

УДК 535.2:621.373.826

## Когерентность бessel-гауссовых пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере

И.П. Лукин\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 26.01.2017 г.

Проводится теоретическое исследование когерентных свойств вихревых бessel-гауссовых пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. При анализе этой задачи используется аналитическое решение уравнения для поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения. Исследовано поведение степени когерентности, радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности вихревых бessel-гауссовых пучков в зависимости от параметров пучка и характеристик турбулентной атмосферы. Показано, что радиус когерентности и интегральный масштаб степени когерентности вихревого бessel-гауссова пучка существенно зависят от величины топологического заряда вихревого пучка. При этом по мере увеличения топологического заряда дополнительные уменьшения этих параметров становятся меньше. Величина данного эффекта при слабых и сильных флуктуациях оптического излучения невелика, своего максимального значения он достигает в области перехода от слабых флуктуаций к сильным.

*Ключевые слова:* бesselев пучок, вихревой пучок, оптическое излучение, атмосферная турбулентность, когерентность, радиус когерентности, интегральный масштаб степени когерентности; Bessel beam, vortex beam, optical radiation, atmospheric turbulence, coherence, coherence length, integral scale of coherence degree.

### Введение

Среди множества оптических пучков, описываемых параксиальным аналогом уравнения Гельмгольца [1, 2] (параболическое уравнение Леонтовича или приближение «квазиоптики»), существуют такие, которые при распространении в однородной среде сохраняют свой функциональный вид (например, лаггерр-гауссовы и бessel-гауссовы оптические пучки). С одной стороны, активно изучаются лаггерр-гауссовы оптические пучки [3–8], распространяющиеся в турбулентной атмосфере, а именно: уширение пучков [4, 7], флуктуации интенсивности [5], смещение центра тяжести пучка [3, 5], уширение [6] и флуктуации [8] фемтосекундных импульсов. С другой стороны, вследствие пространственной локализации световой энергии в области малого размера и сохранения такого распределения на значительных расстояниях [1, 2] (существенное увеличение глубины фокуса по сравнению с гауссовыми оптическими пучками [2]) бessel-гауссовы оптические пучки имеют хорошие перспективы применения в различных приложениях (в том числе и при распространении в турбулентной атмосфере) [9–14]. Из большого разнообразия решаемых задач по распространению бessel-гауссовых оптических пучков можно выделить некоторые: анализ геометрических лучей вихревых бessel-гауссовых пучков [9], сравнение возможностей применения бesselева и гауссова пучков на трассах «поверхность земли – летательный аппарат (самолет или спутник)» [10], моде-

лирование переноса орбитального углового момента бessel-гауссовым пучком в анизотропной турбулентности [11], проверка реализуемости высокоскоростной адаптации турбулентных искажений бesselева пучка по измерениям искажений пробного гауссова пучка [12], сравнительные исследования флуктуаций и шумов для бesselевых и тороидальных (flat-topped vortex hollow beam) пучков [13] и доказательство преимуществ линии связи, использующей бessel-гауссовы пучки, перед линией связи с лаггерр-гауссовыми пучками [14].

Поскольку рассеяние оптического излучения на случайных неоднородностях турбулентной атмосферы снижает когерентность оптического излучения, то исследование данного явления имеет несомненный практический интерес [15–24], в том числе и для вихревых оптических пучков. Наличие оптического вихря (геликоидального фазового фронта [2, 17]) приводит к формированию кольцевой дислокации (ring dislocation) степени когерентности вихревого оптического пучка [18, 21]. Кольцевой дислокацией степени когерентности оптического пучка называется область низкой когерентности вблизи оптической оси пучка двумерного поля степени когерентности оптического излучения с геликоидальным фазовым профилем.

Первоначально сингулярная оптика рассматривала только полностью когерентные монохроматические скалярные волновые поля и ограничивалась изучением вихрей интенсивности оптических пучков. Когда началось исследование распространения частично когерентного и частично поляризованного полихроматического оптического излучения с гели-

\* Игорь Петрович Лукин (lukin\_ip@iao.ru).

коидальным фазовым профилем, возник интерес к вихрям когерентности (coherence vortex) [19, 20]. В параксиальном приближении двумерному полю оптического излучения соответствует четырехмерное поле когерентности. Четырехмерное поле когерентности оптического излучения приближенно может быть представлено как произведение двумерного поля средней интенсивности оптического излучения и двумерного поля степени когерентности. Двумерное поле интенсивности для вихревых пучков отличается наличием темного пятна на оптической оси, которое в однородной среде может переноситься без искажений [25–27]. Это темное пятно сохраняется в какой-то мере и при распространении вихревых оптических пучков в турбулентной атмосфере. Рассмотрение ряда закономерностей функции взаимной когерентности бesselь-гауссовых пучков при распространении в турбулентной атмосфере было проведено в [23, 24].

В данной работе, используя аналитическое решение уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка оптического излучения, распространяющегося в крупномасштабной (по сравнению с длиной волны оптического излучения) турбулентной атмосфере, анализируется поведение степени когерентности вихревых бesselь-гауссовых оптических пучков. При этом уделяется внимание изучению числовых характеристик степени когерентности этих пучков: радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности. Проводится сравнение исследуемых характеристик вихревых бesselь-гауссовых оптических пучков с аналогичными параметрами фундаментальных бesselь-гауссовых оптических пучков.

