«Оптика атмосферы», **4**, № 9 (1991)

УДК 551.463.21 : 551.596

В.Е. Осташев

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ТУРБУЛЕНТНЫХ СРЕДАХ (АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ)

Статистические характеристики звуковых волн, распространяющихся в средах со случайными неоднородностями скорости звука, плотности и скорости движения среды, вычислены в борновском приближении, методами геометрической акустики, плавных возмущений и параболического уравнения, а также на основе теории многократного рассеяния. Предложен новый метод дистанционного зондирования флуктуаций влажности в атмосфере.

В литературе хорошо развита теория распространения звуковых волн в средах со случайными флуктуациями скорости звука c. При изучении же влияния флуктуаций плотности ρ и скорости движения среды $\mathbf{v}$ на звуковое поле были получены только фрагментарные результаты. В данной статье развивается теория распространения звуковых волн в средах со случайными неоднородностями c, ρ и $\mathbf{v}$. Более подробно результаты этой теории изложены в монографии [1].

Заметим, что случайные неоднородности плотности и скорости ветра всегда следует учитывать при вычислении статистических характеристик звукового поля в турбулентной атмосфере. Флуктуации же амплитуды и фазы звуковой волны, распространяющейся в океане, обусловливаются в основном неоднородностями с. Иногда случайные неоднородности плотности и скорости течений могут давать заметный вклад в рассеянное поле.

При построении теории распространения звука в случайно-неоднородных движущихся средах будем исходить из следующего уравнения [2]

$$(\Delta + k^2)\, p + \left[k^2\varepsilon - \left(\nabla \ln\frac{\rho}{\rho_0}\right)\nabla - \frac{2i}{\omega}\,\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\,\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{2ik}{c_0}\,\mathbf{v}\nabla\right] p = 0, \tag{1}$$

где $p(\mathbf{R})$ — звуковое давление; $\mathbf{R} = (x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ — Декартовы координаты; $k = \omega/c_0$ — волновое число; ω — частота; c_0 и ρ_0 — средние значения c и ρ; $\varepsilon = c/c^2 - 1$; $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ — скорость движения среды, повторяющиеся индексы обозначают суммирование. При выводе (1) были отброшены члены порядка $(v/c)^2$, которыми при вычислении моментов p можно пренебречь. Положим в (1) $c = c_0 + \tilde{c}$, $\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$. Флуктуации скорости звука $\tilde{c}$ и плотности $\tilde{\rho}$ обусловлены в основном флуктуациями температуры $\tilde{T}$ и концентрации растворенной в среде компоненты $\tilde{C}$ (водяных паров в воздухе или соли в морской воде). С точностью до членов порядка $\tilde{T}$ и $\tilde{C}$ имеем

$$\begin{aligned} &\varepsilon = -2\tilde{c}/c_0 = -\beta_c \tilde{T}/T_0 - \eta_c \tilde{C};\\ &\ln(\rho/\rho_0) = \tilde{\rho}/\rho_0 = \beta_\rho \tilde{T}/T_0 + \eta_\rho \tilde{C}, \end{aligned} \tag{2}$$

где T_0 — среднее значение температуры, а

$$\begin{aligned} &\beta_c = 2\frac{T_0}{c_0}\frac{\partial c}{\partial T} = 1 \quad (1{,}73 - 3{,}46\cdot 10^{-2}\, T^\circ\mathrm{C} + 3{,}29\cdot 10^{-4}(T^\circ\mathrm{C})^2);\\ &\eta_c = \frac{2}{c_0}\frac{\partial c}{\partial C} = 0{,}45 \quad (1{,}79 - 1{,}33\cdot 10^{-2}(T\,^\circ\mathrm{C}));\\ &\beta_\rho = \frac{T_0}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial T} = -1 \quad (-7{,}5\cdot 10^{-2});\\ &\eta_\rho = \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial C} = -0{,}61 \quad (-0{,}17). \end{aligned} \tag{3}$$

В правой части этих соотношений приведены значения коэффициентов $\beta_{c,\rho}$ и $\eta_{c,\rho}$ для атмосферы и (в скобках) для океана; C — концентрация растворенной в среде компоненты. (В атмосфере парциальное давление водяного пара e связано с C соотношением $e/P = 1{,}61C$, где P — атмосферное давление).

