«Оптика атмосферы и океана», **11**, № 9 (1998)

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ. ОБРАБОТКА ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК (551;521;535.31;535.36)

Т.А. Сушкевич, С.А. Стрелков, А.К. Куликов, С.В. Максакова

К ТЕОРИИ ВЕКТОРНОГО ОПТИЧЕСКОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО ОПЕРАТОРА СИСТЕМЫ «АТМОСФЕРА – ОКЕАН»

Сформулирован векторный оптический передаточный оператор (ВОПО) системы «атмосфера – океан» (СОА) как 1-*d*, 2-*d* или 3-*d* плоского слоя с внутренней отражающей и пропускающей границей раздела с учетом многократного рассеяния и поляризации излучения в обеих средах. Используются ряды теории возмущений и функции влияния (ФВ) векторной общей краевой задачи теории переноса поляризованного излучения. Ядрами ВОПО являются тензоры функций влияния (ТФВ) обеих сред. Выделены базовые модели векторных функций влияния (ВФВ). Рассмотрена структура поля излучения САО.

Введение

В последние годы наблюдается повышенный интерес к численным моделям переноса излучения в системе «атмосфера – океан» (САО) и механизмам формирования полей излучения в САО с учетом обмена излучением между средами. При поддержке международных фондов проведены сравнения семи (одномерных по пространству) моделей [1]. Пять моделей реализованы методом Монте-Карло, одна модель – методом инвариантного погружения и одна модель – методом дискретных ординат, точнее, методом сферических гармоник (программа DISORT) [2], причем в двух последних моделях используется предварительное Фурье-разложение по азимуту.

Одномерные модели переноса излучения в САО разрабатывались на основе двух подходов. В одной модели расчет осуществлялся итерационным методом характеристик [3–5], а в другой – излучение САО получается с помощью оптического передаточного оператора (ОПО) через функции влияния атмосферы и океана [6–8]. Трехмерные модели переноса излучения в САО с горизонтально-неоднородной границей раздела «воздух – вода» также представлены как ОПО [9, 10].

Нами сформулирован векторный оптический передаточный оператор (ВОПО) системы переноса поляризованного излучения с анизотропно [11, 12] и изотропно [13] отражающей подстилающей поверхностью. В такой модели океан рассматривается как горизонтально-однородная или горизонтально-неоднородная подложка. Вместо океана могут быть море, озеро, водный бассейн.

В настоящей статье строгими методами теории возмущений и теории фундаментальных решений построен ВОПО САО с учетом поляризации и деполяризации излучения в САО, а также при прохождении границы раздела «воздух – вода» с учетом обмена излучением между обеими средами в приближении многократного рассеяния [14]. С единых методических основ формулируется ВОПО САО для четырех типов границы раздела – с изотропными и анизотропными горизонтально-неоднородными и однородными характеристиками законов отражения и пропускания.

Постановка задачи

Рассматривается рассеивающий, поглощающий и поляризующий плоский слой, неограниченный в горизонтальном направлении ($-\infty < x, y < \infty$, $r_\perp = (x, y)$) и конечный неоднородный по высоте ($0 \le z \le H$): радиус-вектор $r = (x, y, z)$. На уровне $z = h$ внутри слоя проходит граница раздела двух сред, пропускающая и отражающая излучение. Система переноса считается немультиплицирующей (без размножения). Множество всех направлений распространения излучения $s = (\mu, \varphi)$, где $\mu = \cos\vartheta$, $\vartheta \in [0, \pi]$ – зенитный угол, отсчитываемый от оси z, и $\varphi \in [0, 2\pi]$ – азимут, отсчитываемый от оси x, образует единичную сферу $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$; Ω^+ и Ω^- – полусферы направлений с $\mu \in [0, 1]$ и $\mu \in [-1, 0]$ соответственно. Проекция вектора s на горизонтальную плоскость $s_\perp = (\sin\vartheta\cos\varphi, \sin\vartheta\sin\varphi)$. Для записи граничных условий вводим множества с метками «*t*» (*top*), «*b*» (*bottom*), «*d*» (*dividing*):

$$t = \{z, r_\perp, s: z = 0, s \in \Omega^+\};$$
$$b = \{z, r_\perp, s: z = H, s \in \Omega^-\};$$
$$d1 = \{z, r_\perp, s: z = h, s \in \Omega^-\};$$
$$d2 = \{z, r_\perp, s: z = h, s \in \Omega^+\}.$$

В предположении стационарного состояния макроскопически изотропной среды и постоянства источников инсоляции $\mathbf{F}(z, s)$, $\mathbf{F}^0(s^0; r_\perp, s)$, $\mathbf{F}^{\mathrm{H}}(s^{\mathrm{H}}; r_\perp, s)$, $\mathbf{F}^1(s^1; r_\perp, s)$, $\mathbf{F}^2(s^2; r_\perp, s)$, возможно, зависящих от параметров s^0, s^{H}, s^1, s^2, поле квазимонохроматического поляризованного излучения наиболее полно описывается вектором $\Phi(r, s)$, компонентами которого являются параметры Стокса [4]. Вектор параметров

Стокса $\mathbf{\Phi}$ (ВПС) находится как решение общей векторной краевой задачи (ОВКЗ)

$$\hat{K}\mathbf{\Phi} = \mathbf{F};\quad \mathbf{\Phi}\big|_t = \mathbf{F}^0,\quad \mathbf{\Phi}\big|_b = \hat{R}\mathbf{\Phi} + \mathbf{F}^H,$$

$$\mathbf{\Phi}\big|_{d1} = \varepsilon\,(\hat{R}_1\mathbf{\Phi} + \hat{T}_{21}\mathbf{\Phi}) + \mathbf{F}^1,$$

$$\mathbf{\Phi}\big|_{d2} = \varepsilon\,(\hat{R}_2\mathbf{\Phi} + \hat{T}_{12}\mathbf{\Phi}) + \mathbf{F}^2 \qquad (1)$$

с линейными операторами:
оператор переноса

$$\hat{D} \equiv (s, \mathrm{grad}) + \sigma(z) = \hat{D}_z + \left(s_\perp, \frac{\partial}{\partial r_\perp}\right),\quad \hat{D}_z \equiv \mu\frac{\partial}{\partial z} + \sigma(z);$$

интеграл столкновений

$$\hat{S}\mathbf{\Phi} \equiv \sigma_s(z)\int\limits_\Omega \hat{P}(z, s, s')\,\mathbf{\Phi}(z, r_\perp, s')\,ds';\quad ds' = d\mu'\,d\varphi';$$

интегродифференциальный оператор $\hat{K} \equiv \hat{D} - \hat{S}$; одномерный оператор $\hat{K}_z \equiv \hat{D}_z - \hat{S}$; $\hat{P}$ – фазовая матрица рассеяния [4]; $\sigma(z)$ и $\sigma_s(z)$ – вертикальные профили коэффициентов ослабления и рассеяния.

Прохождение излучения через границу раздела описывается равномерно ограниченными операторами отражения $\hat{R}_1$, $\hat{R}_2$ и пропускания $\hat{T}_{12}$, $\hat{T}_{21}$, где индекс 1 относится к слою атмосферы с $z \in [0, h]$, а индекс 2 – к слою океана с $z \in [h, H]$:

$$[\hat{R}_1\mathbf{\Phi}]\,(h, r_\perp, s) = \int\limits_{\Omega^+} \hat{q}_1\,(r_\perp, s, s^+)\,\mathbf{\Phi}(h, r_\perp, s^+)\,ds^+,\ \ s \in \Omega^-;$$

$$[\hat{R}_2\mathbf{\Phi}]\,(h, r_\perp, s) = \int\limits_{\Omega^-} \hat{q}_2\,(r_\perp, s, s^-)\,\mathbf{\Phi}(h, r_\perp, s^-)\,ds^-,\ \ s \in \Omega^+;$$

$$[\hat{T}_{12}\mathbf{\Phi}]\,(h, r_\perp, s) = \int\limits_{\Omega^+} \hat{t}_{12}\,(r_\perp, s, s^+)\,\mathbf{\Phi}(h, r_\perp, s^+)\,ds^+,\ \ s \in \Omega^+;$$

$$[\hat{T}_{21}\mathbf{\Phi}]\,(h, r_\perp, s) = \int\limits_{\Omega^-} \hat{t}_{21}\,(r_\perp, s, s^-)\,\mathbf{\Phi}(h, r_\perp, s^-)\,ds^-,\ \ s \in \Omega^-.$$

Параметр $0 \le \varepsilon \le 1$ фиксирует акт взаимодействия излучения с границей $z = h$; $\hat{q}_1$, $\hat{q}_2$ – фазовые матрицы отражения; $\hat{t}_{12}$, $\hat{t}_{21}$ – фазовые матрицы пропускания границы раздела.