## Основные определения

Для когерентного вихревого бesselь-гауссова оптического пучка, распространяющегося в направлении оси координат  $x$ , начальное распределение поля оптического излучения ( $x = 0$ ) [2, 26, 27]:

$$E_0(\mathbf{p}) = E_0(\rho, \varphi) = E_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_0^2} - i\frac{k}{2R_0}\rho^2\right) J_m(\beta\rho) \exp(im\varphi), \quad (1)$$

где  $E_0$  — начальная амплитуда поля на оптической оси пучка;  $a_0$  — начальный радиус гауссова фактора поля пучка;  $R_0$  — радиус кривизны параболического волнового фронта в центре излучающей апертуры;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число оптического излучения,  $\lambda$  — длина волны оптического излучения в вакууме;  $\beta = \sqrt{k^2 - k_x^2}$  — компонента волнового вектора, ортогональная оси  $x$  (параметр бesselева пучка, скалярная величина с размерностью  $m^{-1}$ ),  $k_x$  — компонента волнового вектора по направлению оси  $x$ ;  $\mathbf{p} = \{y, z\} = \{\rho, \varphi\}$  — поперечная к направлению распространения оптического излучения пространственная координата,  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ ,  $\varphi = \arctg(y/z)$  — модуль и аргумент этой координаты;  $m$  — тополо-

гический заряд вихревого оптического пучка (параметр вихревого бesselева пучка, безразмерная целая скалярная величина);  $J_m(\cdot)$  — функция Бesselя первого рода  $m$ -го порядка.

Если топологический заряд бesselь-гауссова оптического пучка  $m$  нулевой ( $m = 0$ ), то такой пучок называется фундаментальным, а когда топологический заряд бesselь-гауссова оптического пучка отличен от нуля ( $m \geq 1$ ) — вихревым. У фундаментального бesselь-гауссова пучка на его оптической оси присутствует яркий максимум [26, 27], а у вихревого бesselь-гауссова пучка — темное пятно [26, 27]. Причем чем больше величина топологического заряда  $m$ , тем больше по размеру будет это темное пятно.

В настоящей работе рассматривается поперечная функция взаимной когерентности второго порядка поля когерентного оптического пучка

$$U(x, \mathbf{p}) = E(x, \mathbf{p}) \exp(ikx),$$

распространяющегося в турбулентной атмосфере [28, 29]. Здесь  $E(x, \mathbf{p})$  — комплексная амплитуда оптического пучка в точке наблюдения  $\{x, \mathbf{p}\}$ , описываемая параболическим приближением скалярного волнового уравнения [28]. Для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка в точках наблюдения  $\{x, \mathbf{p}_1\}$  и  $\{x, \mathbf{p}_2\}$  верно соотношение

$$\Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \langle U(x, \mathbf{p}_1) U^*(x, \mathbf{p}_2) \rangle \equiv \langle E(x, \mathbf{p}_1) E^*(x, \mathbf{p}_2) \rangle,$$

где  $\langle \dots \rangle$  — усреднение по ансамблю реализаций флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы. Известно [28], что общее решение уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка  $\Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  поля оптического пучка при произвольном виде функции  $H(\boldsymbol{\chi})$  и начального значения функции взаимной когерентности  $\Gamma_2^{(0)}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  выражается в виде следующего интегрального соотношения:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p}) = \langle E(x, \mathbf{p}_1) E^*(x, \mathbf{p}_2) \rangle = \\ &= \langle E(x, \mathbf{R} + \mathbf{p}/2) E^*(x, \mathbf{R} - \mathbf{p}/2) \rangle = \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 x^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}'_1 \int \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}'_2 \Gamma_2^{(0)}(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2) \times \\ &\times \exp\left\{\frac{ik}{x} \mathbf{R} [\mathbf{p} - (\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)] - \frac{ik}{2x} \mathbf{p} (\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2) + \frac{ik}{2x} (\mathbf{p}'_1{}^2 - \mathbf{p}'_2{}^2) - \right. \\ &\left. - \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \mathbf{p} + (1 - \xi)(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)]\right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_2^{(0)}(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2) &= E_0(\mathbf{p}'_1) E_0^*(\mathbf{p}'_2); \\ H(\boldsymbol{\chi}) &= 2 \int \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\kappa} \Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa}) [1 - \cos(\boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\chi})]; \end{aligned}$$

$\Phi_\epsilon(\kappa)$  — спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды распространения оптического излучения;  $\kappa$  — пространственная частота масштаба случайной неоднородности диэлектрической проницаемости;  $\xi$  — скорректированное на длину трассы текущее расстояние;  $\mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2$  и  $\rho = \rho_1 - \rho_2$  — суммарная и разностная координаты точек наблюдения. Для дальнейшего анализа выражения (2) спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды возьмем колмогоровским [ $\Phi_\epsilon(\kappa) \sim \kappa^{-11/3}$ ] [28, 29]. В этом случае интеграл от функции  $H(\chi)$  из выражения (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] &\equiv \\ &\equiv \rho_0^{-5/3} \int_0^1 d\xi |\xi \rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)|^{5/3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\rho_0$  — радиус когерентности плоской оптической волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде [28, 29]. Радиус когерентности плоской волны для колмогоровского спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \left[ 2^{-5/3} \frac{9}{10} \frac{\Gamma(8/3)\Gamma(7/6)}{\Gamma(11/6)} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) C_\epsilon^2 k^2 x \right]^{-3/5} = \\ &= (0,3643 C_\epsilon^2 k^2 x)^{-3/5}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $C_\epsilon^2$  — структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы [28, 29]. Для того чтобы получить более удобное для анализа представление выражения (2) с начальным условием (1), влияние случайных неоднородностей среды распространения учтем в приближении квадратичной аппроксимации  $H(\chi)$  [28, 29], т.е. будем считать, что вместо выражения (3) верна следующая формула:

$$\begin{aligned} \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi \rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] &\approx \\ &\approx \rho_0^{-2} \int_0^1 d\xi |\xi \rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)|^2 \approx \\ &\approx \frac{1}{3} \rho_0^{-2} [\rho^2 + \rho(\rho'_1 - \rho'_2) + (\rho'_1 - \rho'_2)^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