Предполагая, что $\langle \tilde{T} v_i \rangle = \langle \tilde{C} v_i \rangle = 0$, и используя соотношения (2), из уравнения (1) можно получить выражение для сечения рассеяния σ звуковой волны в случайно-неоднородной движущейся среде (см. [3, 4])

$$\sigma(\mathbf{n}-\mathbf{n}_0) = 2\pi k^4 \Big[\beta^2(\theta)\,\Phi_T(\varkappa)/4T_0^2 + \beta(\theta)\,\eta(\theta)\,\Phi_{CT}(\varkappa)/2T_0 + \\ + \eta^2(\theta)\,\Phi_C(\varkappa)/4 + \cos^2\theta\cdot\cos^2\frac{\theta}{2}\cdot F(\varkappa)/c_0^2\Big], \tag{4}$$

где $\varkappa = k(\mathbf{n}_0 - \mathbf{n})$; $\mathbf{n}_0$ и $\mathbf{n}$ — единичные векторы в направлении падающей и рассеянной волн; θ — угол между этими векторами; Φ_T, Φ_C и F — трехмерные спектральные плотности полей $\tilde{T}, \tilde{C}$ и $\mathbf{v}$; Φ_{CT} — взаимная спектральная плотность полей $\tilde{C}$ и $\tilde{T}$; $\beta = \beta_c + 2\beta_\rho \sin^2\frac{\theta}{2}$, $\eta = \eta_c + 2\eta_\rho \sin^2\frac{\theta}{2}$. В инерционном интервале турбулентности выражение для σ принимает вид

$$\sigma(\theta) = \frac{55\cdot 3^{1/2}\cdot\Gamma(2/3)}{\pi\cdot 864\cdot 2^{2/3}}\,k^{1/3}\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{-11/3}\left\{\frac{3}{22}\Big[\beta^2(\theta)\frac{C_T^2}{T_0^2} + \\ + 2\eta(\theta)\,\beta(\theta)\frac{C_{CT}}{T_0} + \eta^2 C_C^2\Big] + \cos^2\theta\cos^2\frac{\theta}{2}\,\frac{C_v^2}{c_0^2}\right\}. \tag{5}$$

Здесь C_T^2, C_C^2 и C_v^2 — структурные постоянные случайных полей $\tilde{T}, \tilde{C}$ и $\mathbf{v}$; C_{CT} — взаимная структурная постоянная полей $\tilde{C}$ и $\tilde{T}$; Γ — гамма-функция.

При $C_C^2 = C_{CT} = 0$, а также для случая рассеяния звука в турбулентной атмосфере, когда $\beta = \cos\theta$, выражение (5) переходит в выражение для σ, полученное Мониным [6]. Заметим, что в [7], а также в некоторых других работах рассеяние звука на случайных неоднородностях влажности рассматривалось с качественной стороны, что приводило к неверным коэффициентам $2\beta^2\eta_c/T_0$ и $\beta^2\eta_c^2$ перед структурными постоянными C_{CT} и C_C^2 в выражении (5).

Поскольку в атмосфере коэффициенты β и η равны $\beta = \cos\theta$, $\eta = -0{,}16+0{,}61\cos\theta$, из (5) следует, что под прямым углом звуковая волна рассеивается только на случайных неоднородностях влажности. Последний результат имеет принципиальное значение. Действительно, используя бистатическую схему акустического зондирования и измеряя сечение рассеяния $\sigma(\theta = \pi/2) = 1{,}45\cdot 10^{-2}\cdot(\eta_c + \eta_\rho)^2 k^{1/3} C_C^2$, можно определить структурную постоянную C_C^2.

