

И.Е. Астахов, В.П. Будаков, Д.В. Лисицин

**ОСНОВНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ИЗОБРАЖЕНИЯ
В АКТИВНОЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЕ НАБЛЮДЕНИЯ
ЧЕРЕЗ СЛУЧАЙНО-НЕРОВНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ РАЗДЕЛА СРЕД**

Предложен метод построения оптического передаточного оператора для активной оптико-электронной системы наблюдения через случайно-неровную поверхность раздела в системе «атмосфера — океан». На основе методов функций Грина и теории возмущений проведена декомпозиция общей краевой задачи на ряд простейших, решения которых ищутся в малоугловом приближении уравнения переноса излучения. Полученные выражения учитывают корреляцию излучения на случайно-неровной поверхности и сравниваются с результатами других авторов.

Математическое моделирование переноса изображения через случайно-неровную поверхность (СНП) раздела двух мутных сред является основой для оптимизации активных оптико-электронных систем (ОЭС) наблюдения подводных объектов из атмосферы и космоса.

Феноменологический подход к описанию переноса изображения [1–4] позволяет на основе физически очевидных допущений получать аналитические выражения для основных характеристик светового поля, однако при этом трудно указать границы его применимости и точность.

В силу недостаточной математической строгости феноменологического описания возникла необходимость в строгой математической формулировке соответствующей краевой задачи с нелинейными граничными условиями [5–8] и ее декомпозиции на набор простейших, решения которых могут быть найдены в том или ином приближении.

Данный формализм первоначально был развит для случая естественного облучения плоского мутного слоя [6, 8, 10]. Выражения для переноса изображения через СНП получены в [9, 10], однако в них не учтена корреляция на границе многократно прошедшего СНП излучения.

Рассмотрим общую схему наблюдения через совокупность двух мутных сред с учетом СНП раздела. Как будет видно из дальнейшего, увеличение числа слоев не вносит принципиальных изменений в приводимые ниже выражения, которые легко обобщаются на этот случай. Для определенности первую среду будем называть атмосферой, а вторую — океаном. Выберем систему координат, как показано на рис. 1. Подстилающая поверхность на глубине $h+z$ характеризуется диффузным коэффициентом отражения $\rho(\mathbf{r}')$. Значком « $\hat{\ }$ » помечаются единичные векторы, через $d\hat{l}$ обозначен элементарный телесный угол, а радиус-векторы рассматриваются в горизонтальной плоскости. Положения источника подсветки S с потоком Φ_0 и приемника излучения R характеризуются радиус-векторами $\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_R$. Единичные векторы $\hat{\mathbf{I}}_S, \hat{\mathbf{I}}_R$ задают направление осей диаграмм направленности источника $\omega_S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}_S)$ и приемника $\omega_R(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}_R)$ соответственно. Остальные обозначения приведены на рис. 1.

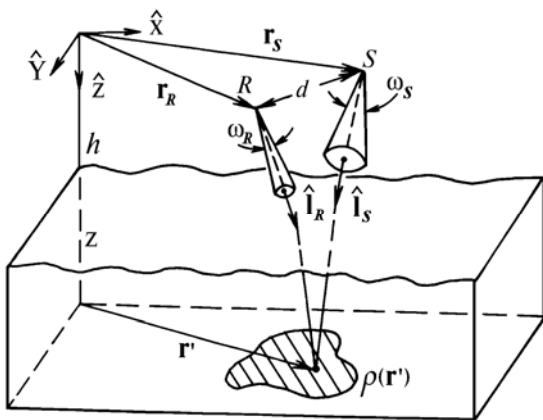


Рис. 1. Обобщенная схема ОЭС наблюдения

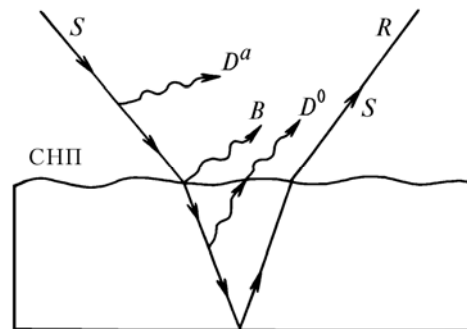


Рис. 2. Структура оптического сигнала в ОЭС наблюдения. D^a — дымка атмосферы; D^o — дымка океана; B — блик от СНП; S — полезный сигнал

Введем в рассмотрение следующие линейные операторы:

$$\mathbf{A}L = \frac{1}{\pi} \rho(\mathbf{r}') \int_{\Omega_+} L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}') (\hat{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{I}}') d\hat{\mathbf{I}}' = L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) |_{\hat{\mathbf{I}} \in \Omega_-}, \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_\pm L = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_\pm} \rho(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{I}}') L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}') (\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{I}}') d\hat{\mathbf{I}}' = L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) |_{\hat{\mathbf{I}} \in \Omega_\pm}, \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_\pm L = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_\pm} \tau(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{I}}') L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}') (\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{I}}') d\hat{\mathbf{I}}' = L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) |_{\hat{\mathbf{I}} \in \Omega_\pm}, \quad (3)$$

где Ω_\pm – нижняя и верхняя полусферы соответственно; $L(z, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}})$ – яркость светового поля в точке (z, \mathbf{r}) в направлении $\hat{\mathbf{I}}$; \mathbf{A} – оператор диффузного отражения подстилающей поверхностью; $\mathbf{R}_\pm, \mathbf{T}_\pm$ – операторы отражения и пропускания СНП в верхнюю и нижнюю полусферы соответственно; $\hat{\mathbf{N}} = \hat{\mathbf{N}}(\mathbf{r})$ – вектор нормали к СНП. В дальнейшем аргумент z будет опущен там, где это не мешает пониманию.