## Основные соотношения

При наличии данных о функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере, можно рассчитать среднюю интенсивность оптического излучения и оценить его когерентные свойства, в частности масштабы когерентности оптического излучения в турбулентной атмосфере [15, 16, 28, 29]. Поскольку пространственные координаты функции взаимной когерентности второго порядка

поля оптического пучка определены так, как в уравнении (2), то нормированная функция взаимной когерентности второго порядка (комплексная степень когерентности) оптического пучка имеет вид

$$\gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \frac{\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho)}{\sqrt{\langle I(x, \mathbf{R} + \rho/2) \rangle \langle I(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle}}, \quad (6)$$

где  $\langle I(x, \mathbf{R}) \rangle \equiv \Gamma_2(x, \mathbf{R}, 0)$  — средняя интенсивность оптического пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере, в точке  $\{x, \mathbf{R}\}$ . Зная комплексную степень когерентности (6), можно получить интегральное выражение для модуля комплексной степени когерентности (степени когерентности) оптического пучка на его оптической оси ( $R = 0$ ) в турбулентной атмосфере:

$$\begin{aligned} \mu(x, \rho) &\equiv \sqrt{\frac{\{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}} = \\ &= \sqrt{\frac{\{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Известно [28, 29], что при распространении в турбулентной атмосфере плоской или сферической волн их степени когерентности являются одномасштабными монотонно спадающими функциями от  $\rho$ , а степени когерентности оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере, имеют более сложный функциональный вид [2, 16, 17, 29]. В целях более полной характеристики поведения степени когерентности оптического пучка сложного функционального вида в турбулентной атмосфере, кроме радиуса когерентности  $\rho_c$ , рассмотрим интегральный масштаб степени когерентности  $\rho_m$ . Радиус когерентности  $\rho_c$  обычно определяют [28, 29] по первому пересечению графика степени когерентности заданного уровня, равного  $\exp(-1)$ , т.е.

$$\mu(x, \rho_c) = \exp(-1) = 0,3679. \quad (8)$$

Что касается интегрального масштаба степени когерентности  $\rho_m$ , то его будем вычислять по площади под графиком одномерного профиля степени когерентности как функции от координаты  $\rho$ :

$$\rho_m = \int_0^\infty d\rho \mu(x, \rho). \quad (9)$$

Для плоской оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере с колмогоровским спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости (3), при использовании квадратичной аппроксимации для функции  $H(\chi)$ , описывающей влияния случайных неоднородностей среды распространения на оптическое излучение, т.е. тогда, когда выражение (3) заменяется формулой (5), степень когерентности (7), радиус когерентности  $\rho_c$  (8) и интегральный масштаб степени когерентности  $\rho_m$  (9) соответственно равны [29]:

$$\mu_{pl}(x, \rho) = \exp(-\rho^2/\rho_0^2), \quad \rho_{cpl} = \rho_0 \quad \text{и} \quad \rho_{mpl} = (\sqrt{\pi}/2)\rho_0.$$

Эти же физические величины для случая сферической волны имеют следующий вид [29]:

$$\mu_{sp}(x, \rho) = \exp\left[-(1/3)(\rho^2/\rho_0^2)\right],$$

$$\rho_{csp} = \sqrt{3}\rho_0 \quad \text{и} \quad \rho_{msp} = \sqrt{3}(\sqrt{\pi}/2)\rho_0.$$

Таким образом, оказывается, что радиус когерентности  $\rho_c$  и интегральный масштаб  $\rho_m$  для плоской и сферической оптических волн связаны простым соотношением

$$\frac{\rho_{mpl}}{\rho_{cpl}} = \frac{\rho_{msp}}{\rho_{csp}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,8862. \quad (10)$$

В случае распространения в турбулентной атмосфере гауссова оптического пучка, когда его поле в начальной плоскости ( $x = 0$ ) имеет вид [29]:

$$E_0(\rho) = E_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_0^2} - i\frac{k}{2R_0}\rho^2\right) \quad (11)$$

( $E_0$ ,  $a_0$ ,  $R_0$  — определены в (1) при описании бessel-гауссова оптического пучка), степень когерентности гауссова пучка на его оптической оси ( $R = 0$ ) (также как и для случая плоской и сферической волн) имеет спадающий одномасштабный характер:

$$\mu_{gb}(x, \rho) = \exp\left[-\frac{\rho^2}{\rho_{cgb}^2(x)}\right], \quad (12)$$

где

$$\rho_{cgb}(x) = \rho_0 \sqrt{\frac{(1-\eta)^2 + \Omega_0^{-2}\left(1 + \frac{4}{3}q\Omega_0\right)}{\left(1-\eta + \frac{1}{3}\eta^2\right) + \frac{1}{3}\Omega_0^{-2}(1+q\Omega_0)}}$$

