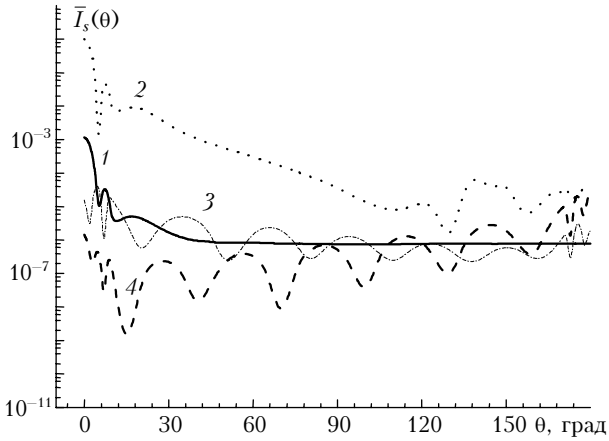


Рис. 3. Индикатриса рассеяния водной капли с $a_0 = 5$ мкм, освещенной лазерным импульсом с $t_p = 50$ фс, $t_0 = 2t_p$ в различные моменты времени $\bar{t} = t/t_p = 1$ (1); 2 (2); 10 (3) и 20 (4)

дают максимум рассеяния вперед, что характерно и для обычного стационарного рассеяния света на оптически крупной частице (параметр дифракции 5-микронной капли для длины волны 0,8 мкм составляет ~ 39), причем на всей протяженности первой фазы практически нет видимого сигнала обратного рассеяния. Он возникает только к концу второй фазы. Третья фаза дает попеременный максимум рассеяния то в прямом, то в обратном направлении с постепенным снижением его амплитуды, что соответствует пульсирующему высвечиванию резонансных мод частицы, которые аккумулировали часть энергии светового импульса.

3. Многократное рассеяние излучения фемтосекундной длительности в жидкокапельном облаке

Расчитанные характеристики нестационарного упругого рассеяния на одной капле создают основу для постановки и решения задачи переноса излучения фемтосекундной длительности в конечном объеме жидкокапельной облачной среды. Формально это подразумевает решение нестационарного уравнения переноса с time-dependent ядром. Задача эта нетривиальна.

Первые численные оценки были получены в [11], где выполнено численное исследование пространственно-временной картины светового поля в окрестности канала мощного лазерного излучения, вызывающего испарение жидкокапельного аэрозоля по трассе распространения. Расчеты были сделаны на основе алгоритма, объединяющего метод Монте-Карло и метод дискретных ординат. В настоящих расчетах мы сохраняем развитую в [11] методическую идеологию. При этом естественную основу для дискретизации нестационарного процесса трансформации индикатрисы рассеяния создают отмеченные выше характерные фазы эволюции оптического поля внутри частицы.

Таким образом, мы рассматриваем нестационарное интегродифференциальное уравнение Больцмана в 3D-пространстве $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$:

$$\begin{aligned} v^{-1} \frac{\partial I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda)}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \nabla I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda) = \\ = -\sigma(\mathbf{r}, t, \lambda) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda) + \frac{1}{4\pi} \int_{\Lambda} \int_{2\pi} I(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}', t, \lambda') \times \\ \times \int_t^{t^*} G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t', \lambda') dt' d\boldsymbol{\omega}' d\lambda' + I_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda); \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t, \lambda) = \\ = G_M(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t, \lambda' = \lambda) + \int_{\Lambda} G_R(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t, \lambda') d\lambda', \quad (13) \end{aligned}$$

где $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda)$ — интенсивность излучения с длиной волны λ в точке \mathbf{r} в направлении $\boldsymbol{\omega}(a, b, c)$ в момент времени t ; $I_0(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda)$ — функция источников (см., например, [12]); v — абсолютная величина скорости частиц в среде,

$$\mathbf{v} = v\boldsymbol{\omega}, \quad \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(a, b, c), \quad a^2 + b^2 + c^2 = 1;$$

$G_M(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t, \lambda' = \lambda)$ — объемный коэффициент направленного упругого монохроматического рассеяния (рассеяния Ми) в направлении $\boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega}$; $G_R(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t, \lambda')$, тоже для широкополосного ($\lambda' \in \Lambda$) упругого и неупругого (в частности рамановского) рассеяния; $\sigma(\mathbf{r}, t, \lambda) = \sigma_a(\mathbf{r}, t, \lambda) + \sigma_s(\mathbf{r}, t, \lambda)$ — коэффициент экстинкции; σ_a, σ_s — коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно.