Локальные коэффициенты отражения и преломления СНП имеют вид

$$\rho(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{I}}') = \frac{\pi}{(\hat{\mathbf{I}}', \hat{\mathbf{N}}')} \delta(\hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{I}}' - 2\hat{\mathbf{N}}(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{I}}')) \rho_F(\hat{\mathbf{I}}', \hat{\mathbf{N}}); \quad (4)$$

$$\tau(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{I}}') = \frac{\pi}{(\hat{\mathbf{I}}', \hat{\mathbf{N}}')} \delta\left\{\hat{\mathbf{I}} - \frac{n'}{n} \hat{\mathbf{I}}' - \left[\hat{\mathbf{N}} \sqrt{1 - \left(\frac{n'}{n}\right)^2 [1 - (\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{I}}')^2]} - \frac{n'}{n} \hat{\mathbf{N}}(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{I}}')\right]\right\} \tau_F(\hat{\mathbf{I}}', \hat{\mathbf{N}}), \quad (5)$$

где ρ_F, τ_F – соответствующие коэффициенты Fresnel; $\delta(\cdot)$ – дельтафункция Dirac; n', n – показатели преломления атмосферы и океана.

Введем следующие обозначения

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \{(z, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) : z = 0, \hat{\mathbf{I}} \in \Omega_+\}, \\ \Gamma_{2+} &= \{(z, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) : z = h, \hat{\mathbf{I}} \in \Omega_+\}, \\ \Gamma_{2-} &= \{(z, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) : z = h, \hat{\mathbf{I}} \in \Omega_-\}, \\ \Gamma_3 &= \{(z, \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) : z = z + h, \hat{\mathbf{I}} \in \Omega_-\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для слоев справедливо уравнение переноса излучения (УПИ)

$$\mathbf{D}L = \mathbf{S}L, \quad (7)$$

где $\mathbf{D}L = (\hat{\mathbf{I}}, \nabla)L + \varepsilon(z)L$ – дифференциальный оператор переноса; $\mathbf{S}L = \frac{\sigma(z)}{4\pi} \oint x(z; \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{I}}') L(z; \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}') d\hat{\mathbf{I}}'$ – оператор рассеяния; ε, σ – показатели ослабления и рассеяния среды.

Соответствующие граничные условия имеют вид

$$\left. \begin{aligned} L^a |_{\Gamma_1} &= \Phi_0 \omega_S, \\ L^a |_{\Gamma_{2-}} &= \mathbf{R}_+ L^a + \mathbf{T}_- L^0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} L^0 |_{\Gamma_{2+}} &= \mathbf{T}_+ L^a + \mathbf{T}_- L^0, \\ L^0 |_{\Gamma_3} &= \mathbf{A}L^0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где L^a, L^0 – яркости светового поля в атмосфере и океане. Пусть $L^a = I^a + D^a, L^0 = I^0 + D^0$, где D^a, D^0 – яркости дымок атмосферы и океана; I^a, I^0 – яркости, обусловленные переотражениями от СНП и подстилающей поверхности. Вил УПИ вследствие линейности одинаков для каждого компонента. При этом получим систему краевых задач

$$\left. \begin{aligned} D^a|_{\Gamma_1} &= \Phi_0 \omega_S, \\ D^a|_{\Gamma_{2-}} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} I^a|_{\Gamma_1} &= 0, \\ I^a|_{\Gamma_{2-}} &= \mathbf{R}_+(I + D^a) + \mathbf{T}_-(I^0 + D^0); \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} D^0|_{\Gamma_{2+}} &= \mathbf{T}_+(I^a + D^a), \\ D^0|_{\Gamma_3} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} I^0|_{\Gamma_{2+}} &= \mathbf{R}_-(I^0 + D^0), \\ I^0|_{\Gamma_3} &= \mathbf{A}(I^0 + D^0). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Предположив, что $I^0 = I^\uparrow + I_\downarrow$ преобразуем краевую задачу (13)

$$\left. \begin{aligned} I_\downarrow|_{\Gamma_{2+}} &= \mathbf{R}_-(D^0 + I^0), \\ I_\downarrow|_{\Gamma_3} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} I^\uparrow|_{\Gamma_{2+}} &= 0, \\ I^\uparrow|_{\Gamma_3} &= \mathbf{A}(D^0 + I^0). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Систему краевых задач (10)–(12), (14), (15) будем решать методом функций Грина. Значком « \circ » в дальнейшем будем обозначать операцию суперпозиции по пространству и углу. Предположим

$$D^a = \Phi_0 l^a \circ \omega_S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}), \quad I^a = l^a_\rho \circ (\mathbf{R}_+ D^a + \mathbf{T}_- L^0); \quad (16)$$