Равномерно ограниченный оператор отражения от дна системы

$$[\hat{R}\mathbf{\Phi}]\,(H, r_\perp, s) = \int\limits_{\Omega^+} \hat{q}\,(r_\perp, s, s^+)\,\mathbf{\Phi}(H, r_\perp, s^+)\,ds^+,\ \ s \in \Omega^-,$$

содержит фазовую матрицу отражения $\hat{q}$.

Краевая задача (1) – линейная, и ее решение можно искать в виде суперпозиции $\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Phi}_0 + \mathbf{\Phi}_b$. Фоновое излучение $\mathbf{\Phi}_0$ находится как решение первой векторной краевой задачи (ПВКЗ) теории переноса с «вакуумными» условиями

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_0 = \mathbf{F},\ \mathbf{\Phi}_0\big|_t = \mathbf{F}^0,\ \mathbf{\Phi}_0\big|_b = \mathbf{F}^H,$$

$$\mathbf{\Phi}_0\big|_{d1} = \mathbf{F}^1,\ \mathbf{\Phi}_0\big|_{d2} = \mathbf{F}^2 \qquad (2)$$

в слое с абсолютно черными (неотражающими и непропускающими) границами, когда $\hat{R} \equiv 0$, $\hat{R}_1 \equiv 0$, $\hat{R}_2 \equiv 0$, $\hat{T}_{12} \equiv 0$, $\hat{T}_{21} \equiv 0$, при заданных источниках инсоляции. Достаточно, чтобы хотя бы одна из функций в правых частях задачи (2) была ненулевой. Задача (2) для слоя $z \in [0, H]$ расщепляется на две независимые ПВКЗ: для слоя $z \in [0, h]$

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_0^1 = \mathbf{F}_1;\quad \mathbf{\Phi}_0^1\big|_t = \mathbf{F}^0,\quad \mathbf{\Phi}_0^1\big|_{d1} = \mathbf{F}^1$$

и для слоя $z \in [0, H]$

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_0^2 = \mathbf{F}_2,\quad \mathbf{\Phi}_0^2\big|_b = \mathbf{F}^H,\quad \mathbf{\Phi}_0^2\big|_{d2} = \mathbf{F}^2,$$

где $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}$ для 1-й среды; $\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}$ для 2-й среды. Решение таких задач методом векторных функций влияния (ВФВ) излагается в [11, 12].

Вклад $\mathbf{\Phi}_b$, обусловленный обменом излучения между двумя средами и влиянием отражающего дна, определяется как решение ОВКЗ

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_b = 0,\ \mathbf{\Phi}_b\big|_t = 0,\ \mathbf{\Phi}_b\big|_b = \hat{R}\mathbf{\Phi}_b + \mathbf{E}^H,$$

$$\mathbf{\Phi}_b\big|_{d1} = \varepsilon\,(\hat{R}_1\mathbf{\Phi}_b + \hat{T}_{21}\,\mathbf{\Phi}_b + \mathbf{E}^1),$$

$$\mathbf{\Phi}_b\big|_{d2} = \varepsilon\,(\hat{R}_2\mathbf{\Phi}_b + \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}_b + \mathbf{E}^2) \qquad (3)$$

с заданной освещенностью (облученностью, яркостью) границ

$$\mathbf{E}^H(r_\perp, s) \equiv \hat{R}\mathbf{\Phi}_0,\ \ \mathbf{E}^1(r_\perp, s) \equiv \hat{R}_1\mathbf{\Phi}_0 + \hat{T}_{21}\,\mathbf{\Phi}_0,$$

$$\mathbf{E}^2(r_\perp, s) \equiv \hat{R}_2\mathbf{\Phi}_0 + \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}_0\,,$$

создаваемой фоновым излучением.

Не снижая общности получаемых результатов, ограничимся рассмотрением ОВКЗ

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_d = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_d\big|_t = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_d\big|_b = 0,$$

$$\mathbf{\Phi}_d\big|_{d1} = \varepsilon\,(\hat{R}_1\mathbf{\Phi}_d + \hat{T}_{21}\,\mathbf{\Phi}_d + \mathbf{E}^1),$$

$$\mathbf{\Phi}_d\big|_{d2} = \varepsilon\,(\hat{R}_2\mathbf{\Phi}_d + \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}_d + \mathbf{E}^2), \qquad (4)$$

которая вытекает из ОВКЗ (3) при неотражающей и неизлучающей подложке на дне САО ($\hat{R} \equiv 0$, $\mathbf{F}^H \equiv 0$) и описывает влияние обмена излучением двух сред через внутреннюю границу раздела на формирование суммарного поля излучения системы $\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Phi}_0 + \mathbf{\Phi}_d$.

Решение ОВКЗ (4) ищем в виде ряда возмущений для двух ВПС

$$\mathbf{\Phi}_d^1 = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k\, \mathbf{\Phi}_k^1\,,\quad \mathbf{\Phi}_d^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k\, \mathbf{\Phi}_k^2\,, \tag{5}$$

где $\mathbf{\Phi}_d^1$ отвечает полю излучения в слое $z \in [0, h]$, а $\mathbf{\Phi}_d^2$ – в слое $z \in [h, H]$. Компоненты рядов (5) удовлетворяют рекуррентной системе, которая расщепляется на задачи для 1-й среды с $z \in [0, h]$:

$$k = 1{:}\ \ \hat{K}\mathbf{\Phi}_1^1 = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_1^1\big|_t = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_1^1\big|_{d1} = \mathbf{E}^1; \tag{6}$$

$$k \ge 2{:}\ \ \hat{K}\mathbf{\Phi}_k^1 = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_k^1\big|_t = 0,$$

$$\mathbf{\Phi}_k^1\big|_{d1} = \hat{R}_1\,\mathbf{\Phi}_{k-1}^1 + \hat{T}_{21}\,\mathbf{\Phi}_{k-1}^2 \tag{7}$$

и для 2-й среды с $z \in [h, H]$:

$$k = 1{:}\ \ \hat{K}\mathbf{\Phi}_1^2 = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_1^2\big|_b = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_1^2\big|_{d2} = \mathbf{E}^2; \tag{8}$$

$$k \ge 2{:}\ \ \hat{K}\mathbf{\Phi}_k^2 = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_k^2\big|_b = 0,$$

$$\mathbf{\Phi}_k^2\big|_{d2} = \hat{R}_2\,\mathbf{\Phi}_{k-1}^2 + \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}_{k-1}^1. \tag{9}$$

Каждая из задач (6), (7) является ПВКЗ вида

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}^1 = 0,\ \mathbf{\Phi}^1\big|_t = 0,\ \mathbf{\Phi}^1\big|_{d1} = \mathbf{f}^1(s^1;\, r_\perp, s), \tag{10}$$

а задачи (8), (9) – ПВКЗ вида

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}^2 = 0,\ \mathbf{\Phi}^2\big|_b = 0,\ \mathbf{\Phi}^2\big|_{d2} = \mathbf{f}^2(s^2;\, r_\perp, s). \tag{11}$$

Параметры $s^1 \in \Omega^-$ и $s^2 \in \Omega^+$ могут отсутствовать.