На данном этапе мы используем ряд упрощающих представлений. Во-первых, пренебрегаем эффектами перераспределения излучения по частоте, т.е. полагаем, что $G_R = 0$; во-вторых, считаем, что в процессе взаимодействия фемтосекундного импульса с каплей изменяется только индикатриса рассеяния. Таким образом:

$$\sigma(\mathbf{r}, t, \lambda) = \sigma(\mathbf{r});$$

$$G(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}, t, \lambda) = \sigma_s(r)g(\boldsymbol{\mu}, t),$$

где $g(\boldsymbol{\mu}, t)$ — нормированная индикатриса рассеяния;

$$\int_{-1}^1 g(\boldsymbol{\mu}, t) d\boldsymbol{\mu} = 1, \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\omega}' \cdot \boldsymbol{\omega}.$$

Метод Монте-Карло неэффективен в случае полубесконечных рассеивающих сред [12]. Обычно [13] полагают, что область Q , в которой происходит перенос излучения, ограничена некоторой выпуклой поверхностью Γ и $\sigma(\mathbf{r}, t, \lambda) \geq \sigma_m > 0$ при $\mathbf{r} \in Q$.

Тогда естественные граничные условия для уравнения (12) имеют вид

$$I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda) = 0, \quad \text{если } \mathbf{r} \in \Gamma \text{ и } (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{n}_r) > 0,$$

где \mathbf{n}_r — внутренняя нормаль к поверхности Γ в точке \mathbf{r} .

Нас будут интересовать линейные функционалы от решения уравнения переноса

$$J = \iiint_{R\Omega T} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) \varphi_D(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) d\mathbf{r} d\boldsymbol{\omega} dt. \quad (14)$$

Здесь R , Ω , T – подпространство восьмимерного фазового пространства $X = R \times \Omega \times T \times \Lambda$; соответственно $\mathbf{r} \in R$, $\boldsymbol{\omega} \in \Omega$, $t \in T$; φ_D – весовая функция, в простейшем случае имеющая вид [14]:

$$\varphi_D(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t, \lambda) = \delta(t - t^*) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}^*) \Delta_\Omega(\boldsymbol{\omega}), \quad (15)$$

где t^* – время прихода фотона в заданную область фазового пространства $\mathbf{r}^* \in D \subset R$, например область физического детектора; Δ_Ω – индикаторная функция области $\boldsymbol{\omega} \in D \subset \Omega$.

В случае, когда область D мала (обычная ситуация в задачах дистанционного зондирования), искомые функционалы (14) рассчитываются с помощью весовых модификаций метода Монте-Карло, среди которых предпочтительны приемы дифференциальной (локальной) оценки потока [14, 15]. Формально локальная оценка первого порядка определяется просто – как аналитическое выражение плотности вероятности случайного события, состоящего в том, что «фотон» после n -го ($n = 0, 1, 2, \dots$) состояния марковской цепи блужданий перейдет в заданную область «детектора», $D \subset X$:

$$J = \mathbf{E} \xi_1, \quad \xi_1 = \sum_{n=0}^N q_n h_1(\mathbf{x}_n \rightarrow \mathbf{x}^*) \delta\left(t_n + \frac{|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}^*|}{v} - t\right), \quad (16)$$

где \mathbf{E} – символ математического ожидания; $\mathbf{x}_n = (\mathbf{r}_n, \boldsymbol{\omega}_n, t_n)$; \mathbf{r}_n , $\boldsymbol{\omega}_n$, t_n – фазовые координаты «фотона» в n -м состоянии марковской цепи; $\mathbf{x}^* \in D$; q_n – статистические веса фотона [14]; $h_1(\mathbf{x}_n \rightarrow \mathbf{x}^*)$ – переходная вероятность марковской цепи.

Вид $h_1(\mathbf{x}_n \rightarrow \mathbf{x}^*)$ практически совпадает [14] с ядром исходного уравнения переноса, преобразованного в интегральную форму.

Таким образом, хотя метод Монте-Карло, по своей сути, и не связан с непосредственным решением интегродифференциального уравнения (12), однако построение эффективных весовых оценок, в частности (16), требует предварительного формального обоснования.

Наиболее общий формализм преобразования односкоростного уравнения переноса в интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода изложен в монографии [16] и обобщен в работе [12] на случай многогрупповой теории. Интегральное уравнение переноса, включающее временную зависимость оцениваемых функционалов, сформулировано в работах [15, 17] и несколько позднее в [18].