где $l^a = l^a(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}} \rightarrow \mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}')$, $l^a_\rho = l^a_\rho(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}} \rightarrow \mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}')$ – некоторые функции. Из (10), (11) с учетом (16) имеем краевые задачи для l^a и l^a_ρ

$$\left. \begin{aligned} l^a|_{\Gamma_1} &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(\hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{I}}'), \\ l^a|_{\Gamma_{2-}} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} l^a_\rho|_{\Gamma_1} &= 0, \\ l^a_\rho|_{\Gamma_{2-}} &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(\hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{I}}') + \mathbf{R}_+ l^a_\rho \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Таким образом, (17) соответствует краевой задаче для точечного мононаправленного источника (ТМ-источник) в атмосфере; а (18) – ТМ-источнику в слое атмосферы с отражающей СНП.

Считая возмущения от СНП малыми, разложим l^a_ρ в ряд теории возмущений по кратностям отражений от СНП $l^a_\rho = \sum_{n=0}^{\infty} l^{(n)}_\rho$. При этом для граничных условий будет справедливо $l^{(n)}_\rho = \mathbf{R}_+ l^{(n-1)}_\rho$, причем $l^{(0)}_\rho = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(\hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{I}}')$ при $n = 0$. В результате получим

$$l^a_\rho = \sum_{n=0}^{\infty} l^{(n)}_\rho = \sum_{n=0}^{\infty} (l^a \circ \mathbf{R}_+)^n l^a, \quad (19)$$

где функции Грина l^a соответствует краевая задача (17).

Краевая задача (12) в предположении $D^0 = l^0 \circ \mathbf{T} + I^a$, аналогично (10) сводится к суперпозиции с функцией Грина УПИ $l^0 = l^0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}} \rightarrow \mathbf{r}', \hat{\mathbf{I}}')$ для ТМ-источника в океане.

Из (14), (15) аналогично преобразованиям для (18) получим

$$\begin{aligned}
I_{\downarrow} &= l_1 \circ (\mathbf{R}_- D^0 + \mathbf{R}_- l_2 (AD^0 + AI_{\downarrow})), \\
I_{\uparrow} &= l_2 \circ (AD^0 + AI_1 \circ (\mathbf{R}_- D^0 + \mathbf{R}_- I_{\uparrow})),
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\text{where } l_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (l^0 \circ \mathbf{R}_-)^n l^0, \quad l_2 = \sum_{n=0}^{\infty} (l^0 \circ \mathbf{A})^n l^0.$$

$$\text{где } l_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (l^0 \circ \mathbf{R}_-)^n l^0, \quad l_2 = \sum_{n=0}^{\infty} (l^0 \circ \mathbf{A})^n l^0.$$

Соответственно, решая систему уравнений (20), получаем

$$\left. \begin{aligned}
I_{\downarrow} &= \sum_{n=0}^{\infty} (l_1 \circ \mathbf{R}_- l_2 \circ \mathbf{A})^n l_1 \circ \mathbf{R}_- (1 + l_2 \circ \mathbf{A}) D^0, \\
I_{\uparrow} &= \sum_{n=0}^{\infty} (l_2 \circ \mathbf{A} l_1 \circ \mathbf{R}_-)^n l_2 \circ \mathbf{A} (1 + l_1 \circ \mathbf{R}_-) D^0.
\end{aligned} \right\} \tag{21}$$

Учитывая, что $L^0 = I_{\uparrow} + I_{\downarrow} + D^0$, на основе (16), (21) имеем

$$L^a = I^a + D^a = (1 + l^a_{\rho} \circ \mathbf{R}_+) D^a + l^a_{\rho} \circ \mathbf{T}_- \mathbf{O} I^a, \tag{22}$$

где \mathbf{O} – оператор переноса излучения через СНП и слой океана:

$$\mathbf{O} = \left[1 + \sum_{n=0}^{\infty} (l_1 \circ \mathbf{R}_- l_2 \circ \mathbf{A})^n l_1 \circ \mathbf{R}_- (1 + l_2 \circ \mathbf{A}) + \sum_{n=0}^{\infty} (l_2 \circ \mathbf{A} l_1 \circ \mathbf{R}_-)^n l_2 \circ \mathbf{A} (1 + l_1 \circ \mathbf{R}_-) \right] l^0 \circ \mathbf{T}_+.$$

Решение интегрального уравнения (22) представим в виде ряда Неймана

$$L^a = \sum_{n=0}^{\infty} (l^a_{\rho} \circ \mathbf{T}_- \mathbf{O})^n (1 + l^a_{\rho} \circ \mathbf{R}_+) l^a \circ \omega_S. \tag{23}$$

Ряд (23) на основе построенного оптического передаточного оператора океана с учетом СНП позволяет анализировать вклад отдельных компонентов в случайную реализацию распределения результирующей яркости по входному зрачку ОЭС с помощью предварительно найденных функций Грина УПИ для атмосферы и океана.