Функции влияния системы «атмосфера – океан»

Различные возможные состояния поляризации плоской поперечно-электрической волны в общем случае представляются вектором $\mathbf{\Phi}$, составленным из четырех действительных величин Φ_m, $m = 1,\ldots, M$, $M = 4$, которые имеют размерность интенсивности и являются коэффициентами разложения вектора $\mathbf{\Phi}$ по ортам $\mathbf{i}_m$ некоторой системы координат: $\mathbf{\Phi} = \mathbf{i}_1\,\Phi_1 + \mathbf{i}_2\,\Phi_2 + \mathbf{i}_3\,\Phi_3 + \mathbf{i}_4\,\Phi_4$, которая зависит от способа описания поляризованного излучения [4]. Состояния поляризации источника $\mathbf{f} = \{f_n\}$, $n = 1,\ldots, N$, $N \le 4$, и излучения $\mathbf{\Phi}$ могут быть различными. В зависимости от оптических свойств рассеивающей, поглощающей и поляризующей среды в результате переноса излучение в слое может стать поляризованным при неполяризованном источнике; может измениться состояние и (или) степень поляризации при поляризованном источнике; начиная с некоторой кратности рассеяния, может измениться количество ненулевых компонент ВПС излучения: возможно $N \le M$ и $N \ge M$.

В общем случае, когда ВПС источника $\mathbf{f}^1 = \{f_n^1\}$, $n = 1,\ldots, N_1$, $N_1 \le 4$, содержит несовпадающие анизотропные горизонтально-неоднородные параметры f_n^1 $(s^1;\, r_\perp, s)$, решение линейной ПВКЗ (10) можно представить в виде суперпозиции

$$\mathbf{\Phi}^1(s^1;\, r, s) = \sum_{n=1}^{N_1} \mathbf{\Phi}_n^1(s^1;\, r, s)\,,$$

слагаемые которой являются решением набора ПВКЗ

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_n^1 = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_n^1\big|_t = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_n^1\big|_{d1} = \mathbf{t}_n f_n^1 \tag{12}$$

с векторами $\mathbf{t}_n = \{\delta_{mn}\}$, $m = 1,\ldots,M_1$, $n = 1,\ldots,N_1$; δ_{mn} – символ Кронекера. По аналогии со скалярной задачей теории переноса [15, 16] решение ПВКЗ (12) для фиксированного n получается в виде векторного линейного функционала:

$$\mathbf{\Phi}_n^1 = (\mathbf{\Theta}_n^1, f_n^1) = \frac{1}{2\pi}\int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(s^-; z, r_\perp - r'_\perp, s)\, f_n^1(s^1; r'_\perp, s^-)\, dr'_\perp\,.$$

ВФВ атмосферы $\mathbf{\Theta}_n^1 = \{\Theta_{mn}^1\}$, $n = 1,\ldots, N_1$, компонентами которых являются параметры Стокса $\Theta_{mn}^1(s^-;\, z, r_\perp, s)$, $m = 1,\ldots, M_1$, находятся как решение набора ПВКЗ для слоя $z \in [0, h]$:

$$\hat{K}\mathbf{\Theta}_n^1 = 0;\ \ \mathbf{\Theta}_n^1\big|_t = 0,\ \ \mathbf{\Theta}_n^1\big|_{d1} = \mathbf{t}_n f_\delta^1 \tag{13}$$

с источником $f_\delta^1(s^-;\, r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\,\delta(s - s^-)$ и параметром $s^- \in \Omega^-$. Компоненты ВПС $\mathbf{\Phi}_n^1 = \{\Phi_{mn}^1\}$ вычисляются как скалярные функционалы:

$$\Phi_{mn}^1(s^1;\, z, r_\perp, s) = (\Theta_{mn}^1, f_n^1) = \frac{1}{2\pi}\int_{\Omega^-} ds^- \,\times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{mn}^1(s^-;\, z, r_\perp - r'_\perp, s)\, f_n^1(s^1;\, r'_\perp, s^-)\, dr'_\perp. \tag{14}$$

Как это сделано впервые в наших работах [11, 12], введем тензор функций влияния (ТФВ) атмосферы, определенный N_1 ВПС $\mathbf{\Theta}_n^1$:

$$\hat{\Pi}^1 = \begin{bmatrix} \Theta_{11}^1 & \ldots & \Theta_{1n}^1 & \ldots & \Theta_{1N_1}^1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Theta_{m1}^1 & \ldots & \Theta_{mn}^1 & \ldots & \Theta_{mN_1}^1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Theta_{M_1 1}^1 & \ldots & \Theta_{M_1 n}^1 & \ldots & \Theta_{M_1 N_1}^1 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Первый индекс $m = 1,\ldots, M_1$, $M_1 \le 4$, элемента Θ_{mn}^1 тензора $\hat{\Pi}^1$ отвечает порядковому номеру параметра Стокса ВФВ $\mathbf{\Theta}_n^1$, а второй индекс $n = 1,\ldots, N_1$, $N_1 \le 4$, соответствует индексу вектора источника $\mathbf{t}_n$ в наборе задач (13), описывающем модель расчета ВФВ $\mathbf{\Theta}_n^1$.

Введем линейный векторный функционал вектора $\mathbf{f}^1$

$$\mathbf{\Phi}^1 = (\hat{\Pi}^1, \mathbf{f}^1) = \{\Phi_m^1\},\ m = 1,\ldots,M_1,\ M_1 \le 4, \tag{16}$$

где параметры Стокса – решения ПВКЗ (10)

$$\Phi_m^1 = \sum_{n=1}^{N_1} (\Theta_{mn}^1, f_n^1) = \sum_{n=1}^{N_1} \Phi_{mn}^1$$

– линейные комбинации линейных скалярных функционалов (14).

Если источник изотропный горизонтально-неоднородный, то решение ПВКЗ (10) определяется через векторные линейные функционалы

$$\mathbf{\Phi}_n^1(z, r_\perp, s) = (\mathbf{\Theta}_{rn}^1, f_n^1) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_{rn}^1(z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n^1\,(r'_\perp)\, dr'_\perp\,,$$

ядра которых – ВФВ атмосферы

$$\mathbf{\Theta}_{rn}^1(z, r_\perp, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \mathbf{\Theta}_n^1(s^-; z, r_\perp, s)\, ds^- \tag{17}$$

удовлетворяют ПВКЗ

$$\hat{K}\mathbf{\Theta}_{rn}^1 = 0,\ \ \mathbf{\Theta}_{rn}^1\big|_t = 0,\ \ \mathbf{\Theta}_{rn}^1\big|_{d1} = \mathbf{t}_n\, \delta(r_\perp). \tag{18}$$

В случае анизотропного горизонтально-однородного источника решение задачи (10) находится в форме линейного функционала

$$\mathbf{\Phi}_n^1(s^1; z, s) = (\mathbf{\Theta}_{zn}^1, f_n^1) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \mathbf{\Theta}_{zn}^1(s'; z, s) f_n^1(s^1; s')\, ds'$$

с ядром – ВФВ атмосферы

$$\mathbf{\Theta}_{zn}^1(s^-; z, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_n^1(s^-; z, r_\perp, s)\, dr_\perp, \tag{19}$$

которая является решением одномерной ПВКЗ

$$\hat{K}_z\, \mathbf{\Theta}_{zn}^1 = 0, \mathbf{\Theta}_{zn}^1\big|_t = 0, \mathbf{\Theta}_{zn}^1\big|_{d1} = \mathbf{t}_n\, \delta(s - s^-);\ s^- \in \Omega^-. \tag{20}$$

При изотропном горизонтально-однородном источнике решение задачи (10)

$$\mathbf{\Phi}_n^1(z, s) = f_n^1\, \mathbf{W}_n^1(z, s),\ \ f_n^1 = \text{const},$$

рассчитывается через ВФВ атмосферы

$$\mathbf{W}_n^1(z, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} ds^- \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_n^1(s^-; z, r_\perp, s)\, dr_\perp =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_{rn}^1(z, r_\perp, s)\, dr_\perp = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^-} \mathbf{\Theta}_{zn}^1(s^-; z, s)\, ds^{-1}, \tag{21}$$

которую называют также векторной функцией пропускания, отягощенной вкладом многократного рассеяния, и определяют как решение одномерной ПВКЗ [4, 13]:

$$\hat{K}_z\, \mathbf{W}_n^1 = 0,\ \ \mathbf{W}_n^1\big|_t = 0,\ \ \mathbf{W}_n^1\big|_{d1} = \mathbf{t}_n. \tag{22}$$