Действительно, уравнение (12) можно переписать в операторном виде

$$\mathbf{L}I = \mathbf{K}I + \frac{I_0}{\sigma(\mathbf{r})}, \quad (17)$$

где \mathbf{L} – обобщенный дифференциальный оператор переноса; \mathbf{K} – интегральный оператор рассеяния. Отсюда

$$I = (\mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{K})I + \mathbf{L}^{-1} \left(\frac{I_0}{\sigma(\mathbf{r})} \right). \quad (18)$$

Техника построения комплексного оператора $(\mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{K})$ изложена в [16]. Используя ее и опуская ряд громоздких промежуточных выкладок, приходим к выражению

$$I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) = \int_R d\mathbf{r}' \int_\Omega d\boldsymbol{\omega}' \int_T dt' \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') g(t') I(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}', t')}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 \sigma(\mathbf{r}')} \times \\ \times \exp \left[- \int_0^{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \sigma(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \right] \delta \left(\boldsymbol{\omega} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \times \\ \times \delta \left[t' - \left(t + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v} \right) \right] + \Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t), \quad (19)$$

где отрезок $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \boldsymbol{\omega}l$, $0 \leq l \leq \xi^*$, ξ^* – расстояние от точки $\mathbf{r} = (x, y, z)$ до поверхности Γ вдоль направления $\boldsymbol{\omega}$; $\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t)$ – модифицированная функция источника.

Очевидно, что в обобщенной форме уравнение (19) не отличается от канонической

$$f(\mathbf{x}) = \int_X k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + f_0(\mathbf{x}), \quad (20)$$

где $f(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{r})I(\mathbf{x})$ – плотность столкновений фотона, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t) \in X$.

Сходимость решения (20) в виде ряда Неймана по столкновениям при условии

$$\|\mathbf{K}\| \leq \sup_x \int_X |k(\mathbf{x}', \mathbf{x})| d\mathbf{x}' < 1 \quad (21)$$

неоднократно доказана [13, 14].

Как следствие (19)

$$h_1(\mathbf{x}_n \rightarrow \mathbf{x}^*) = \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') g(\mu^*, t_j) \exp \left[-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}^*) \right]}{\sigma(\mathbf{r}') 2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}^*|^2 p(\mathbf{r}^*)} \Delta_\Omega(l^*) \Delta_i(t^*), \quad (22)$$

где $\Delta_\Omega(l^*)$ – индикатор области детектора, $l^* = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}^*}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}^*|}$; $\Delta_i(t^*)$ – характеристическая функция

i -го интервала по времени прихода фотона в детектор; $\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}^*) = \int_0^{l^*} \sigma(\mathbf{r}(l)) dl$ – оптическая длина отрезка

$[\mathbf{r}, \mathbf{r}^*]$; t_j – временные этапы трансформации формы индикатрисы рассеяния, в данном примере $j = 1, 2, 3, 4$; $p(\mathbf{r}^*)$ – плотность распределения случайной точки $\mathbf{r}^* \in D \subset R$ по объему детектора. В данном примере выборка $p(\mathbf{r}^*)$ не реализуется, так как детектор вынесен за пределы рассеивающего объема и конечность дисперсии оценки (16) обеспечена.

Таким образом, мы видим, что локальная оценка (22) также сохраняет свою каноническую форму [13–15] с тем незначительным отличием, что индикатриса рассеяния принимает дискретный набор реализаций, обусловленных физикой процесса (см. рис. 3). Вероятность выбора той или иной формы $g(\mu)$ управляется априорной оценкой доли световой энергии, рассеянной на каждом этапе трансформации $g(\mu)$.

Мы не останавливаемся на частных алгоритмах случайной выборки, регламентирующих траекторию фотона, поскольку они хорошо известны (см., например, [13–15, 17]).

4. Численный пример

Ниже приводятся результаты оценок возможного влияния нестационарного типа ядра интегрального уравнения переноса на характеристики поля многократно рассеянного импульсного излучения. Расчеты выполнены методом Монте-Карло. Результаты носят предварительный характер, поскольку получены для одного частного случая однородной монодисперсной жидкокапельной среды с частицами радиусом 5 мкм. Граничные условия задачи отражают возможную схему лидарного зондирования облачности.