На основе (23) можно получить выражения для любых кратностей переотражений излучения на СНП и подстилающей поверхности. Для простоты ограничимся в разложении по возмущениям членами, графически изображенными на рис. 2, поскольку для широкого класса практических задач можно считать отражение от СНП, обратное рассеяние в атмосфере и океане малыми величинами [2–4, 10]. В этом случае имеем

$$L^a = D^a + D^0 + B + S, \tag{24}$$

где

$$\begin{aligned}
D^a &= \Phi_0 l^a \circ \omega_S, \quad D^0 = \Phi_0 l^a \circ T_- l^0 \circ T_+ l^a \circ \omega_S, \\
B &= \Phi_0 l^a \circ \mathbf{R}_+ l^a \circ \omega_S, \quad S = \Phi_0 l^a \circ T_- l^0 \circ \mathbf{A} l^0 \circ T_+ l^a \circ \omega_S.
\end{aligned} \tag{25}$$

причем через B и S в (24), (25) обозначены блик отраженного от СНП излучения и полезный сигнал.

На основе теоремы оптической взаимности для связи между объемной l_V и поверхностной l^0 функциями Грина [13] получим

$$\int_{\Omega_+} l^0(\mathbf{r}', \hat{\Gamma}' \rightarrow \mathbf{r}, \hat{\Gamma}) d\hat{\Gamma}' = \int_{\Omega_+} l_V(\mathbf{r}', \hat{\Gamma}' \rightarrow \mathbf{r}, \hat{\Gamma})(\hat{\Gamma}', \hat{\mathbf{z}}) d\hat{\Gamma}' = e^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \hat{\Gamma}), \tag{26}$$

где $e^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \hat{\Gamma})$ – функция Грина для точечного диффузного источника в океане (ТД-источник). Отсюда

$$l^0 \mathbf{A} l^0 = \frac{1}{\pi} \int \rho(\mathbf{r}') e^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}_1, \hat{\Gamma}_1) e^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}_2, \hat{\Gamma}_2) d^2 \mathbf{r}' \equiv \mathbf{Q} e_1 e_2. \tag{27}$$

Средний полезный сигнал с учетом приемной апертуры после усреднения по всем возможным

реализациям имеет вид

$$\langle P_R \rangle = \Phi_0 \mathbf{Q} \omega_R \circ l^a \circ e_1 \circ \langle \mathbf{T}_- \mathbf{T}_+ \rangle e_2 l^a \circ \omega_S = \Phi_0 \mathbf{Q} \omega_R \circ l^a \circ \mathbf{O}_1 \circ l^a \circ \omega_S = \Phi_0 \int \rho(\mathbf{r}') \omega_R(\hat{\mathbf{n}}_R \rightarrow \hat{\mathbf{I}}_R) \times \\ \times l^a(\mathbf{r}_2, \hat{\mathbf{I}}'_2 \rightarrow \mathbf{r}_R, \hat{\mathbf{I}}_R) \mathbf{O}_1(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_1, \hat{\mathbf{I}}'_1 \rightarrow \mathbf{r}_2, \hat{\mathbf{I}}'_2) l^a(\mathbf{r}_S, \hat{\mathbf{I}}'_S \rightarrow \mathbf{r}_1, \hat{\mathbf{I}}_1) \omega_S(\hat{\mathbf{n}}_S \rightarrow \hat{\mathbf{I}}_S) d\hat{\mathbf{I}}_1 d\hat{\mathbf{I}}_2 d\hat{\mathbf{I}}_S d\hat{\mathbf{I}}_R d^2 r_1 d^2 r_2, \quad (28)$$

где $\mathbf{O}_1 = e_1 \circ \langle \mathbf{T}_- \mathbf{T}_+ \rangle e_2$ – первое приближение оператора переноса изображения через СНП и слой океана, а угловыми скобками обозначена операция статистического усреднения.

Предположим, что поле уклонов СНП распределено по нормальному закону [3]. Принимая во внимание $n' = 1$, в приближении малых углов падения излучения ($(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{I}}) \approx 1$ – параксиальная оптика) получим

$$\langle \mathbf{T}_- \mathbf{T}_+ \rangle = \frac{t^2 n^2}{(2\sigma^2 \sqrt{1-\Gamma^2})^2 (n-1)^4} \int d\hat{\mathbf{I}}_2 d\hat{\mathbf{I}}_1 \theta(d\hat{\mathbf{I}}_1 \rightarrow \mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2 \rightarrow \hat{\mathbf{I}}'_2), \quad (29)$$

где

$$\theta(\hat{\mathbf{I}}'_1 \rightarrow \mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2 \rightarrow \hat{\mathbf{I}}'_2) = \exp \left[- \frac{(n\mathbf{I}'_1 - \mathbf{I}_1)^2 + (n\mathbf{I}'_2 - \mathbf{I}_2)^2 - 2\Gamma(n\mathbf{I}'_1 - \mathbf{I}_1)(n\mathbf{I}'_2 - \mathbf{I}_2)}{2\sigma^2(1-\Gamma^2)(n-1)^2} \right]$$

– характеристический двухточечный оператор СНП; $t = \tau_F(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{N}}) \approx \tau_F(1)$ – коэффициент пропускания СНП; σ^2 , Γ – дисперсия и коэффициент корреляции уклонов СНП соответственно; $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}'_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}'_2$ – проекции соответствующих единичных векторов на горизонтальную плоскость.