Соотношения (17), (19), (21) можно использовать в качестве критериев точности вычислений ВФВ $\mathbf{\Theta}_n^1$, $\mathbf{\Theta}_{rn}^1$, $\mathbf{\Theta}_{zn}^1$ через решения более простых задач (18), (20), (22). ТФВ $\hat{\mathrm{P}}^1$ (15), определенный ВФВ $\mathbf{\Theta}_n^1$ $(s^-; z, r_\perp, s)$, описывает фактически поле поляризованного излучения в слое с неотражающими границами, создаваемое за счет процессов многократного рассеяния стационарного эллиптически поляризованного узкого пучка с направлением $s^- \in \Omega^-$, источник которого расположен на границе $z = h$ в центре системы горизонтальных координат x, y. Параметр ВФВ $\Theta_{rn}^1(z, r_\perp, s)$, отвечающий интенсивности излучения, совпадает с функцией размытия точки; ее Фурье-образ по $r_\perp$ в направлении надира, когда $s = (\mu = -1, \varphi = 0)$, совпадает с частотно-контрастной характеристикой. Тензор $\hat{\Pi}^1$, определенный ВФВ $\Theta_{zn}^1(s^-;\ z, s)$, описывает поле поляризованного излучения, сформированного в слое, на границу $z = h$ которого извне падает эллиптически поляризованный параллельный широкий поток в направлении $s^- \in \Omega^-$. ВФВ $\mathbf{\Theta}_n^1$, $\mathbf{\Theta}_{rn}^1$, $\mathbf{\Theta}_{zn}^1$, $\mathbf{W}_n^1$ составляют полный набор базовых моделей функций влияния ПВКЗ (10).

В общем случае, когда вектор параметров Стокса источника $\mathbf{f}^2 = \{f_n^2\}$, $n = 1,...,N_2$, $N_2 \le 4$, содержит несовпадающие анизотропные горизонтально-неоднородные параметры $f_n^2(s^2; r_\perp, s)$, решение линейной ПВКЗ (11) можно представить в виде суперпозиции

$$\mathbf{\Phi}^2(s^2; r, s) = \sum_{n=1}^{N_2} \mathbf{\Phi}_n^2(s^2; r, s)\,,$$

слагаемые которой являются решением набора ПВКЗ

$$\hat{K}\mathbf{\Phi}_n^2 = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_n^2\big|_b = 0,\ \ \mathbf{\Phi}_n^2\big|_{d2} = \mathbf{t}_n f_n^2. \tag{23}$$

Решение ПВКЗ (23) для фиксированного n получается в виде векторного линейного функционала

$$\mathbf{\Phi}_n^2 = (\mathbf{\Theta}_n^2, f_n^2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} ds^+ \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_n^2(s^+; z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n^2(s^2; r'_\perp, s^+)\, dr'_\perp.$$

ВФВ океана $\mathbf{\Theta}_n^2 = \{\Theta_{mn}^2\}$, $n = 1,..., N_2$, компонентами которых являются параметры Стокса $\Theta_{mn}^2(s^+; z, r_\perp, s)$, $m = 1,..., M_2$, находятся как решение набора ПВКЗ для слоя $z \in [h, H]$

$$\hat{K}\mathbf{\Theta}_n^2 = 0,\ \ \mathbf{\Theta}_n^2\big|_b = 0,\ \ \mathbf{\Theta}_n^2\big|_{d2} = \mathbf{t}_n f_\delta^2 \tag{24}$$

с источником $f_\delta^2(s^+; r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\, \delta(s - s^+)$ и параметром $s^+ \in \Omega^+$. Компоненты ВПС $\mathbf{\Phi}_n^2 = \{\Phi_{mn}^2\}$ вычисляются как скалярные функционалы:

$$\Phi_{mn}^2(s^2; z, r_\perp, s) = (\Theta_{mn}^2, f_n^2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} ds^+ \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{mn}^2(s^+; z, r_\perp - r'_\perp, s) \times$$

$$\times f_n^2(s^2; r'_\perp, s^+)\, dr'_\perp\,. \tag{25}$$

Введем ТФВ океана, определенный N_2 ВПС Θ_n^2:

$$\hat{\Pi}^2 = \begin{bmatrix} \Theta_{11}^2 & \dots & \Theta_{1n}^2 & \dots & \Theta_{1N_2}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{m1}^2 & \dots & \Theta_{mn}^2 & \dots & \Theta_{mN_2}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{M_2 1}^2 & \dots & \Theta_{M_2 n}^2 & \dots & \Theta_{M_2 N_2}^2 \end{bmatrix} \qquad (26)$$

и линейный векторный функционал вектора $\mathbf{f}^2$ в виде

$$\mathbf{\Phi}^2 = (\hat{\Pi}^2, \mathbf{f}^2) = \{\Phi_m^2\}, \quad m = 1, ..., M_2, \quad M_2 \le 4, \qquad (27)$$

где параметры Стокса – решения ПВКЗ (11)

$$\Phi_m^2 = \sum_{n=1}^{N_2} (\Theta_{mn}^2, f_n^2) = \sum_{n=1}^{N_2} \Phi_{mn}^2$$

суть линейные комбинации линейных скалярных функционалов (25).

Если источник изотропный горизонтально-неоднородный, то решение ПВКЗ (11) определяется через векторные линейные функционалы

$$\mathbf{\Phi}_n^2(z, r_\perp, s) = (\mathbf{\Theta}_{rn}^2, f_n^2) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_{rn}^2(z, r_\perp - r'_\perp, s) f_n^2(r'_\perp) dr'_\perp,$$

ядра которых – ВФВ океана

$$\mathbf{\Theta}_{rn}^2(z, r_\perp, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \mathbf{\Theta}_n^2(s^+; z, r_\perp, s)\, ds^+ \qquad (28)$$

удовлетворяют ПВКЗ

$$\hat{K}\mathbf{\Theta}_{rn}^2 = 0, \quad \mathbf{\Theta}_{rn}^2\big|_b = 0, \quad \mathbf{\Theta}_{rn}^2\big|_{d2} = \mathbf{t}_n\, \delta(r_\perp). \qquad (29)$$

При анизотропном горизонтально-однородном источнике решение задачи (11) находится через векторный линейный функционал

$$\mathbf{\Phi}_n^2(s^2; z, s) = (\mathbf{\Theta}_{zn}^2, f_n^2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \mathbf{\Theta}_{zn}^2(s'; z, s) f_n^2(s^2; s')\, ds'$$

с ядром – ВФВ океана

$$\mathbf{\Theta}_{zn}^2(s^+; z, \mathrm{s}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_n^2(s^+; z, r_\perp, s)\, dr_\perp, \qquad (30)$$

которая является решением одномерной ПВКЗ

$$\hat{K}_z \mathbf{\Theta}_{zn}^2 = 0, \mathbf{\Theta}_{zn}^2\big|_b = 0, \mathbf{\Theta}_{zn}^2\big|_{d2} = \mathbf{t}_n\, \delta(s - s^+); s^+ \in \Omega^+. \qquad (31)$$

При изотропном горизонтально-однородном источнике решение задачи (11)

$$\mathbf{\Phi}_n^2(z, s) = f_n^2\, \mathbf{W}_n^2(z, s), \quad f_n^2 = \mathrm{const},$$

рассчитывается через ВФВ океана

$$\mathbf{W}_n^2(z, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} ds^+ \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_n^2(s^+; z, r_\perp, s)\, dr_\perp =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{\Theta}_{rn}^2(z, r_\perp, s)\, dr_\perp = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega^+} \mathbf{\Theta}_{zn}^2(s^+; z, s)\, ds^+, \qquad (32)$$

которую определяют как решение одномерной ПВКЗ в слое $z \in [h, H]$

$$\hat{K}_z \mathbf{W}_n^2 = 0, \quad \mathbf{W}_n^2\big|_b = 0, \quad \mathbf{W}_n^2\big|_{d2} = \mathbf{t}_n. \qquad (33)$$

ВФВ океана $\mathbf{\Theta}_n^2$, $\mathbf{\Theta}_{rn}^2$, $\mathbf{\Theta}_{zn}^2$, $\mathbf{W}_n^2$ – решения ПВКЗ (24), (29), (31), (33), связанные соотношениями (28), (30), (32), – составляют полный набор базовых моделей функций влияния ПВКЗ (11).