Монохроматический световой пучок с $\lambda = 0,8$ мкм и углом расходимости $\varphi_i = 0,5$ мрад падает на плоскопараллельный рассеивающий слой заданной оптической толщины. Временной и пространственной профили светового сигнала задаются гауссовскими функциями согласно (2) с параметрами $t_p = 50$ фс и $w_0 = 0,005$ м. Искомыми функционалами (14) являются пространственно-временные распределения интенсивностей диффузно отраженного и пропущенного импульсов в окрестности светового пучка.

В частности, в недавней работе коллектива ведущих специалистов в области фемтосекундной атмосферной оптики [19] высказана идея использования пространственно-угловой конфигурации поля многократно рассеянной радиации в плоскости моностатического приема для качественной оценки спектра облачных капель. В этой связи на рис. 4 приведены примеры углового распределения диффузно отраженного и диффузно пропущенного потоков для точечного и плоского радиусом 5 м детекторов. Оценки приведены для интегральных по времени потоков. Результаты показаны в сопоставлении с контрольным случаем неизменной по времени индикатрисой рассеяния (классическое рассеяние Ми [6]). Характерно, что при учете нестационарной зависимости $g(\mu, t)$ геометрическая конфигурация углового распределения $I(\varphi_d)$ не слишком изменяется, а в области широкоугольного приема $\varphi_d \geq 0,04$ рад зависимость $g(t)$ не ощущается. В то же время интегральные значения отраженного и пропущенного потоков заметно отличаются по величине: возрастает доля диффузно отраженного излучения и падает величина пропущенного потока.

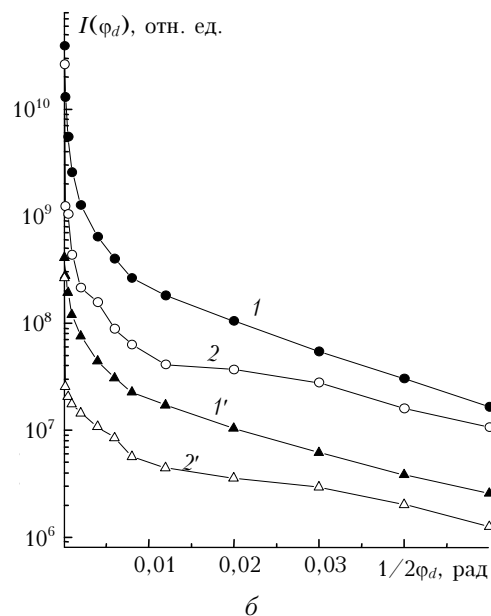
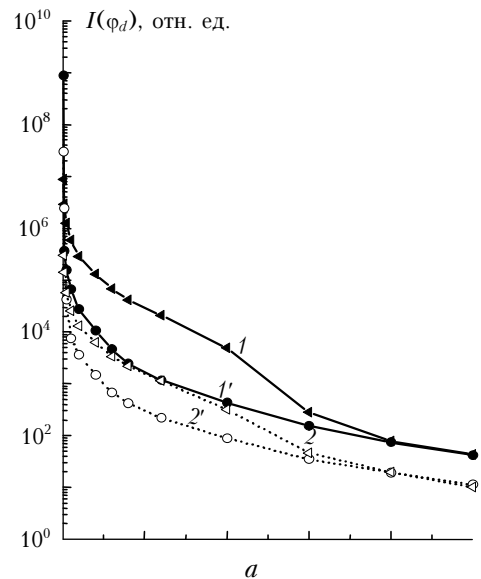


Рис. 4. Угловое распределение интегрального потока диффузно отраженной (а) и пропущенной (б) радиации без учета (кривые 1, 2) и с учетом (кривые 1', 2') резонансного взаимодействия фемтосекундного импульса с водными каплями; 1, 1' – точечный детектор; 2, 2' – плоский (радиусом 5 м) детектор; оптическая толщина слоя $\tau = 1,0$

Рис. 5 иллюстрирует результаты расчетов временной характеристики интенсивностей отраженного (а) и пропущенного (б) сигналов.