Обозначим через θ_1 и θ_2 значения угла θ, близкие к $\pi/2$, при которых слагаемое $(3/22)\eta^2 C_C^2$ в фигурной скобке в выражении (5) равно слагаемому $\cos^2\theta\cdot\cos^2(\theta/2)\cdot C_v^2/c_0^2$. Очевидно, что рассеяние на случайных неоднородностях влажности будет давать основной вклад в рассеянное под прямым углом звуковое поле, если угловая полуширина диаграммы направленности антенны φ меньше или порядка $|\theta_1 - \theta_2|/2$. Находя значения углов θ_1 и θ_2, получаем

$$\varphi \lesssim \frac{|\theta_1 - \theta_2|}{2} = \frac{4{,}8^\circ\, b^{1/2}}{1 - 0{,}1b}, \text{ где } b = \frac{C_C^2}{C_v^2/c_0^2}.$$

В приводном слое атмосферы величина C_C^2 равна примерно $2{,}5\cdot 10^{-7}$ м$^{-2/3}$ [5] и, по-видимому, может превосходить C_T^2/c_0^2. При $b = 1$ измерения C_C^2 возможны, если $\varphi \lesssim 5{,}3^\circ$.

В океане для мелкомасштабных неоднородностей, размер которых не превосходит нескольких метров, значение C_T^2/T_0^2 по данным [8] составляет $2\cdot 10^{-10} \div 2\cdot 10^{-6}$ м$^{-2/3}$. Учитывая, что в океане скорость диссипации энергии турбулентности [9] ε равна $10^{-7}\div 10^{-4}$ м^2/с^3, определим диапазон изменения величины

$$C_v^2/c_0^2 = \frac{1{,}9\varepsilon^{2/3}}{c_0^2} :\ 2\cdot 10^{-11} \div 2\cdot 10^{-9}\ \text{м}^{-2/3}.$$

Таким образом, диапазоны изменения $C_T^2 \,/\, T_0^2$ и $C_v^2 \,/\, c_0^2$ перекрываются. Кроме того, численный коэффициент перед $C_T^2 \,/\, T_0^2$ в (5) равен 0,1—0,3. Поэтому в океане рассеяние звука на неоднородностях $\mathbf{v}$ в некоторых случаях может быть существенным. Что же касается рассеяния звуковой волны на флуктуациях плотности, то из (3) и (5) следует, что оно возрастает при увеличении угла θ и может составлять около 10% от величины рассеяния на флуктуациях скорости звука.

Внутренний масштаб турбулентности l (размер наименьших неоднородностей) в атмосфере порядка 1 мм, а в океане — меньше или порядка 1 см. Поэтому в акустике практически для всех используемых частот длина звуковой волны $\lambda \gg 1$. Пусть $\lambda \ll L$, где L — внешний масштаб турбулентности (размер наибольших неоднородностей). Тогда, поскольку основная энергия турбулентности сосредоточена в области больших масштабов, флуктуации амплитуды и фазы звукового поля в направлении распространения невозмущенной волны в основном обусловлены крупномасштабными неоднородностями, а мелкомасштабные неоднородности приводят к относительно слабому рассеянию звука во всех направлениях. Более строго это предположение будет обосновано с помощью теории многократного рассеяния. Итак, если $l \ll \lambda \ll L$, то при вычислении статистических характеристик поля в направлении распространения невозмущенной волны случайные неоднородности можно считать крупномасштабными по сравнению с λ. В этом случае от уравнения (1) целесообразно перейти к уравнению параболического типа

$$2ik\frac{\partial A}{\partial x} + \Delta_\perp A + k^2\varepsilon_{\text{эф}} A = 0. \tag{6}$$

Здесь A — комплексная амплитуда, связанная с p соотношением $p(\mathbf{R}) = A(\mathbf{R})e^{ikx}$, ось x совпадает с направлением распространения волны, функция $\varepsilon_{\text{эф}} = \varepsilon - 2vx/c_0$. Соотношение (6) по виду совпадает с параболическим уравнением для звуковых или электромагнитных волн в неподвижной среде, в котором роль функции $\varepsilon_{\text{эф}}$ играет функция ε. Поэтому в приближении параболического уравнения (и следовательно, в методах геометрической акустики и плавных возмущений) выражения для статистических моментов р в движущейся среде совпадают с аналогичными хорошо известными выражениями для моментов p в неподвижной среде, если только в последних выражениях структурную функцию $D_\varepsilon(\mathbf{R})$ случайного поля е или ее трехмерную спектральную плотность $\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\varkappa})$ заменить соответственно на структурную функцию $D_{\text{эф}}(\mathbf{R})$ случайного поля $\varepsilon_{\text{эф}}$ или ее трехмерную спектральную плотность $\Phi_{\text{эф}}(\boldsymbol{\varkappa})$.