Векторный оптический передаточный оператор САО

Воспользуемся сформулированными выше моделями ВФВ и представлениями решений ПВКЗ (10) и (11) в форме векторных линейных функционалов (16) и (27), ядрами которых являются ТФВ (15) и (26), для построения решения ОВКЗ (4). Если источник в ОВКЗ (4) определяется через однократное взаимодействие фонового излучения с границей раздела, то степень параметра ε соответствует порядку зависимости решения задачи (4) от характеристик операторов отражения $\hat{q}_1$, $\hat{q}_2$ и пропускания $\hat{t}_{12}$, $\hat{t}_{21}$.

Введем алгебраические векторы в виде столбцов

$$\mathbf{\Phi}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_d^1 \\ \mathbf{\Phi}_d^2 \end{bmatrix}, \mathbf{\Phi}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_k^1 \\ \mathbf{\Phi}_k^2 \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}^1 \\ \mathbf{E}^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^1 \\ \mathbf{f}^2 \end{bmatrix}, \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_a \\ \mathbf{Z}_{ok} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}^1 \\ \mathbf{\Theta}^2 \end{bmatrix}, \ \hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \hat{\Pi}^1 \\ \hat{\Pi}^2 \end{bmatrix}, \ (\hat{\Pi}, \mathbf{f}) = \begin{bmatrix} (\hat{\Pi}^1, \ \mathbf{f}^1) \\ (\hat{\Pi}^2, \ \mathbf{f}^2) \end{bmatrix}$$

и определим матричную операцию, описывающую один акт прохождения излучения через границу раздела с учетом многократного рассеяния и поляризации в обеих средах через ТФВ:

$$[\hat{G}\mathbf{f}] \equiv \hat{P}(\hat{\Pi}, \mathbf{f}) = \begin{bmatrix} \hat{R}_1(\hat{\Pi}^1, \mathbf{f}^1) + \hat{T}_{21}(\hat{\Pi}^2, \mathbf{f}^2) \\ \hat{R}_2(\hat{\Pi}^2, \mathbf{f}^2) + \hat{T}_{12}(\hat{\Pi}^1, \mathbf{f}^1) \end{bmatrix}, \qquad (34)$$

где через $\hat{P}$ обозначена матрица, составленная из операторов отражения и пропускания:

$$\hat{P} \equiv \begin{bmatrix} \hat{R}_1 & \hat{T}_{21} \\ \hat{T}_{12} & \hat{R}_2 \end{bmatrix}.$$

Краевые задачи (6) и (8) для линейного приближения разрешимы с помощью векторных линейных функционалов (16) и (27):

$$\mathbf{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_1^1 \\ \mathbf{\Phi}_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{\Pi}^1,\ \mathbf{E}^1) \\ (\hat{\Pi}^2,\ \mathbf{E}^2) \end{bmatrix} = (\hat{\Pi}, \mathbf{E}) .$$

Методом индукции можно показать, что два последовательных k-приближения связаны рекуррентным соотношением

$$\mathbf{\Phi}_k = (\hat{\Pi}, \hat{P}\,\mathbf{\Phi}_{k-1})$$

и для $k \ge 1$ (полагаем $\mathbf{F}_0 \equiv \mathbf{E}$) алгебраический вектор источника

$$\mathbf{F}_k = \hat{P}\,\mathbf{\Phi}_k = \hat{G}\,\mathbf{F}_{k-1} = \hat{G}^k\,\mathbf{E},$$

алгебраический вектор k-приближения решения ПВКЗ (7) и (9)

$$\mathbf{\Phi}_k = (\hat{P}, \mathbf{F}_{k-1}) = (\hat{\Pi}, \hat{G}^{k-1}\,\mathbf{E}).$$

В результате получаем асимптотически точное решение ОВКЗ (4)

$$\mathbf{\Phi}_d = (\hat{\Pi}, \mathbf{Z}), \qquad (35)$$

где двухкомпонентный вектор «сценария» на границе раздела

$$\mathbf{Z} \equiv \hat{Z}\mathbf{E} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \hat{G}^k\,\mathbf{E} \qquad (36)$$

есть сумма ряда Неймана по кратности прохождения излучения через границу раздела с учетом вклада многократного рассеяния и поляризации в обеих средах с помощью ТФВ (15) и (26).

Представление решения ОВКЗ (4) в виде линейного векторного функционала (35), устанавливающего явную связь регистрируемого излучения со «сценарием» (36) на обеих сторонах границы раздела, называем векторным оптическим передаточным оператором двухсредной системы переноса. В свою очередь «сценарий» описывается явно через характеристики отражения и пропускания границы раздела при заданной ее освещенности. Ряд Неймана (36) определяет «сценарий» оптического изображения, сформированного в результате многократного рассеяния излучения в обеих средах и прохождения границы с учетом механизмов поляризации и деполяризации как в слое, так и на границе. Естественно, универсальное представление ВОПО (35) распространяется на все случаи пространственной и угловой зависимости характеристик границы раздела и источников, рассмотренных выше.

Структура поля излучения

Предложенный подход позволяет детально изучать механизмы формирования полей оптического и миллиметрового поляризованного излучения в САО и получать различные приближения ВОПО.

Остановимся на решении задачи (4), когда источниками являются падающие на границу раздела $z = h$ со стороны атмосферы сингулярный прямой поток $\mathbf{\Phi}^0$ в направлении $s_0 = (\mu_0, \varphi_0) \in \Omega^+$ и диффузное, многократно рассеянное в атмосфере нисходящее фоновое излучение $\mathbf{\Phi}_a$ для направлений $s^+ = (\mu^+, \varphi^+) \in \Omega^+$: $\mathbf{\Phi}_0 = \mathbf{\Phi}^0 + \mathbf{\Phi}_a$. Для наглядности метку «1» слоя атмосферы заменяем на метку «a», метку «2» слоя океана – на метку «ok», а также вводим $\tilde{z} = z - h$, $\tilde{\mu}$, $\tilde{\varphi}$ для координат в океане. В этом случае функции источников на границе раздела $z = h$ со стороны атмосферы и со стороны океана

$$\mathbf{E}^1 = \mathbf{E}_a = \mathbf{E}_a^s + \mathbf{E}_a^d,\ \ \mathbf{E}^2 = \mathbf{E}_{ok} = \mathbf{E}_{ok}^s + \mathbf{E}_{ok}^d$$

могут содержать сингулярные компоненты:

$$\mathbf{E}_a^s(\mu_0, \varphi_0; h, \mu^-, \varphi^-) = \hat{R}_1\,\mathbf{\Phi}^0 =$$

$$= \mathbf{E}_a^s(\mu_0, \varphi_0; h, -\mu_0, \varphi_0)\,\delta(\mu^- + \mu_0)\,\delta(\varphi^- - \varphi_0)$$

– прямой поток, отраженный в атмосферу от границы раздела в направлении $s_0^- = (-\mu_0, \varphi_0) \in \Omega^-$;

$$\mathbf{E}_{ok}^s(\mu_0, \varphi_0; h, \bar{\mu}^+, \varphi^+) = \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}^0 =$$

$$= \mathbf{E}_{ok}^s(\mu_0, \varphi_0; h, \bar{\mu}_0, \varphi_0)\,\delta(\bar{\mu}^+ - \bar{\mu}_0)\,\delta(\varphi^+ - \varphi_0)$$

– прямой поток, прошедший в океан с преломлением через границу раздела в направлении $\bar{s}_0 = (\bar{\mu}_0, \varphi_0) \in \Omega^+_{crit}$, $\bar{\mu}_0 \ge \bar{\mu}_{crit} > 0$, и гладкие диффузные компоненты:

$$\mathbf{E}_a^d(\mu_0, \varphi_0; h, \mu^-, \varphi^-) = \hat{R}_1\,\mathbf{\Phi}_a^+$$

– фоновое излучение атмосферы, отраженное от границы раздела в атмосферу в направлениях $s^- = (\mu^-, \varphi^-) \in \Omega^-$; $\mu^- = -\mu^+$; $\varphi^- = \varphi^+$;

$$\mathbf{E}_{ok}^d(\mu_0, \varphi_0; h, \bar{\mu}^+, \varphi^+) = \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}_a^+$$

– фоновое излучение атмосферы, прошедшее с преломлением в океан через границу раздела в направлениях $\bar{s}^+ = (\bar{\mu}^+, \varphi^+) \in \Omega^+_{crit}$; $\bar{\mu}^+ \in [\bar{\mu}_{crit}, 1]$; $\bar{\mu}_{crit}$, отвечает направлению границы тени в океане.