Для сред с анизотропным рассеянием и малых оптических толщ целесообразно решать УПИ в малоугловом приближении (МУП). Все формы МУП эквивалентны друг другу [14], поэтому для удобства дальнейшего анализа воспользуемся МУП в форме [3, 4]:

$$e(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}}) = \int \Phi(z, \mathbf{k}) \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}' - \mathbf{r})/z] d^2 k, \quad (30)$$

где $\mathbf{I} = \mathbf{r}/z$, а функция $\Phi(z, \mathbf{k})$ имеет вид

$$\Phi(z, \mathbf{k}) = z^{-2} \exp \left\{ \int_z^0 [-\varepsilon(\zeta) + \sigma(\zeta) x(\zeta k/z)] d\zeta \right\}. \quad (31)$$

С учетом (29), (30), (31) выражение для \mathbf{O}_1 примет вид

$$\mathbf{O}_1(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_1, \hat{\mathbf{I}}'_1 \rightarrow \mathbf{r}_2, \mathbf{I}_2) = \frac{t^2}{n^2} \int \Phi(z, \mathbf{k}_1) \Phi(z, \mathbf{k}_2) \exp \left[- \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 (\mathbf{k}_1^2 + \mathbf{k}_2^2 + 2\Gamma \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2) - \frac{i}{z} (\mathbf{r}_1 \mathbf{k}_1 + \mathbf{r}_2 \mathbf{k}_2) + \right. \\ \left. + \frac{i}{z} \mathbf{r}' (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) + \frac{i}{n} (\mathbf{k}_1 \mathbf{I}'_1 - \mathbf{k}_2 \mathbf{I}'_2) \right] d^2 k_1 d^2 k_2. \quad (32)$$

Для дальнейших выкладок допустим, что прозрачность атмосферы много выше океана, а оптическая база между приемником и излучателем значительно меньше расстояния до объекта, т.е.

$$l_a \circ \omega_S = \omega_S(\mathbf{I}'_1) \delta(\mathbf{r}'_1 - h\mathbf{I}'_1), \quad l_a \circ \omega_R = \omega_R(\mathbf{I}'_2) \delta(\mathbf{r}'_2 - h\mathbf{I}'_2). \quad (33)$$

Выражения (33) соответствуют схеме № 3 [4], при которой изображение строится при одновременном сканировании диаграммами направленности источника и приемника.

В предположении статистической однородности поля уклонов СНП $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Gamma(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \Gamma(\rho)$ с учетом (32), (33) получим из (28)

$$\langle P_R(\mathbf{r}_0) \rangle = \int \rho(\mathbf{r}') f(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}') d^2 r', \quad (34)$$

где

$$f(\mathbf{r}') = \frac{t^2 \Phi_0}{n^2 h^2} \int \Phi\left(z, \mathbf{K} + \frac{\mathbf{k}}{2}\right) \Phi\left(z, \mathbf{K} - \frac{\mathbf{k}}{2}\right) \omega_S\left(\mathbf{U} + \frac{H}{z} \mathbf{K}\right) \omega_R\left(\mathbf{U} - \frac{H}{z} \mathbf{K}\right) \exp \left[- \frac{i}{z} 2\mathbf{K}\mathbf{r}' - \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 \times \right.$$

$$\times \left[(1 + \Gamma) \mathbf{K}^2 + (1 - \Gamma) \frac{\mathbf{k}}{4} \right] - \frac{i}{2h} \rho \left(\frac{H}{z} \mathbf{k} + 2\mathbf{U} \right) \Big] d^2 K d^2 k d^2 U d^2 \rho \quad (35)$$

– функция рассеяния точки (ФРТ) ОЭС наблюдения через мутный слой с учетом СНП; $H = h + z/n$ – приведенная высота с учетом преломления; $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(\hat{l}_s, \hat{l}_R)$ – координата точки визирования на плоскости объекта.

Введем оптическую передаточную функцию (ОПФ) ОЭС наблюдения

$$F(\mathbf{p}) = \int f(\mathbf{r}') \exp(i\mathbf{r}'\mathbf{p}/H) d^2 \mathbf{r}' = \frac{z^2 t^2 \Phi_0}{n^2 h^2} \exp \left[-\frac{\sigma^2}{4} \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 \frac{H^2}{z^2} p^2 \right] \int \Phi \left(z, \mathbf{x} + \frac{z}{2H} \mathbf{p} \right) \Phi \left(z, \mathbf{x} - \frac{z}{2H} \mathbf{p} \right) \times \\ \times \omega_S(\mathbf{y}) \omega_R(\mathbf{y} - \mathbf{p}) \exp \left[-\frac{\sigma^2}{4} \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 (1 - \Gamma) \mathbf{x} \left(\mathbf{x} - \frac{z}{H} \mathbf{p} \right) - \frac{iH}{zh} \rho \left(\mathbf{x} - \frac{z}{H} \mathbf{p} \right) \right] d^2 \rho d^2 x d^2 y, \quad (36)$$

где $\mathbf{x} = \frac{1}{2} [z\mathbf{p}/H - \mathbf{k}]$, $\mathbf{y} = \mathbf{U} + \mathbf{p}/2$; \mathbf{p} – угловая пространственная частота.