Временная зависимость приведена в единицах свободного пробега фотона для различных угловых апертур точечного детектора $1/2\varphi_d = 0,5 \div 175$ мрад. Результаты контрольного расчета (кривые 1–4) выполнены для классического стационарного рассеяния Ми. Сопоставление результатов дает возможность оценить влияние трансформации формы индикатрисы рассеяния (существенное снижение анизотропии) на характер поведения и величину сигналов пропущенного и обратного рассеяния. Расчеты носят локальный характер, так как выполнены

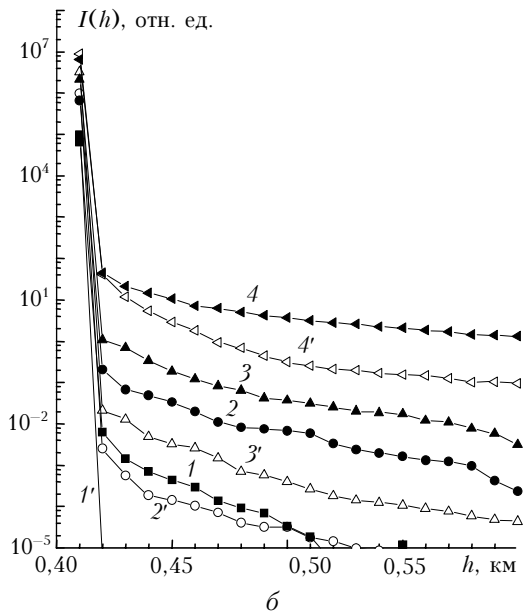
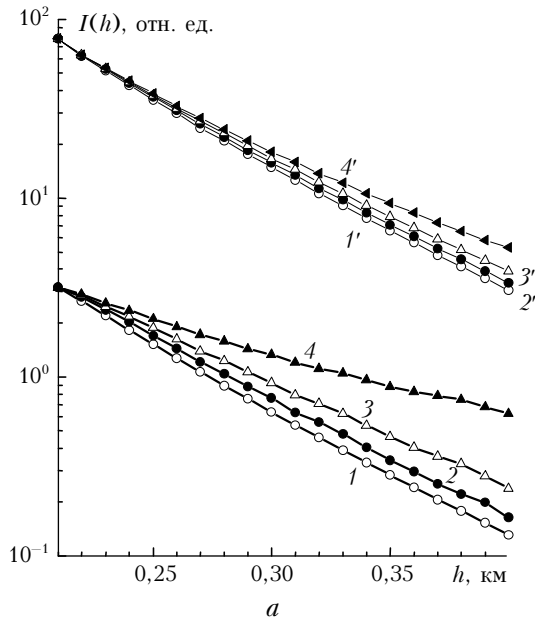


Рис. 5. Временное распределение интенсивности отраженного (а) и пропущенного (б) сигнала в зависимости от угловой апертуры приема, с учетом (кривые 1'–4') и без учета (кривые 1–4) резонансного взаимодействия импульса с каплями; $\tau = 1,0$

для монодисперсной среды, единичного значения длительности импульса и размера капель. Это обстоятельство не дает оснований для обобщающих количественных прогнозов. Однако присутствие эффекта заметного возрастания величины рассеянного излучения в области локационных углов, когда длительность импульса сопоставима с размерами капель, несомненно.

Заключение

В работе предложена аналитическая модель дифракции нестационарного и неоднородного светового

поля на диэлектрической сфере. Модель основана на сочетании метода Фурье с линейной теорией Ми.

Полученные компактные математические выражения позволяют выполнить количественную оценку характеристик нестационарного упругого рассеяния ультракороткого лазерного импульса на водной капле, размеры которой сопоставимы с длительностью импульса.

Обнаружилась заметная трансформация угловой функции рассеяния по мере прохождения импульса через объем капли. Эти оценки использовались в качестве входных параметров для численного решения интегрального уравнения переноса с нестационарным ядром. Граничные условия задачи соответствовали типовой схеме лазерного зондирования облачности.

Приведены предварительные результаты, указывающие на возможность существенного увеличения сигнала обратного рассеяния за счет эффекта снижения степени анизотропии индикатрисы рассеяния облачных капель.

В дальнейшем предполагается оценить влияние полидисперсности среды и поглощения диэлектрическими частицами.

Результаты работы обсуждались на XII Международном симпозиуме «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы». Томск, 2005 [20].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 06-05-64799-а).