Компонентами алгебраического вектора источника $\mathbf{F}_k$ для задач (6) – (9) будут пары векторов параметров Стокса:

$$\mathbf{F}_{a,k} \equiv \hat{R}_1\,\mathbf{\Phi}_{a,k}^+ + \hat{T}_{21}\,\mathbf{\Phi}_{ok,k}^-,\quad \mathbf{F}_{a,0} \equiv \mathbf{E}_a,$$

$$\mathbf{F}_{ok,k} \equiv \hat{R}_2\,\mathbf{\Phi}_{ok,k}^- + \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}_{a,k}^+,\quad \mathbf{F}_{ok,0} \equiv \mathbf{E}_{ok}.$$

Решения задач (6), (7) определяются через ТФВ атмосферы (15) $\hat{\Pi}_a = \hat{\Pi}_a^s + \hat{\Pi}_a^d$ с mn-элементами

$$\Theta_a(\mu_h^-, \varphi_h^-; z, \mu, \varphi) = \Theta_a^s + \Theta_a^d$$

– решениями задач (13) с параметром $s_h^- = (\mu_h^-, \varphi_h^-) \in \Omega^-$, в которых выделены сингулярные составляющие

$$\Theta_a^s(\mu_h^-, \varphi_h^-; z, \mu, \varphi) = f_a \exp\left[-\frac{\tau(h)-\tau(z)}{|\mu_h^-|}\right]\delta(\mu-\mu_h^-)\,\delta(\varphi-\varphi_h^-)$$

и диффузные компоненты – гладкие функции $\Theta_a^d(\mu_h^-, \varphi_h^-; z, \mu, \varphi)$ с параметрами $\mu_h^- \in [-1, 0)$ и $\varphi_h^- = 0$. При этом линейные функционалы (16) рассчитываются как суммы четырех линейных функционалов:

$$\mathbf{\Phi}_{a,1} = (\hat{\Pi}_a, \mathbf{E}_a) = (\hat{\Pi}_a^s, \mathbf{E}_a^s) + (\hat{\Pi}_a^d, \mathbf{E}_a^s) + (\hat{\Pi}_a^s, \mathbf{E}_a^d) + (\hat{\Pi}_a^d, \mathbf{E}_a^d)\,.$$

Фактически последнее выражение – это суперпозиция

$$\mathbf{\Phi}_{a,1} = \mathbf{\Phi}_{a,1}^0 + \mathbf{\Phi}_{a,1}^d\,,$$

где прямое излучение от границы раздела, определяемое только для направлений $s^- \in \Omega^-$,

$$\mathbf{\Phi}_{a,1}^0 = \mathbf{\Phi}_{a,1}^{0,s} + \mathbf{\Phi}_{a,1}^{0,d}$$

содержит вычисляемые явно сингулярную часть

$$\mathbf{\Phi}_{a,1}^{0,s}(\mu_0, \varphi_0; z, \mu^-, \varphi^-) = (\hat{\Pi}_a^s, \mathbf{E}_a^s) \neq 0$$

только в направлении $s_0^- = (-\mu_0, \varphi_0) \in \Omega^-$ и гладкую часть

$$\mathbf{\Phi}_{a,1}^{0,d}(\mu_0, \varphi_0; z, \mu^-, \varphi^-) = (\hat{\Pi}_a^s, \mathbf{E}_a^d)\,,$$

а диффузный вклад, определяемый для всех направлений $s \in \Omega$,

$$\mathbf{\Phi}_{a,1}^d = \mathbf{\Phi}_{a,1}^{d,s} + \mathbf{\Phi}_{a,1}^{d,d}$$

содержит компоненту, обусловленную многократным рассеянием в атмосфере отраженного от границы раздела прямого потока и вычисляемую явно через диффузную составляющую ТФВ атмосферы

$$\mathbf{\Phi}_{a,1}^{d,s}(\mu_0, \varphi_0; z, \mu, \varphi) = (\hat{\Pi}_a^d, \mathbf{E}_a^s)$$

и компоненту, обусловленную многократным рассеянием в атмосфере отраженного от границы раздела фонового диффузного излучения и вычисляемую для каждой mn-составляющей через функционал с ТФВ атмосферы методом квадратур:

$$\Phi_{a,1}^{d,d}(\mu_0, \varphi_0; z, \mu, \varphi) = (\Theta_a^d, E_a^d) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} d\varphi' \int_{-1}^{0} [\Theta_a^d(\mu', 0; z, \mu, \varphi-\varphi') +$$

$$+ \Theta_a^d(\mu', 0; z, \mu, \varphi+\varphi')]\, E_a^d(\mu_0, \varphi_0; h, \mu', \varphi')\, d\mu'.$$

Решения задач (8), (9) определяются через ТФВ океана (26) $\hat{\Pi}_{ok} = \hat{\Pi}_{ok}^s + \hat{\Pi}_{ok}^d$ с mn-элементами

$$\Theta_{ok}(\tilde{\mu}_h^+, \tilde{\varphi}_h^+; \tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}) = \Theta_{ok}^s + \Theta_{ok}^d$$

– решениями задач (24) с параметром $\tilde{s}_h^+ = (\tilde{\mu}_h^+, \tilde{\varphi}_h^+) \in \Omega^+$, в которых выделены сингулярные составляющие

$$\Theta_{ok}^s(\tilde{\mu}_h^+, \tilde{\varphi}_h^+; \tilde{z}, \tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) = f_{ok} \exp\left[-\frac{\tau(\tilde{z})}{\tilde{\mu}_h^+}\right]\delta(\tilde{\mu}^+-\tilde{\mu}_h^+)\,\delta(\tilde{\varphi}^+-\tilde{\varphi}_h^+)$$

и диффузные компоненты – гладкие функции $\Theta_{ok}^d(\tilde{\mu}_h^+, \tilde{\varphi}_h^+; \tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi})$ с параметрами $\tilde{\mu}_h^+ \in [0, 1)$ и $\tilde{\varphi}_h^+ = 0$. Линейные функционалы (27) вычисляются с четырьмя слагаемыми:

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1} = (\hat{\Pi}_{ok}, \mathbf{E}_{ok}) = (\hat{\Pi}_{ok}^s, \mathbf{E}_{ok}^s) + (\hat{\Pi}_{ok}^d, \mathbf{E}_{ok}^s) +$$

$$+ (\hat{\Pi}_{ok}^s, \mathbf{E}_{ok}^d) + (\hat{\Pi}_{ok}^d, \mathbf{E}_{ok}^d)\,.$$

Последнее выражение можно представить в форме суперпозиции

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1} = \mathbf{\Phi}_{ok,1}^0 + \mathbf{\Phi}_{ok,1}^d\,,$$

где прямое излучение от границы раздела, определяемое только для направлений $\tilde{s}^+ \in \Omega^+$,

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1}^0 = \mathbf{\Phi}_{ok,1}^{0,s} + \mathbf{\Phi}_{ok,1}^{0,d}$$

содержит вычисляемые явно сингулярную часть

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1}^{0,s}(\bar{\mu}_0, \varphi_0; \tilde{z}, \tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) = (\hat{\Pi}_{ok}^s, \mathbf{E}_{ok}^s) \neq 0$$

только в направлении $\bar{s}_0^+ = (\bar{\mu}_0, \varphi_0) \in \Omega_{crit}^+$ и гладкую часть