Проанализируем ОПФ системы. Если на СНП падает плоская волна $\omega_S(\cdot) = \delta(\cdot)$, то (36) совпадает с известным феноменологическим выражением [3, 4] для наблюдения объектов при солнечном освещении. Пусть наблюдение ведется идеальным электронно-оптическим преобразователем (ЭОП) с $\omega_R(\cdot) = 1$ при некоррелированном волнении, т. е. $\Gamma(\rho) = 0$. Тогда

$$F(\mathbf{p}) = \frac{z^4 t^2 \Phi_0}{n^2 H^2} \exp \left\{ -\sigma_M^2 p^2 \right\} \Phi(z, 0) \Phi \left(z, \mathbf{p} \frac{z}{H} \right), \quad \sigma_M^2 = \frac{s^2}{2} \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 \frac{H^2}{z^2}, \quad (37)$$

что соответствует известной формуле для ОПФ при наблюдении через поверхность океана, впервые полученной Муламаа Ю.–А.Р. [1].

Для практических расчетов удобно спектры реальных индикатрис излучения источника и приемные диаграммы приемника аппроксимировать гауссоидами $\omega_S(\mathbf{y}) = \exp(-\omega_0^2 \mathbf{y}^2 / 2)$, $\omega_R(\mathbf{y}) = \exp(-\Omega_0^2 \mathbf{y}^2 / 2)$ и представить коэффициент корреляции волнения в виде $\Gamma(\rho) = 1$ при $|\rho| \leq \rho_0$, $\Gamma(\rho) = 0$ при $|\rho| > \rho_0$, где ρ_0 – эффективный радиус корреляции волнения. Такое представление не совсем корректно физически, однако не приводит к искажению окончательных результатов при правильном выборе ρ_0 и является общепринятым в литературе [2–4]. Для часто встречающихся на практике случаев $\Omega_0 \ll \omega$ или $\Omega_0 \gg \omega_0$ после соответствующих преобразований окончательно получим для СПФ ОЭС

$$F(\mathbf{p}) = \frac{z^4 t^2 \Phi_0}{n^2 H^2} \exp \left[-\frac{\gamma^2}{2} p^2 - \sigma_M^2 p^2 \right] \Phi(z, 0) \Phi(z, z\mathbf{p}/H) \left\{ 1 + \int \left[1 - \exp(-2\sigma_M^2 \mathbf{x}(\mathbf{x} - \mathbf{p})) \right] \frac{\Phi(z, z\mathbf{x}/H)}{\Phi(z, 0)} \times \right. \\ \left. \times \frac{\Phi(z - z(\mathbf{x} - \mathbf{p})/H)}{\Phi(z, z\mathbf{p}/H)} q(d|\mathbf{x} - \mathbf{p}|d^2 x) \right\}, \quad (38)$$

где $\frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\Omega_0^2}$,

$$q(x) = \int_0^{\rho_0/hd} \exp(-0,5\xi^2) J_0(\xi x) \xi d\xi, \quad d = \sqrt{\Omega_0^2 + \omega_0^2},$$

J_0 – функция Бесселя нулевого порядка.

Анализ (38) показывает, что в наиболее общем виде ОПФ активной ОЭС наблюдения может быть представлена в виде суммы двух слагаемых, первое из которых есть произведение ОПФ океана и ОПФ СНП, а второе отвечает за корреляцию излучения на СНП и нелинейным образом зависит от соответствующих ОПФ.

На основании (25) для помехи обратного рассеяния (ПОР), регистрируемой приемником с диаграммой $\omega_R(\cdot)$ получим

$$P_{\text{пор}} = \Phi_0 \omega_R \circ l^a \circ \mathbf{T}_- l^0 \circ \mathbf{T}_+ l^a \circ \omega_S, \quad (39)$$

где l^0 находится из краевой задачи, аналогичной (17).

Решение УПИ в МУП дает значительную погрешность при учете рассеяния излучения на боль-

шие углы (больше 60°) [14], поэтому представим l^0 в виде ряда теории возмущений по малости обратного рассеяния, а интегральный оператор УПИ в виде суммы «острой» и «тупой» частей

$$l^0 = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n l_0^{(n)}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{S}_0 + \varepsilon \mathbf{S}_T, \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (40)$$

УПИ при этом преобразуется в систему связанных уравнений

$$\mathbf{D}l_0^{(n)} = \mathbf{S}_0 l_0^{(n)} + \mathbf{S}_T l_0^{(n-1)}, \quad \mathbf{D}l_0^{(0)} = \mathbf{S}_0 l_0^{(0)}, \quad (41)$$

причем нулевому члену ряда соответствует УПИ в МУП.