— радиус когерентности гауссова оптического пучка в турбулентной атмосфере [29];  $q = x/(k\rho_0^2)$  — параметр, характеризующий турбулентные условия распространения оптического излучения на трассе [29];  $\eta = x/R_0$  — параметр фокусировки оптического пучка;  $\Omega_0 = ka_0^2/x$  — число Френеля передающей апертуры. Формула (12) получена из (2) и (11) в приближении квадратичной аппроксимации для функции  $H(\chi)$  (см. формулу (5)) [29]. Используя определение (9) и формулу (12), можно найти аналитическое выражение для интегрального масштаба степени когерентности гауссова пучка в турбулентной атмосфере:

$$\rho_{mgb}(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\rho_{cgb}(x). \quad (13)$$

Следовательно, с учетом формулы (13), для отношения радиуса когерентности к интегральному масштабу степени когерентности гауссова пучка (как и в случае плоской и сферической волн) в турбулентной атмосфере будет справедливо то же самое выражение (10).

## Степень когерентности вихревого бessel-гауссова пучка

Для дальнейших вычислений интегральное выражение (2), описывающее поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля вихревого бessel-гауссова пучка (1), при использовании приближения квадратичной аппроксимации (5) может быть упрощено. После вычисления табличных интегралов [30] выражение (3), представляющее собой четырехкратный интеграл, с начальным распределением (1) можно преобразовать к выражению в виде двукратного интеграла, которое и будем в дальнейшем анализировать:

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \langle E(x, \mathbf{R} + \rho/2)E^*(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle =$$

$$= \frac{E_0^2 k}{2\pi i x \left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{i}{2} \frac{\tilde{\beta}^2}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} + \frac{ik}{2x} \frac{R^2}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} + \right.$$

$$\left. + \frac{ik}{2x} \frac{\left[ (1-2\eta) - 2i\Omega_0^{-1} (1 + \Omega_0 q) \right]}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} R\rho \cos(\varphi_R - \varphi_\rho) - \right.$$

$$\left. - \frac{\left[ \left( 1 - \frac{2}{3}\eta \right) - \frac{i}{3}q - \frac{i}{4}q^{-1} - \frac{2}{3}i\Omega_0^{-1} \right] \rho^2}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} \frac{1}{2\rho_0^2} \right\} \times$$

$$\times \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty d\rho' \rho' \frac{M(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi')^m}{[N(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi')]^{m/2}} J_m \left( \sqrt{\frac{k}{x}} \tilde{\beta} \rho' \right) \times$$

$$\times J_m \left[ \frac{\sqrt{\frac{k}{x}} \tilde{\beta} \sqrt{N(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi')}}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} \right] \exp[-im(\varphi_R - \varphi)] \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{ik}{2x} \frac{\left[ (1-\eta)^2 + \Omega_0^{-2} \left( 1 + \frac{4}{3}\Omega_0 q \right) \right]}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} \rho'^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{ik}{x} \frac{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \right]}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} R\rho' \cos(\varphi_R - \varphi') - \right.$$

$$\left. - \frac{ik}{2x} \frac{\left[ \left( 1 - \eta - \frac{2}{3}\Omega_0^{-1} q \right) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 - \frac{2}{3}\eta\Omega_0 q + 2\Omega_0 q \right) \right]}{\left[ (1-\eta) - i\Omega_0^{-1} \left( 1 + \frac{2}{3}\Omega_0 q \right) \right]} \right\} \times$$

$$\times \rho\rho' \cos(\varphi_\rho - \varphi'), \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}
 N(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi') = & \\
 = R^2 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{2i}{3} q\right)^2 \rho^2 - \frac{4}{9} q^2 \rho'^2 - \left(1 + \frac{2i}{3} q\right) R \rho \cos(\varphi_R - \varphi_\rho) - & \\
 - \frac{4i}{3} q R \rho' \cos(\varphi_R - \varphi') + \frac{2i}{3} q \left(1 + \frac{2i}{3} q\right) \rho \rho' \cos(\varphi_\rho - \varphi'); & \\
 M(R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho, \rho', \varphi') = & \\
 = R - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2i}{3} q\right) \rho \exp[i(\varphi_R - \varphi_\rho)] - \frac{2i}{3} q \rho' \exp[i(\varphi_R - \varphi')]; &
 \end{aligned}$$

$\mathbf{R} = \{R, \varphi_R\}$ ,  $\mathbf{\rho} = \{\rho, \varphi_\rho\}$  – полярные координаты суммарного и разностного векторов точек наблюдения  $\mathbf{\rho}_1$  и  $\mathbf{\rho}_2$ ;  $\tilde{\beta} = \sqrt{x/k} \beta$  – нормированный параметр бesselова пучка. Выражение (14) описывает поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля как для фундаментального ( $m = 0$ ), так и вихревого ( $m \geq 1$ ) бessel-гауссова оптического пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере, в его приосевой области.

На рис. 1–3 представлены графики степени когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревых ( $m = 1$ ) бessel-гауссовых пучков на их оптической оси ( $R = 0$ ) для одного и того же значения нормированного параметра бesselова пучка  $\tilde{\beta} = 1,0$ , но четырех значений числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$  (100; 10; 1,0; 0,1) при низких уровнях атмосферной турбулентности ( $q = 0,25$  на рис. 1, 0,5 на рис. 2 и 1,0 на рис. 3), рассчитанные по формулам (6), (7) и (14), а также фундаментальных ( $m = 0$ ) бessel-гауссовых пучков.