Этот результат справедлив в произвольной случайно-неоднородной движущейся среде. Для локально однородных и изотропных случайных полей $\boldsymbol{\varepsilon}$ и $\mathbf{v}$, а также в инерционном интервале турбулентности вид функций $D_{\text{эф}}(\mathbf{R})$ и $\Phi_{\text{эф}}(\boldsymbol{\varkappa}) = \Phi_{\text{эф}}(\varkappa_x\ \varkappa_\perp)$ можно конкретизировать [10]:

$$D_{\text{эф}}(\mathbf{R}) = D_\varepsilon(R) + \frac{4}{c_0^2}\left[\sin^2\alpha\cdot D_{tt}(R) + \cos^2\alpha\cdot D_{RR}(R)\right] = C_N^2 R^{2/3};$$

$$\Phi_{\text{эф}}(0,\ \varkappa_\perp) = \Phi_\varepsilon(0,\ \varkappa_\perp) + \frac{4F(\varkappa_\perp)}{c_0^2} = \frac{5\sqrt{3}\,\Gamma(2/3)}{36\pi^2}\, C_{\text{эф}}^2\, \varkappa_\perp^{-11/3}, \tag{7}$$

где

$$C_N^2 = C_\varepsilon^2 + 4\left(1 + \sin^2\frac{\alpha}{3}\right)\frac{C_v^2}{c_0^2},\quad C_{\text{эф}}^2 = C_\varepsilon^2 + \frac{22}{3}\frac{C_v^2}{c_0^2},$$

$$C_\varepsilon^2 = \beta_c^2\frac{C_T^2}{T_0^2} + 2\eta_c\,\beta_c\frac{C_{cT}}{T_0} + \eta_c^2 C_C^2. \tag{8}$$

В (7)—(8) α — угол между вектором $\mathbf{R}$ и осью x, D_{tt} и D_{RR} — поперечная и продольная структурные функции случайного поля $\mathbf{v}$; $C_{\text{эф}}^2$ — эффективная структурная постоянная; C_N^2 — структурная постоянная случайного поля $\varepsilon_{\text{эф}}$.

При распространении звука в турбулентной атмосфере возможность введения в методах геометрической акустики и плавных возмущений эффективных функций $D_{\text{эф}}$, C_N^2 и т.п. была хорошо известна [11, 12]. Однако в литературе принято считать, что в формулах (7)—(8) угол α равен нулю. Это необоснованное предположение приводит к неправильным значениям функций $D_{\text{эф}}$ и C_N^2, а также к тому, что коэффициент перед C_v^2 в выражении для $C_{\text{эф}}^2$ оказывается равным не $22/3$, а 4. Отметим, что в данной статье эффективные функции $D_{\text{эф}}$, C_N^2 и т.п. вводятся не только в методах геометрической акустики и плавных возмущений, но и в более общем методе параболического уравнения. Кроме того, эти функции были введены при распространении звука в произвольной случайно-неоднородной движущейся среде.

Влияние регулярной рефракции на статистические моменты звукового поля в случайно-неоднородной движущейся среде рассмотрено в [3] в марковском приближении метода параболического уравнения.

Рассмотрим точечный источник звука, расположенный в точке $\mathbf{R}_0$. Поле этого источника $G(\mathbf{R},\mathbf{R}_0)$ подчиняется уравнению (1), в правую часть которого следует добавить функцию $(1+i\mathbf{v}(\mathbf{R}_0)\nabla/\omega)\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)$. При $|\mathbf{R}-\mathbf{R}_0|\gg L$ влиянием случайного вектора $\mathbf{v}(\mathbf{R}_0)$ на моменты G можно пренебречь. В этом случае от (1) перейдем к эквивалентному интегральному уравнению

$$G(\mathbf{R},\mathbf{R}_0)=G_0(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)-\int d^3R'G_0(\mathbf{R}-\mathbf{R}')\Bigg[k^2\varepsilon(\mathbf{R}')-$$

$$-\left(\nabla'\ln\frac{\rho(\mathbf{R}')}{\rho_0}\right)\nabla'-\frac{2i}{\omega}\frac{\partial v_i(\mathbf{R}')}{\partial x_j'}\frac{\partial^2}{\partial x_i'\partial x_j'}+\frac{2ik}{c_0}\mathbf{v}(\mathbf{R}')\nabla'\Bigg]G(\mathbf{R}',\mathbf{R}_0), \tag{9}$$