Решение (41) можно записать через суперпозицию функции Грина однородного УПИ с функцией источников $\mathbf{S}_T l_0^{(n-1)}$, т. е.

$$l_0^{(n)} = l^0 \circ \mathbf{S}_T l_0^{(n-1)} = (l^0 \circ \mathbf{S}_T)^n l^0. \quad (42)$$

В реальных средах обратное рассеяние можно считать малым, что позволяет ограничиться первым членом разложения $l_0^{(1)} = l^0 \circ \mathbf{S}_T l^0$. Для изотропного обратного рассеяния ($x_T(\hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{I}}) = x_\pi$) это приводит к уравнению

$$l_0^{(n)} = \frac{\sigma x_\pi}{4\pi} \int \int e^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}_2, \hat{\mathbf{I}}_2) e^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}_2, \hat{\mathbf{I}}_2) d^2 r' dz = \mathbf{C} \mathbf{B} e^0 e^0, \quad (43)$$

где $\mathbf{C}f = \int f(\cdot) dz$; $\mathbf{B}f = \frac{\sigma x_\pi}{4\pi} \int f(\cdot) d^2 r$ – новые операторы.

Следовательно, после усреднения получим для (39)

$$\langle P_{\text{пор}} \rangle = \Phi_0 \mathbf{C} \mathbf{B} \omega_R \circ l^a \circ \mathbf{O}_1 \circ l^a \circ \omega_S. \quad (44)$$

Действие оператора \mathbf{B} эквивалентно действию оператора \mathbf{A} в (1), если положить $\rho = \sigma x_\pi / 4\pi$, что приводит к выражению

$$\langle P_{\text{пор}} \rangle = \Phi_0 \mathbf{C} \mathbf{A} \omega_R \circ l^a \circ \mathbf{O}_1 \circ l^a \circ \omega_S \Big|_\rho = \sigma x_\pi / 4\pi. \quad (45)$$

Для малой оптической базы и прозрачной атмосферы (45) упрощается

$$\langle P_{\text{пор}} \rangle = \Phi_0 \int_0^z \mathbf{A} \omega_R \circ l^a \circ \mathbf{O}_1 \circ l^a \circ \omega_S dz = \Phi_0 \frac{\sigma x_\pi}{4\pi} \int_0^z F(z, 0) dz, \quad (46)$$

т.е. среднестатистическая ПОР выражается через интеграл от ОПФ.

На основании (25) имеем для среднестатистического сигнала на приемнике от блика на СНП

$$\langle P_{\text{б}} \rangle = \langle \omega_R \circ \mathbf{B} \rangle = \omega_R \circ l^a \circ \langle \mathbf{R}_+ \rangle l^a \circ \omega_S, \quad (47)$$

где

$$\langle \mathbf{R}_+ \rangle = \int_{\Omega_+} w_1(\hat{\mathbf{N}})_{\rho_F}(\hat{\mathbf{N}}_0, \hat{\mathbf{I}}) d\hat{\mathbf{I}}, \quad (48)$$

где $w_1(\hat{\mathbf{N}}_0)$ – одноточечная функция распределения уклонов СНП, а $\hat{\mathbf{N}}_0$ определяется из условия $\hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{I}}' - 2(\hat{\mathbf{N}}_0(\hat{\mathbf{N}}_0, \hat{\mathbf{I}})) = 0$.

При малой оптической базе и прозрачной атмосфере при наблюдении в идеальной ЭОП (47) примет вид

$$\langle P_{\text{б}} \rangle = h^{-2} \Phi_0 \omega_S(\hat{\mathbf{I}}_R) w_1(\hat{\mathbf{N}}_0)_{\rho_F}(\hat{\mathbf{N}}_0, \hat{\mathbf{I}}_R), \quad \hat{\mathbf{N}}_0 = (\hat{\mathbf{I}}_S - \hat{\mathbf{I}}_R) / |\hat{\mathbf{I}}_S - \hat{\mathbf{I}}_R|, \quad (49)$$

что совпадает с известным выражением, приводимым в [15].

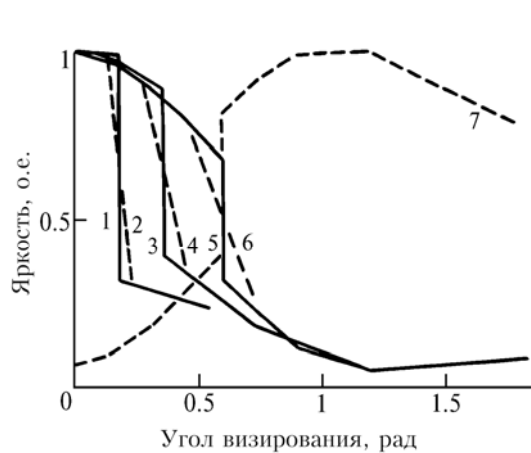


Рис. 3. Нормированное распределение яркости по входному зрачку ОЭС $z_c = 0,01$ м: 1— $h = 100$ м, $\sigma^2 = 0$; 2— $h = 100$ м, $\sigma^2 = 0,2$; 3— $h = 50$ м, $\sigma^2 = 0$; 4— $h = 50$ м, $\sigma^2 = 0,2$; 5— $h = 30$ м, $\sigma^2 = 0$; 6— $h = 30$ м, $\sigma^2 = 0,2$; $z_c = 0,51$ м; 7— $h = 30$ м, $\sigma^2 = 0$