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1}^{0,d}(\mu_0, \varphi_0; \tilde{z}, \tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) = (\hat{\Pi}_{ok}^s, \mathbf{E}_{ok}^d)\,,$$

а диффузный вклад, определяемый для всех направлений $\tilde{s} \in \Omega$,

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1}^d = \mathbf{\Phi}_{ok,1}^{d,s} + \mathbf{\Phi}_{ok,1}^{d,d}$$

содержит компоненту, обусловленную многократным рассеянием в океане прошедшего с преломлением через границу раздела прямого потока из атмосферы и вычисляемую явно через ТФВ океана:

$$\mathbf{\Phi}_{ok,1}^{d,s}(\bar{\mu}_0, \varphi_0; \tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}) = (\hat{\Pi}_{ok}^d, \mathbf{E}_{ok}^s)$$

и компоненту, обусловленную многократным рассеянием в океане прошедшего через границу с преломлением фонового излучения атмосферы и вычисляемую для каждой mn-составляющей через ТФВ океана методом квадратур:

$$\mathbf{\Phi}^{d,d}_{ok,1}(\mu_0, \varphi_0; \tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\jmath}) = (\Theta^{d}_{ok}, E^{d}_{ok}) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} d\varphi' \int_{-1}^{0} [\Theta^{d}_{ok}(\mu', 0; \tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi} - \varphi') +$$

$$+ \Theta^{d}_{ok}(\mu', 0; \tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi} + \varphi')]\, E^{d}_{ok}(\mu_0, \varphi_0; h, \mu', \varphi')\, d\mu'.$$

Для каждого приближения $n \geq 2$ в итерационном цикле по кратности взаимодействия излучения с границей раздела в задачи (7) и (9) входят только диффузные источники. Со стороны атмосферы

$$\mathbf{F}_{a,k} = \mathbf{F}^{d}_{a,k}(h, \mu^-, \varphi^-) = \mathbf{F}^{d,a}_{a,k} + \mathbf{F}^{d,ok}_{a,k},$$

где первое слагаемое отвечает влиянию излучения атмосферы

$$\mathbf{F}^{d,a}_{a,k}(h, \mu^-, \varphi^-) = \hat{R}_1\, \mathbf{\Phi}^{d+}_{a,k},$$

а второе слагаемое – влиянию излучения океана

$$\mathbf{F}^{d,ok}_{a,k}(h, \mu^-, \varphi^-) = \hat{T}_{21}\, \mathbf{\Phi}^{d-}_{ok,k}.$$

Со стороны океана

$$\mathbf{F}_{ok,k} = \mathbf{F}^{d}_{ok,k}(h, \tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) = \mathbf{F}^{d,a}_{ok,k} + \mathbf{F}^{d,ok}_{ok,k},$$

где первое слагаемое описывает влияние излучения атмосферы

$$\mathbf{F}^{d,a}_{ok,k}(h, \bar{\mu}^+, \bar{\varphi}^+) = \hat{T}_{12}\, \mathbf{\Phi}^{d+}_{a,k},$$

а второе слагаемое – влияние излучения океана

$$\mathbf{F}^{d,ok}_{ok,k}(h, \tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) = \hat{R}_2 \mathbf{\Phi}^{d-}_{ok,k}.$$

Отметим, что для расчета источников нужны только два угловых распределения диффузного излучения: падающего на границу раздела со стороны атмосферы $\mathbf{\Phi}^{d+}_{a,k}(h, \mu^+, \varphi^+)$ и океана $\mathbf{\Phi}^{d-}_{ok,k}(h, \tilde{\mu}^-, \tilde{\varphi}^-)$.

Решение задачи (7) на каждой итерации определяется как функционал с ТФВ атмосферы (15)

$$\mathbf{\Phi}_{a,k}(z, \mu, \varphi) = (\hat{\Pi}_a, \mathbf{F}_{a,k-1}) = \mathbf{\Phi}^{0}_{a,k} + \mathbf{\Phi}^{d}_{a,k},$$

в котором выделено прямое диффузное излучение от границы раздела для направлений восходящего излучения $s^- = (\mu^-, \varphi^-) \in \Omega^-$, вычисляемое явно через сингулярную компоненту ТФВ атмосферы:

$$\mathbf{\Phi}^{0}_{a,k} = \mathbf{\Phi}^{0,d}_{a,k}(z, \mu^-, \varphi^-) = (\hat{\Pi}^{s}_a, \mathbf{F}^{d}_{a,k-1})$$

и диффузное, многократно рассеянное в атмосфере излучение для всех направлений $s \in \Omega$, вычисляемое методом квадратур:

$$\mathbf{\Phi}^{d}_{a,k} = \mathbf{\Phi}^{d,d}_{a,k}(z, \mu, \varphi) = (\hat{\Pi}^{d}_a, \mathbf{F}^{d}_{a,k-1}).$$

Решение задачи (9) на каждой итерации определяется как функционал с ТФВ океана (26)

$$\mathbf{\Phi}_{ok,k}(\tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}) = (\hat{\Pi}_{ok}, \mathbf{F}_{ok,k-1}) = \mathbf{\Phi}^{0}_{ok,k} + \mathbf{\Phi}^{d}_{ok,k},$$

в котором выделено прямое диффузное излучение от границы раздела для направлений нисходящего излучения $\tilde{s}^+ = (\tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) \in \Omega^+$, вычисляемое явно через сингулярную компоненту ТФВ океана:

$$\mathbf{\Phi}^{0}_{ok,k} = \mathbf{\Phi}^{0,d}_{ok,k}(\tilde{z}, \tilde{\mu}^+, \tilde{\varphi}^+) = (\hat{\Pi}^{s}_{ok}, \mathbf{F}^{d}_{ok,k-1})$$

и диффузное, многократно рассеянное в океане излучение для всех направлений $\tilde{s} \in \Omega$, вычисляемое методом квадратур:

$$\mathbf{\Phi}^{d}_{ok,k} = \mathbf{\Phi}^{d}_{ok,k}(\tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}) = (\hat{\Pi}^{d}_{ok}, \mathbf{F}^{d}_{ok,k-1}).$$

Асимптотически точное решение задачи (4) для слоя атмосферы $z \in [0, h]$, учитывающее полный вклад влияния океана, в рассматриваемой модели структурирования вычислений можно представить в виде суперпозиции следующих функционалов:

$$\mathbf{\Phi}^{a}(z, \mu, \varphi) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{\Phi}_{a,k} = \mathbf{\Phi}^{1}_{d} = (\hat{\Pi}^{s}_a, \mathbf{E}^{s}_a) + (\hat{\Pi}^{d}_a, \mathbf{E}^{s}_a) +$$

$$+ (\hat{\Pi}^{s}_a, \mathbf{Z}_a) + (\hat{\Pi}^{d}_a, \mathbf{Z}_a). \qquad (37)$$

Диффузный «сценарий» на границе раздела со стороны атмосферы, обусловленный влиянием обмена излучением между океаном и атмосферой,

$$\mathbf{Z}_a(h,\mu^-,\varphi^-) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{F}^{d}_{a,k-1} = \hat{R}_1\mathbf{Y}_a + \hat{T}_{21}\mathbf{Y}_{ok} = \hat{R}_1\mathbf{\Phi}^{+}_a + \hat{R}_1\tilde{\mathbf{Y}}_a + \hat{T}_{21}\mathbf{Y}_{ok},$$

где полная диффузная облученность границы раздела со стороны атмосферы

$$\mathbf{Y}_a(h, \mu^+, \varphi^+) = \mathbf{\Phi}^{+}_a + \tilde{\mathbf{Y}}_a, \quad \tilde{\mathbf{Y}}_a \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{\Phi}^{d+}_{a,k},$$

а со стороны океана

$$\mathbf{Y}_{ok}(h, \tilde{\mu}^-, \tilde{\varphi}^-) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{\Phi}^{d-}_{ok,k}.$$