где $G_0(\mathbf{R})=-\exp(ikR)/4\pi R$, $\nabla'=\dfrac{\partial}{\partial\mathbf{R}'}$. При построении теории многократного рассеяния будем исходить из уравнения (9), в котором функции ε и $\ln(\rho/\rho_0)$ определяются соотношениями (2). Перейдем к спектральному представлению всех функций, входящих в уравнение (9). Запишем решение этого уравнения в виде ряда теорий возмущении и воспользуемся диаграммной техникой. В результате для спектральной плотности средней функции Грина G удается получить уравнение Дайсона. Решая его и вычисляя затем значение функции G, находим

$$\bar{G}(|\mathbf{R}-\mathbf{R}_0|)=-\exp(ikN_{\text{эф}}|\mathbf{R}-\mathbf{R}_0|)/4\pi|\mathbf{R}-\mathbf{R}_0|. \tag{10}$$

Величину $N_{\text{эф}}$, входящую в это выражение, можно трактовать как эффективный показатель преломления случайно-неоднородной движущейся среды. Значение $N_{\text{эф}}$ вычислено в приближении Бурре. Мнимая часть $N_{\text{эф}}$ определяет коэффициент экстинкции γ среднего поля в случайно-неоднородной движущейся среде

$$\gamma=k\,\mathrm{Im}\,N_{\text{эф}}=\frac{\pi^2k^2}{2}\int_0^{2k}d\varkappa\,\varkappa\Bigg[\left(\beta_c+\frac{\varkappa^2\beta_\rho}{2k^2}\right)^2\frac{\Phi_T(\varkappa)}{T_0^2}+$$

$$+2\left(\beta_c+\frac{\varkappa^2\beta_\rho}{2k^2}\right)\left(\eta_c+\frac{\varkappa^2\eta_\rho}{2k^2}\right)\frac{\Phi_{CT}(\varkappa)}{T_0}+\left(\eta_c^2+\frac{\varkappa^2\eta_\rho}{2k^2}\right)^2\Phi_c(\varkappa)+$$

$$+4\left(1-\frac{\varkappa^2}{2k^2}\right)^2\left(1-\frac{\varkappa^2}{4k^2}\right)F(\varkappa)/c_0^2\Bigg].$$

При $\beta_c=-\beta_\rho=1$ (распространение звука в атмосфере) и при $\eta_c=\eta_\rho=0$ формула (10) другим методом была получена также в [13].

Пусть размер наибольших неоднородностей среды $L\gg\lambda$. Предположим также, что спектральные плотности $\Phi_T(\varkappa)$, $F(\varkappa)$ и т.д. не слишком медленно убывают при увеличении $\varkappa$. (Такими спектральными плотностями являются, например, гауссовские спектральные плотности, а также степенные спектральные плотности, пропорциональные $(\varkappa^2+4\pi^2/L^2)^{-\nu}$ при $\nu>1$). В этом случае основной вклад в γ дает интегрирование по области малых значений $\varkappa$, соответствующих неоднородностям с размером $d\gg\lambda$, а влиянием мелкомасштабных неоднородностей с размером $d\ll\lambda$ можно пренебречь.