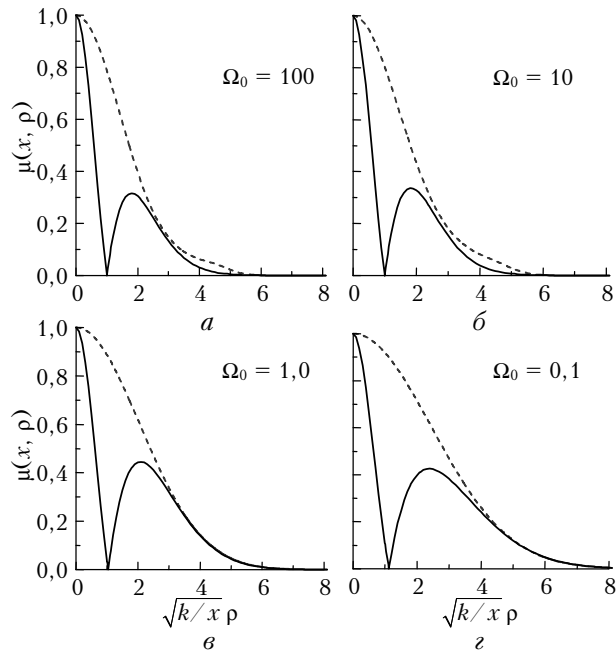


Рис. 1. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревых  $m = 1$  (сплошные линии) и фундаментальных  $m = 0$  (штриховые) бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$ ,  $\Omega_0 = 100$  (а); 10 (б); 1,0 (в); 0,1 (г) при  $q = 0,25$

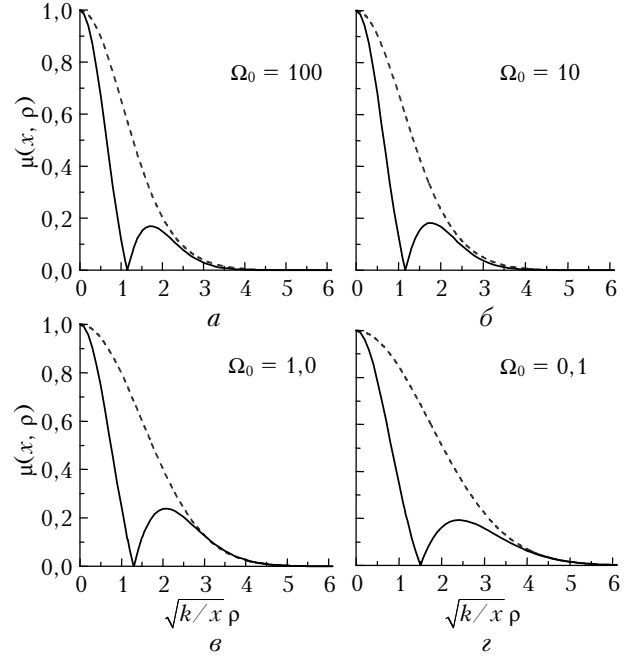


Рис. 2. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревых  $m = 1$  (сплошные линии) и фундаментальных  $m = 0$  (штриховые) бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$ ,  $\Omega_0 = 100$  (а); 10 (б); 1,0 (в); 0,1 (г) при  $q = 0,5$

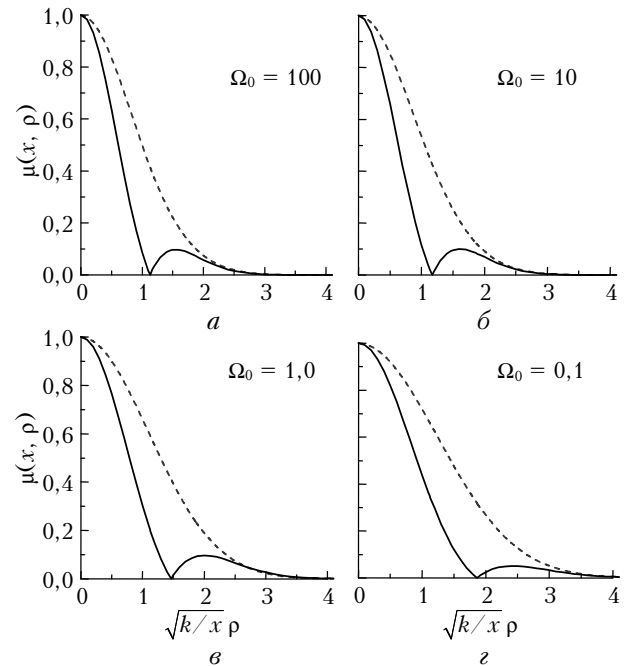


Рис. 3. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревых  $m = 1$  (сплошные линии) и фундаментальных  $m = 0$  (штриховые) бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$ ,  $\Omega_0 = 100$  (а); 10 (б); 1,0 (в); 0,1 (г) при  $q = 1,0$

Данные, приведенные на рис. 1–3, позволяют сделать три вывода: 1) когерентность вихревых бessel-гауссовых пучков при прочих равных условиях всегда меньше когерентности фундаментального бessel-гауссова пучка; 2) кольцевая дислока-

ция степени когерентности формируется в вихревых бessel-гауссовых пучках при любых значениях числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$  и 3) по мере уменьшения значения числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$  уровни когерентности вихревых и фундаментального бessel-гауссовых пучков увеличиваются.