Асимптотически точное полное решение задачи (4) для слоя океана $z \in [0, H]$, учитывающее обмен излучением между атмосферой и океаном, представляется в виде следующей суперпозиции функционалов:

$$\mathbf{\Phi}^{ok}(\tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{\Phi}_{ok,k} = \mathbf{\Phi}^{2}_{d} = (\hat{\Pi}^{s}_{ok}, \mathbf{E}^{s}_{ok}) + (\hat{\Pi}^{d}_{ok}, \mathbf{E}^{s}_{ok}) +$$

$$+ (\hat{\Pi}^{s}_{ok}, \mathbf{Z}_{ok}) + (\hat{\Pi}^{d}_{ok}, \mathbf{Z}_{ok}). \qquad (38)$$

Диффузный «сценарий» на границе раздела со стороны океана, обусловленный обменом излучения между океаном и атмосферой,

$$\mathbf{Z}_{ok}(h, \tilde{\mu}^{+}, \tilde{\varphi}^{+}) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{F}^{d}_{ok,k-1} = \hat{T}_{12}\,\mathbf{Y}_a + \hat{R}_2\,\mathbf{Y}_{ok} = \hat{T}_{12}\,\mathbf{\Phi}^{+}_a +$$

$$+ \hat{T}_{12}\,\tilde{\mathbf{Y}}_a + \hat{R}_2\,\mathbf{Y}_{ok}.$$

Перепишем представление (37), выделив линейное приближение:

$$\mathbf{\Phi}^{a} = \mathbf{\Phi}_{a,1} + (\hat{\Pi}^{s}_{a}, \tilde{\mathbf{Z}}_a) + (\hat{\Pi}^{d}_{a}, \tilde{\mathbf{Z}}_a).$$

Здесь диффузный «сценарий» на границе раздела $z = h$ со стороны атмосферы, обусловленный нелинейными порядками обмена излучением между атмосферой и океаном

$$\tilde{\mathbf{Z}}_a(h, \mu^{-}, \varphi^{-}) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{F}^{d}_{a,k} = \hat{R}_1\,\tilde{\mathbf{Y}}_a + \hat{T}_{21}\,\mathbf{Y}_{ok},$$

определяется через неполную освещенность границы раздела со стороны атмосферы $\tilde{\mathbf{Y}}_a$ и полную освещенность со стороны океана $\mathbf{Y}_{ok}$.

Выделим линейное приближение в представлении (38):

$$\mathbf{\Phi}^{ok}(\tilde{z}, \tilde{\mu}, \tilde{\varphi}) = \mathbf{\Phi}_{ok,1} + (\hat{\Pi}^{s}_{ok}, \tilde{\mathbf{Z}}_{ok}) + (\hat{\Pi}^{d}_{ok}, \tilde{\mathbf{Z}}_{ok}).$$

Здесь диффузный «сценарий» на границе раздела $z = h$ со стороны океана, обусловленный нелинейными порядками обмена излучением между атмосферой и океаном,

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{ok}(h, \tilde{\mu}^{+}, \tilde{\varphi}^{+}) \equiv \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{F}^{d}_{ok,k} = \hat{T}_{12}\,\tilde{\mathbf{Y}}_a + \hat{R}_2\,\mathbf{Y}_{ok}$$

определяется через неполную освещенность границы раздела со стороны атмосферы $\tilde{\mathbf{Y}}_a$ и полную освещенность со стороны океана $\mathbf{Y}_{ok}$.

Заключение

Сформулированный строгими математическими методами ВОПО (35) представляет собой новую модель переноса поляризованного излучения в двухсредной системе, адекватную ОВКЗ (4). Новыми результатами в предлагаемом подходе являются сведение исходной ОВКЗ (4) со сложной нелинейной зависимостью от свойств границы раздела к решению ПВКЗ с «вакуумными» граничными условиями для каждой из сред раздельно и формулировка ВОПО (35) в матричной форме с ядром – двухкомпонентным алгебраическим вектором ТФВ $\hat{\mathrm{P}}$. Выделены универсальные функции, инвариантные относительно характеристик состояния поляризации, горизонтальных вариаций и угловых зависимостей граничных условий и источников ОВКЗ (1) и (4).

Имея набор таких инвариантных ВФВ – решений одной из пар ПВКЗ: (13), (24), или (17), (28), или (19), (31), или (22), (33) – с помощью ряда Неймана (36) можно получить решение задач с различными конкретными пространственными и угловыми структурами источников и ядер операторов отражения и пропускания в любых приближениях по кратности обмена излучением между средами с учетом многократного рассеяния и поляризации в обеих средах посредством ТФВ при каждом прохождении излучения через границу раздела.

Полученное операторное рекуррентное соотношение между членами ряда Неймана (35) повышает эффективность вычислений нелинейных приближений. Метод декомпозиции ОВКЗ (4) для двухсредной системы на ПВКЗ для каждой из сред отдельно позволяет с помощью ВОПО (35) получать полные поля поляризованного излучения систем переноса, скомбинированных из сред с разными оптико-физическими моделями и (или) различающихся свойствами границы раздела.

Сконструированные базовые математические модели ВФВ (13), (18), (20), (22), (24), (29), (31), (33), ТФВ (15), (26) и ВОПО (35) позволяют разрабатывать новые алгоритмы численного моделирования переноса поляризованного оптического и миллиметрового (в квазиоптическом приближении) излучения в двухсредных системах «атмосфера – океан», «атмосфера – облачность», «атмосфера – гидрометеоры», «атмосфера – растительный покров», а также радиационной коррекции в методах дистанционного зондирования, теории видения и теории переноса изображения через мутные поляризующие среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01818).

1. *Mobley C.D., Gentili B., Gordon H.R., Jin Z., Kattawar G.W., Morel A., Reinersman P., Stamnes K., Stavn R.H.* // Appl. Opt. 1993. V. 32. N 36. P. 7484–7504.
2. *Jin Z., Stamnes K.* // Appl. Opt. 1994. V. 33. N 3. P. 431–443.
3. *Сушкевич Т.А., Иолтуховский А.А.* Численное решение уравнения переноса для системы атмосфера – океан. М., 1986. 28 с. (Препринт/ИПМ АН СССР, N 9).
4. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А.* Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. М.: Наука, 1990. 296 с.
5. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К., Курдюкова О.С., Максакова С.В.* Моделирование излучения системы атмосфера – океан с выделением релеевского рассеяния. М., 1992. 44 с. (Препринт/ИПМ РАН).
6. *Сушкевич Т.А.* // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 8. С. 812–822.
7. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К.* Алгоритм математического моделирования переноса излучения в системе атмосфера – океан с френелевской границей. М., 1998. 32 с. (Препринт/ИПМ РАН, N 12).
8. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К.* Алгоритм математического моделирования переноса излучения в системе атмосфера – океан с френелевской границей раздела. М., 1998. 28 с. (Препринт/ИПМ РАН, N 21).

9. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К., Максакова С.В., Стрелков С.А.* // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 1. С. 30–44.
10. *Сушкевич Т.А.* // Доклады РАН. 1996. Т. 350. N 4. С. 460–464.
11. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 10. С. 1218–1230.
12. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А.* Функция влияния общей векторной краевой задачи теории переноса // Доклады РАН (в печати).
13. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А.* // Доклады АН РАН СССР. 1983. Т. 271. N 1. С. 89–93.
14. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* Оптический передаточный оператор двухсредной системы переноса поляризованного излучения. М., 1997. 16 с. (Препринт/ ИПМ РАН, N 60).
15. *Сушкевич Т.А.* // Доклады РАН. 1994. Т. 339. N 2. С. 171–175.
16. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N 6. С. 726–747.

Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН,
Москва

Поступила в редакцию
20 марта 1998 г.

T.A. Sushkevich, S.A. Strelkov, A.K. Kulikov, S.V. Maksakova. **To the Theory of Vectorial Optical Transfer Operator of the Atmosphere – Ocean System.**

Vectorial optical transfer operator (VOTO) of the atmosphere – ocean system (AOS) as 1-d, 2-d or 3-d planar layer with the inner reflecting and refracting dividing interface is formulated in view of the multiple scattering and the polarization of the radiation in both media. We use the perturbation theory series and the influence functions (IF) of the vectorial general boundary-value polarized radiation transfer problem. The VOTO kernels are the tenzors of the influence functions (TIF) of both media. The basic models of the vectorial influence functions (VIF) are separated. The structure of the radiation field AOS is considered.