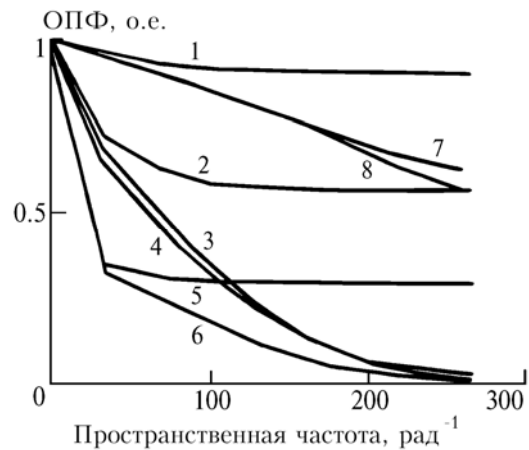


Рис. 4. Оптическая передаточная функция ОЭС наблюдения $h = 30$ м. Узкий пучок: 1— $z = 1$ м, $\sigma^2 = 0$, $\rho_0 = 0$; 2— $z = 3$ м, $\sigma^2 = 0$, $\rho_0 = 0$; 3— $z = 3$ м, $\sigma^2 = 0,2$, $\rho_0 = 0$; 4— $z = 3$ м, $\sigma^2 = 0,2$, $\rho_0 = 0,5$; 7— $z = 1$ м, $\sigma^2 = 0,2$, $\rho_0 = 0$; 8— $z = 1$ м, $\sigma^2 = 0,2$, $\rho_0 = 0,5$. Плоская волна. 5— $h = 3$ м, $\sigma^2 = 0$; 6— $z = 3$ м, $\sigma^2 = 0,2$

Для иллюстрации возможностей метода проведены расчеты основных характеристик переноса изображения в активно-импульсной ОЭС наблюдения. На рис. 3. приведены кривые распределений яркости по входному зрачку ОЭС при наблюдении диска радиусом 1 м на глубине $z = 0,5$ м с различных расстояний h из атмосферы с учетом ПОР, блика и дисперсии волнения σ^2 . Рассмотрены случаи наблюдения в положительном и отрицательном контрастах для различных глубин z_c строга подсветки. На рис. 4 представлены ОПФ ОЭС наблюдения в зависимости от глубины, дисперсии волнения и радиуса корреляции ρ_0 при подсветке плоской волной и узким пучком света с расходимостью 3 градуса. Показатели ослабления и рассеяния равны 1 и $0,6 \text{ м}^{-1}$ соответственно; показатель преломления воды — 1,33. Расчеты проведены для индикатрисы Ненеус-Greenstein с $g = 0,97$ и оптической базы 0,5 м.

1. Мулламаа Ю.-А.Р. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1975. Т. 11. № 2. С. 199–205.
2. Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
3. Оптика океана. Т. 1 /Под ред. К.С. Шифрина. М.: Наука, 1983. 372 с.
4. Долин Л.С., Левин И.М. Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. 229 с.
5. Малкевич М.С. Оптические исследования атмосферы со спутников. М.: Наука. 1973. 303 с.
6. Мишин И.В., Орлов В.М. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1979. Т. 15. № 3. С. 266–274.
7. Джетыбаев Е.О., Каргин Б.А. //Актуальные проблемы прикладной математики и математического моделирования. Новосибирск: Наука. 1982. С. 83–91.
8. Мишин И.В., Сушкевич Т.А. //Исследование Земли из космоса. 1980. № 4. С. 69–80.
9. Иолтуховский А.А. Численное решение уравнения переноса для системы атмосфера — океан с взволнованной границей раздела. М., 1986. 19 с. Препринт ИПМ АН СССР № 155.
10. Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А. Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. М.: Наука. 1990. 296 с.
11. Астахов И.Е., Будаков В.П., Голод Д.И. //XI Пленум рабочей группы по оптике океана Комиссии по проблемам Мирового океана АН СССР. Красноярск, 1990. Ч. 2. С. 4–6.
12. Астахов И.Е., Будаков В.П., Лисицин Д.В. //Новые информационные и электронные технологии в народном хозяйстве и образовании. М.: МЭИ. 1990. С. 54–55.
13. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972. 384 с.
14. Будаков В.П., Сармин С.Э. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 9. С. 981–987.
15. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
8 января 1992 г.

I.E. Astakhov, V.P. Budakov, D.V. Litsitsin. Main Boundary Value Problems of Image Transfer Applied to Active Optical-Electronics System for Observation through a Random Rough Marine Surface

Method of construction of an optical transfer operator for an active optical-electronics system of observations through a randomly rough air-water interface of the «Atmosphere—Ocean» system is proposed. Based on Green's functions method and Perturbation theory a decomposition of rigorous general boundary problem into a set of elementary ones, whose solution are sought using small angle approximation of radiation transfer equation is described. The obtained relations take into account light correlation on a rough surface. The results are compared with similar results of other authors.