Для того чтобы показать влияние величины топологического заряда вихревого оптического пучка  $m$ , на рис. 4 и 5 представлено поведение степени когерентности  $\mu(x, \rho)$  четырех вихревых ( $m = 1, 2, 3, 4$ ) и фундаментального ( $m = 0$ ) бessel-гауссовых пучков для  $\beta = 1,0$  и  $q = 0,25$  при двух значениях числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0 = 10$  (рис. 4) и  $\Omega_0 = 1,0$  (рис. 5).

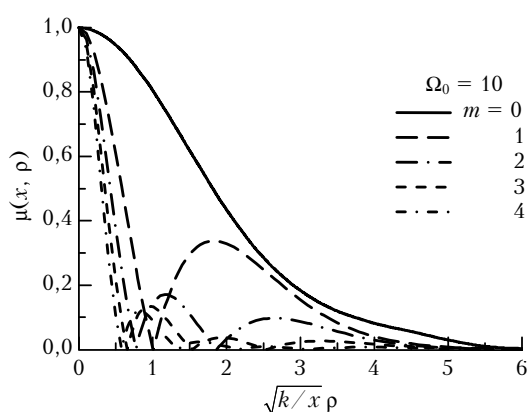


Рис. 4. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревых ( $m = 1, 2, 3, 4$ ) и фундаментального бessel-гауссовых пучков для  $\beta = 1,0$  и  $\Omega_0 = 10$  в турбулентной атмосфере

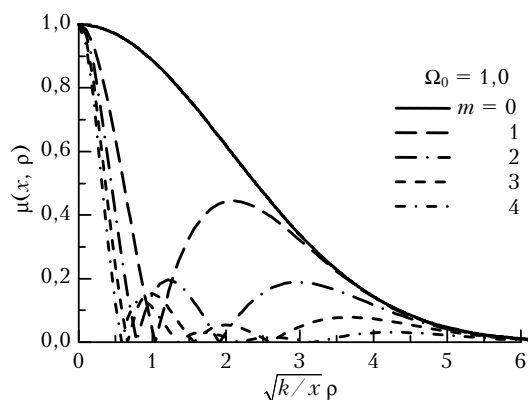


Рис. 5. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревых ( $m = 1, 2, 3, 4$ ) и фундаментального бessel-гауссовых пучков для  $\beta = 1,0$  и  $\Omega_0 = 1,0$  в турбулентной атмосфере

Графики степени когерентности  $\mu(x, \rho)$ , изображенные на рис. 4 и 5, обнаруживают тот факт, что при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере ( $q \leq 10$ ) в центральной части двумерного поля степени когерентности  $\mu(x, \rho)$  при определенных условиях формируются кольцевые структуры – области низкой когерентности. В частности, для вихревых ( $m \geq 1$ ) бessel-гауссовых

пучков наблюдается кольцевая дислокация [18, 21], которая оказывается слабо зависящей от числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$ , но существенно зависит от величины топологического заряда вихревого пучка  $m$  и турбулентных условий распространения на трассе (определяются величиной параметра  $q$ ).

Наличие кольцевых областей низкой когерентности двумерного поля степени когерентности  $\mu(x, \rho)$  оптического излучения с геликоидальным фазовым фронтом вблизи оптической оси пучка приводит к тому, что фундаментальный ( $m = 0$ ) бessel-гауссов пучок при распространении в турбулентной атмосфере обладает более высокой когерентностью, чем вихревой ( $m \geq 1$ ) бessel-гауссов пучок. Отметим также, что по мере увеличения величины топологического заряда вихревого оптического пучка  $m$  когерентность вихревых бessel-гауссовых пучков уменьшается.

В более наглядной форме процесс трансформации степени когерентности коллимированных ( $R_0 \rightarrow \infty$ ) вихревых ( $m = 1$ ) бessel-гауссовых пучков при увеличении параметра  $q$  представлен на рис. 6 (для пучков с  $\Omega_0 = 10$ ) и рис. 7 (для пучков с  $\Omega_0 = 1,0$ ).

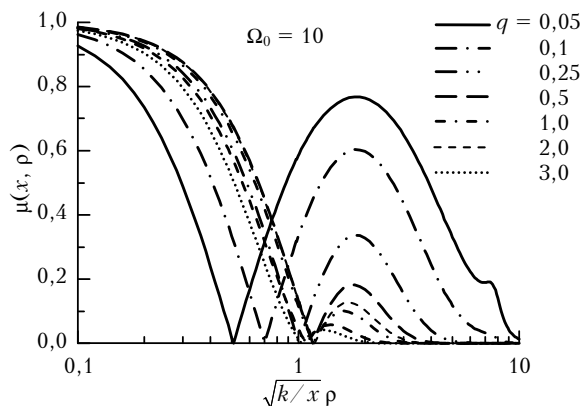


Рис. 6. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревого ( $m = 1$ ) бessel-гауссова пучка для  $\beta = 1,0$  и  $\Omega_0 = 10$  при различных значениях параметра  $q$

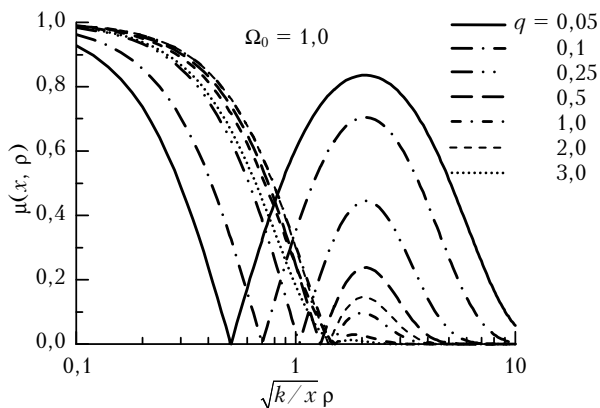


Рис. 7. Степень когерентности  $\mu(x, \rho)$  вихревого ( $m = 1$ ) бessel-гауссова пучка для  $\beta = 1,0$  и  $\Omega_0 = 1,0$  при различных значениях параметра  $q$