Для спектральной плотности функции когерентности $\langle G(\mathbf{R},\mathbf{R}_0)G^*(\mathbf{R}',\mathbf{R}_0)\rangle$ звукового поля двух точечных источников выведено уравнение Бете-Солпитера. Исходя из него, получено уравнение для спектральной плотности $b(\varkappa,\varkappa')$ корреляционной функции

$$B(\mathbf{R},\mathbf{R}')=\langle[p(\mathbf{R})-\bar{p}(\mathbf{R})][p^*(\mathbf{R}')-\bar{p}^*(\mathbf{R}')]\rangle=\iint d^3\varkappa d^3\varkappa'\exp(i\varkappa\mathbf{R}-i\varkappa'\mathbf{R}')\,b(\varkappa,\varkappa')$$

произвольного звукового поля $p(\mathbf{R})$. Уравнение для функции b, являющееся точным следствием уравнения (9), имеет вид

$$[a(\varkappa)-a^*(\varkappa')]\,b(\varkappa,\varkappa')=(1/a^*(\varkappa')-1/a(\varkappa))\times$$

$$\times \iint d^3\varkappa_1 d^3\varkappa_2 \Lambda(\varkappa, \varkappa', \varkappa_1, \varkappa_2)[b(\varkappa_1, \varkappa_2) + \overline{\Pi}(\varkappa_1)\overline{\Pi}^*(\varkappa_2)]. \qquad (11)$$

Здесь $a = k^2 - \varkappa^2 - D(\varkappa)$; функции $\overline{\Pi}$, D и Λ — спектральные плотности соответственно среднего поля $\overline{p}(\mathbf{R})$, ядра массового оператора и ядра оператора интенсивности. Функции D и Λ определяются бесконечными рядами всех сильно связанных диаграмм. Оставляя в этих рядах только первые члены, т. е. используя приближение Бурре и лестничное приближение, находим

$$D(\varkappa) = \int d^3\varkappa_1 U(\varkappa, \varkappa_1, \varkappa')/(k^2 - \varkappa_1^2); \qquad (12)$$

$$\Lambda(\varkappa, \varkappa', \varkappa_1, \varkappa_2) = \delta(\varkappa - \varkappa' - \varkappa_1 + \varkappa_2) W(\varkappa, \varkappa_1, \varkappa'). \qquad (13)$$

Здесь функция W равна

$$W(\varkappa, \varkappa_1, \varkappa') = [k^2\beta_c - \varkappa_0\varkappa_1\beta_\rho][k^2\beta_c - \varkappa_0(\varkappa' - \varkappa_0)\beta_\rho] \times$$

$$\times \Phi_T(\varkappa_0)/T_0^2 + 4[k^2 + \varkappa_0\varkappa_1][k^2 + \varkappa_0(\varkappa' - \varkappa_0)][\varkappa_1\varkappa'\varkappa_0^2 - (\varkappa_0\varkappa_1)(\varkappa_0\varkappa')]F(\varkappa_0)/\omega^2\varkappa_0^2, \qquad (14)$$

где $\varkappa_0 = \varkappa - \varkappa_1$, и для простоты считаем, что $\Phi_C = \Phi_{CT} = 0$. (Значение W при $\Phi_C \neq 0$ и $\Phi_{CT} \neq 0$ приведено в [1].) Функция $U(\varkappa, \varkappa_1, \varkappa')$ совпадает с W, если только в правой части (14) $\varkappa'$ заменить на $-\varkappa'$, а F — на $-F$ Отметим, что уравнение (11) точно решить не удается.

Введем суммарные $\mathbf{R}_+ = (\mathbf{R}+\mathbf{R}')/2$ и разностные $\mathbf{R}_- = \mathbf{R} - \mathbf{R}'$ координаты точек наблюдения $\mathbf{R}$ и $\mathbf{R}'$, а также обозначим $B_p(\mathbf{R}_+, \mathbf{R}_-) = B(\mathbf{R}_+ + \mathbf{R}_-/2, \mathrm{R}_+ - \mathbf{R}_-/2)$. Корреляционную функцию B_p представим в виде

$$B_p(\mathrm{R}_+, \mathrm{R}_-) = \oint d\Omega(\mathrm{n})\, e^{ik\mathrm{n}\mathrm{R}_-} J(\mathrm{R}_+, \mathrm{n}),$$