1. Fuchs R., Kliewer K.L. Optical modes of vibration in an ionic crystal sphere // J. Opt. Soc. Amer. 1968. V. 58. N 3. P. 319–330.
2. Chylek P., Kiehl J.T., Ko M.K.W. Narrow resonance structure in the Mie scattering characteristics // Appl. Opt. 1978. V. 17. N 19. P. 3019–3021.
3. Chowdhury D.Q., Hill S.C., Barber P.W. Time dependence of internal intensity of a dielectric sphere on and near resonance // J. Opt. Soc. Amer. B. 1992. V. 9. N 8. P. 1364–1373.
4. Shifrin K.S., Zolotov I.G. Nonstationary scattering of electromagnetic pulses by spherical particles // Appl. Opt. 1995. V. 34. N 3. P. 552–558.
5. Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. Интенсивность оптического поля внутри слабопоглощающей сферической частицы, освещенной фемтосекундным лазерным импульсом // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96. № 2. С. 337–344.
6. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
7. Gouesbet G., Maheu B., Gréhan G. Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation // J. Opt. Soc. Amer. A. 1988. V. 5. N 9. P. 1427–1443.
8. Gouesbet G., Gréhan G., Maheu B. Localized interpretation to compute all the coefficients g_n^m in the generalized Lorenz–Mie theory // J. Opt. Soc. Amer. A. 1990. V. 7. P. 998–1007.
9. Lock J. A., Gouesbet G. Rigorous justification of the localized approximation to the beam-shape coefficients in generalized Lorenz–Mie theory. I. On-axis beams // J. Opt. Soc. Amer. A. 1994. V. 11. N 9. P. 2503–2515.
10. Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. Эффективность возбуждения резонансных пространственных конфигураций внутреннего оптического поля сферических микрочастиц фокусированными лазерными пучками // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 13. № 5. С. 447–456.

11. Креков Г.М., Крекова М.М., Хмелевцов С.С. Численное решение уравнения переноса радиации в среде с нестационарными оптическими свойствами // Распространение оптических волн в атмосфере: Сб. статей. Новосибирск: Наука, 1975. С. 34–47.
12. Фано У., Спенсер Л., Бергер М. Перенос гамма-излучения. М.: Госатомиздат, 1963. 284 с.
13. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Под ред. Г.И. Марчука. Новосибирск: Наука, 1976. 283 с.
14. Михайлов Г.А. Оптимизация весовых методов Монте-Карло. М.: Наука, 198. 239 с.
15. Креков Г.М., Михайлов Г.А., Каргин Б.А. Об алгоритмах метода Монте-Карло для решения задач теории распространения узких пучков света // Изв. вузов. Физ. 1968. № 9. С. 110–115.
16. Владимиров В.С. Математические задачи односкоростной теории переноса. М.: Изд. АН СССР, 1961. 157 с.
17. Каргин Б.А. Некоторые вопросы решения нестационарных задач теории переноса узких пучков излучения методом Монте-Карло // Вероятностные методы решения задач математической физики. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1971. С. 123–155.
18. Tan Z.M., Hsu P.F. Transient in three-dimensional homogeneous and non-homogenous participating media // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 2002. V. 73. N 2–5. P. 181–194.
19. Bourayon R., Mejean G., Kosparian. White-light filaments for multiparameter analysis of cloud microphysics // J. Opt. Soc. Amer. 2005. V. 22. N 2. P. 369–377.
20. Geints Yu.E., Zemlyanov A.A., Krekov G.M., Krekova M.M., Matvienko G.G. Femtosecond laser pulse propagation through aerosol clouds: Monte Carlo simulation // XII Joint Int. Symp. «Atmos. and Oceanic Optics. Atmospheric Physics». Tomsk, 2005. P. 78.

Yu.E. Geints, A.A. Zemlyanov, G.M. Krekov, M.M. Krekova, G.G. Matvienko. Propagation of laser femtosecond radiation in cloud aerosol: Monte Carlo simulation method.

The paper presents preliminary results of the numerical solution (the Monte-Carlo method) of the nonstationary radiation transfer equation in the optically dense disperse medium. As a model of the medium, the presence of a homogeneous water cloud is assumed. It is expected that an ultra short (about 50 fs) and ultra intense laser pulse stimulates nonstationary transition process in the scattering particle volume resulting in time transformation of their optical characteristics and, primarily, the scattering phase function. To calculate the time dynamics of the scattering phase function by a transparent spherical particle, the nonstationary Mie theory was used, based on the Fourier representation of the original light pulse and the linear theory of radiation diffraction at a sphere. In our case, the scattering particle properties are characterized by the spectral response function representing the traditional Mie series written for all the frequencies from the spectrum of the original pulse. The scattered and internal fields are written in the form of an integral of contraction from the pulse spectrum and the function of the spectral particle response.