Поскольку безразмерный параметр  $q$ , с одной стороны, прямо пропорционален длине трассы распространения  $x$ , а с другой стороны, пропорционален структурному параметру флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы  $C_\epsilon^2$  [28, 29], то увеличение параметра  $q$  связано либо с ростом длины трассы распространения оптического излучения, либо с усилением флуктуаций турбулентной атмосферы. Рис. 6 и 7 показывают, что при распространении в турбулентной атмосфере когерентность вихревого бesselь-гауссова пучка уменьшается, но не монотонно. В частности, можно проследить формирование и исчезновение в приосевой области ( $\sqrt{k/x} \approx 1,0$ ) кольцевой дислокации степени когерентности вихревых бesselь-гауссовых пучков [18, 21]. Влияние регулярной структуры бesselь-гауссова пучка на его степень когерентности хорошо видно для вихревого бesselь-гауссова пучка на рис. 6 для  $q = 0,05$  (сплошная кривая) при  $\sqrt{k/x} \approx 8,0$ .

### Радиус когерентности вихревого бesselь-гауссова пучка

В качестве определения радиуса когерентности  $\rho_c$  бesselь-гауссова пучка возьмем соотношение (8). Результаты численных расчетов радиуса когерентности  $\rho_c$  фундаментального ( $m = 0$ ) и вихревых ( $m = 1, 2, 3, 4$ ) бesselь-гауссовых пучков (1) на их оптической оси ( $R = 0$ ) для  $\beta = 1,0$  и  $\Omega_0 = 10$  по формулам (6)–(8) и (14) представлены на рис. 8.

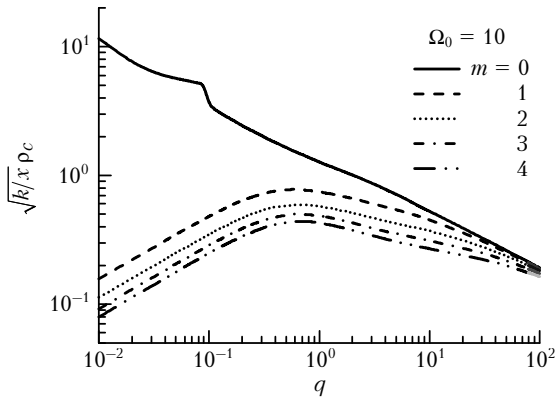


Рис. 8. Радиус когерентности вихревых и фундаментального бesselь-гауссовых пучков для  $\beta = 1,0$  и  $\Omega_0 = 10$  в турбулентной атмосфере

Необходимо отметить, что с увеличением параметра  $q$  радиус когерентности  $\rho_c$  коллимированного фундаментального бesselь-гауссова пучка приближается (при  $q > 10$ ) к аналогичной характеристике сферической волны, равной  $\rho_{c,sp} = \sqrt{3}\rho_0$ . Для коллимированных ( $R_0 \rightarrow \infty$ ) вихревых бesselь-гауссовых пучков с  $\beta = 1,0$  проявляется значимая по величине область значений  $q$ , при которых радиус когерентности  $\rho_c$  вихревого бesselь-гауссова

пучка слабо зависит от турбулентных условий распространения оптического излучения на трассе.

Рис. 8 показывает, что радиус когерентности вихревого бesselь-гауссова пучка  $\rho_c$  существенно зависит от величины топологического заряда вихревого пучка  $m$ . С увеличением топологического заряда пучка  $m$  величина радиуса когерентности  $\rho_c$  уменьшается. Чем больше топологический заряд  $m$ , тем больше уменьшение радиуса когерентности вихревого бesselь-гауссова пучка  $\rho_c$  ( $m \geq 1$ ) относительно радиуса когерентности фундаментального бesselь-гауссова пучка  $\rho_c$  ( $m = 0$ ). Однако дополнительное уменьшение когерентности вихревого бesselь-гауссова пучка по мере увеличения топологического заряда  $m$  становится меньше. Наиболее существенное уменьшение когерентности вихревых бesselь-гауссовых пучков наблюдается при  $q \in [0,01; 10]$ . Это связано с формированием при малых  $q$  и исчезновением при  $q \sim 10$  кольцевой дислокации степени когерентности вихревых бesselь-гауссовых пучков (см. рис. 1–7). Причем радиус когерентности вихревых бesselь-гауссовых пучков  $\rho_c$  растет при увеличении  $q$  до  $q \sim 1$  и лишь при  $q \geq 1$  начинает уменьшаться. Немонотонность поведения радиуса когерентности фундаментального бesselь-гауссова пучка при  $q \leq 0,1$  связана с влиянием регулярной структуры бesselь-гауссова пучка на степень когерентности оптического излучения. В целом оказывается, что радиус когерентности вихревого бesselь-гауссова пучка при любом значении топологического заряда всегда меньше радиуса когерентности фундаментального бesselь-гауссова пучка.

Приведенные выше факты однозначно доказывают наличие более низкого уровня когерентности у вихревых бesselь-гауссовых пучков при распространении в турбулентной атмосфере по сравнению с уровнем когерентности фундаментального бesselь-гауссова пучка при одинаковых условиях распространения. Однако речь пока шла лишь о качественном анализе данного эффекта. В следующем разделе статьи опишем результаты количественной оценки этого эффекта.