где $\Omega(\mathbf{n})$ — телесный угол в направлении единичного вектора $\mathbf{n}$, а функцию $J(\mathbf{R}_+, \mathbf{n})$ можно интерпретировать как лучевую интенсивность звукового поля в точке $\mathbf{R}_+$ в направлении вектора $\mathbf{n}$. Предположим теперь, что масштаб изменения функции $B_p(\mathbf{R}_+, \mathbf{R}_-)$ по координате $\mathbf{R}_+$ превосходит ее масштаб по координате $\mathbf{R}_-$. Воспользуемся также в уравнении (11) приближением Бурре (12) и лестничным приближением (13). В результате уравнение (11) удается свести к уравнению переноса излучения

$$\left(\mathrm{n}\frac{\partial}{\partial \mathrm{R}_+} + 2\gamma\right) J(\mathrm{R}_+, \mathrm{n}) = \oint d\Omega(\mathrm{n}_0) J(\mathrm{R}_+, \mathrm{n}_0)\sigma(\mathrm{n} - \mathrm{n}_0) +$$

$$+ \pi/2 \int d^3\varkappa_0 W(k\mathrm{n}, \varkappa_0, k\mathrm{n}) \int d^3K\, e^{i\mathrm{K}\mathrm{R}_+} \overline{\Pi}(\varkappa_0 + \mathrm{K}/2)\cdot\overline{\Pi}^*(\varkappa_0 - \mathrm{K}/2), \qquad (15)$$

которому удовлетворяет лучевая интенсивность J.

В (15) $\sigma(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0) = \frac{\pi}{2} W(k\mathbf{n}, k\mathbf{n}_0, k\mathbf{n})$ — сечение рассеяния звуковой волны, определяемое выражением (4). Хотя уравнение переноса излучения (15) точно решить не удается, хорошо известны различные приближенные и численные методы решения этого уравнения. Например, если значение сечения рассеяния $\sigma(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$ быстро уменьшается при увеличении угла θ между векторами $\mathbf{n}$ и n_0, то уравнение (15) можно решить в малоугловом приближении. Заметим, что для колмогоровского спектра турбулентности, а также при выполнении неравенства $\lambda \ll L$, значение σ быстро уменьшается при увеличении θ независимо от того, меньше ли длина звуковой волны λ внутреннего масштаба неоднородностей l или же больше него.

1. Осташев В. Е. Распространение звука в движущихся средах. М.: Наука, 1992 (в печати).
2. Абдуллаев С. С., Осташев В. Е. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1988. Т. 24. № 4. С. 417—426.
3. Осташев В. Е. //Исследования пограничного слоя атмосферы над сушей и океаном акустическими методами. М., 1990. (Препринт/Ин-т физики атмосферы АН СССР, № 7. Ч. 2. С. 47—52).
4. Осташев В. Е. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1991. Т. 27 (в печати).
5. Каллистратова М. А., Кон А. И. Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 197 с.
6. Монин А. С. //Акустический журнал. 1961. Т. 7. № 4. С. 457—461.
7. Wesely M. L. //J. Appl. Meteorol. 1976. V. 15. № 1. P. 43—49.
8. Акустика океана /Под ред. Л.М. Бреховских. М.: Наука, 1974.
9. Монин А. С., Озмидов Р. В. Океанская турбулентность. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 320 с.

10. О с т а ш е в В . Е . , Т а т а р с к и й В . И . //Волны и дифракция-90. М.: Физ. общество.. 1990. Т. 1. С. 194—196.
11. Т а т а р с к и й В . И . Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1968. 548 с.
12. B r o u n E . H . , H a l l F . F . //Rev. Geophys. Space Phys. 1978. V. 16. № 1. P. 47—110.
13. Р а з и н А . В . //VIII Всесоюз. симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере. (Тезисы докл.). Томск, 1986. Ч. 2. С. 294—298.

Акустический институт им. Н.Н. Андреева АН СССР,
Москва

Поступила в редакцию
27 июня 1991 г.

V . E . O s t a s h e v . **Propagation and Scattering of Sound Waves in Turbulent Media (Atmosphere or Ocean).**

The statistical characteristics of sound waves propagated in media with random' inhomogeneities of the sound speed, density and medium velocity are calculated using the Born's approximation, geometric acoustics, Rytov's method, parabolic wave equation, theory of multiple scattering *A* new method for humidity fluctuations remote sensing in the atmosphere is proposed.