### Интегральный масштаб степени когерентности вихревого бesselь-гауссова пучка

Для того чтобы получить количественную оценку эффекта уменьшения когерентности вихревых бesselь-гауссовых пучков при распространении в турбулентной атмосфере, воспользуемся оценкой интегрального масштаба степени когерентности этих пучков. Данная числовая характеристика степени когерентности вихревых бesselь-гауссовых пучков будет выступать количественным критерием исследуемого эффекта.

На рис. 9 представлены результаты расчетов отношения интегрального масштаба степени когерентности коллимированного ( $R_0 \rightarrow \infty$ ) вихревого ( $m = 1$ ) бesselь-гауссова пучка  $\rho_{m,vgb}$  к интегральному масштабу степени когерентности коллимиро-

ванного ( $R_0 \rightarrow \infty$ ) фундаментального ( $m = 0$ ) бessel-гауссова пучка  $\rho_{m\text{fbgb}}$ , проведенные с использованием выражений (6), (7), (9) и (14) для различных значений числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$ . Расчеты проводились на оптической оси пучков  $R = 0$  при значении нормированного параметра бесселя пучка  $\tilde{\beta} = 1,0$ . Результаты вычислений показывают, что величина интегрального масштаба степени когерентности  $\rho_{m\text{vbgb}}$  вихревого бessel-гауссова пучка в турбулентной атмосфере при заданных значениях параметров слабо зависит от числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$ .

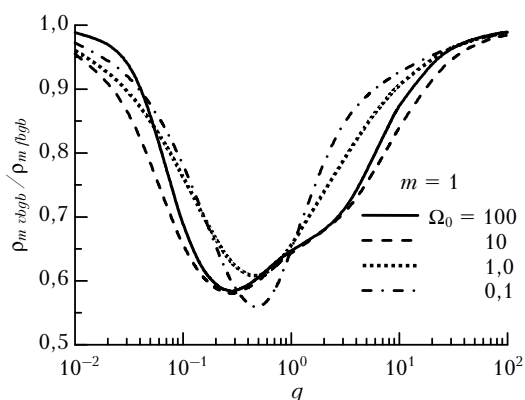


Рис. 9. Отношение интегральных масштабов степени когерентности вихревого ( $m = 1$ )  $\rho_{m\text{vbgb}}$  и фундаментального  $\rho_{m\text{fbgb}}$  бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$  при разных значениях числа Френеля  $\Omega_0$

Отношения интегрального масштаба степени когерентности  $\rho_{m\text{vbgb}}$  (9) вихревых бessel-гауссовых пучков (1) к соответствующей величине  $\rho_{m\text{fbgb}}$  фундаментального бessel-гауссова пучка, рассчитанные на основе выражений (6), (7), (9) и (14), показаны на рис. 10–12. Приведенные данные соответствуют коллимированным ( $R_0 \rightarrow \infty$ ) вихревым бessel-гауссовым пучкам на их оптической оси ( $R = 0$ ) с разными топологическими зарядами  $m = 1, 2, 3, 4$  при величине нормированного параметра бесселя пучка  $\tilde{\beta} = 1,0$  и  $\Omega_0 = 10$  (рис. 10),  $1,0$  (рис. 11) и  $0,1$  (рис. 12).

Рис. 10–12 показывают, что интегральный масштаб степени когерентности коллимированного вихревого бessel-гауссова пучка  $\rho_{m\text{vbgb}}$  существенно зависит от величины топологического заряда пучка  $m$ . Причем чем больше топологический заряд  $m$ , тем больше уменьшение интегрального масштаба степени когерентности вихревого бessel-гауссова пучка  $\rho_{m\text{vbgb}}$  относительно интегрального масштаба степени когерентности фундаментального бessel-гауссова пучка  $\rho_{m\text{fbgb}}$ . Однако дополнительное уменьшение интегрального масштаба степени когерентности вихревого бessel-гауссова пучка по мере увеличения значения топологического заряда  $m$  становится меньше. Наиболее существенное уменьшение интегрального масштаба степени когерентности, также как и радиуса когерентности (см. предыдущий раз-

дел), вихревых бessel-гауссовых пучков наблюдается при  $q \in [0, 1; 10]$ . Это связано с формированием и исчезновением кольцевой дислокации степени когерентности вихревых бessel-гауссовых пучков [21] (см. рис. 6 и 7).

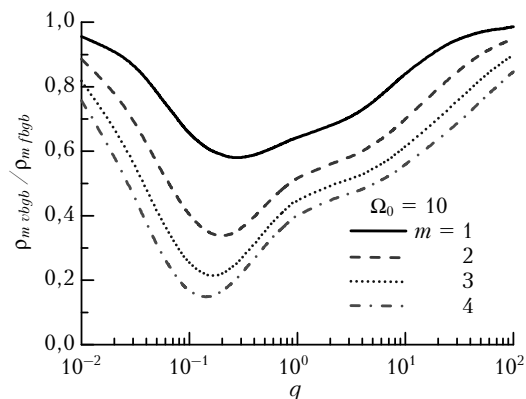


Рис. 10. Отношение интегральных масштабов степени когерентности вихревых  $\rho_{m\text{vbgb}}$  и фундаментального  $\rho_{m\text{fbgb}}$  бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$  и  $\Omega_0 = 10$

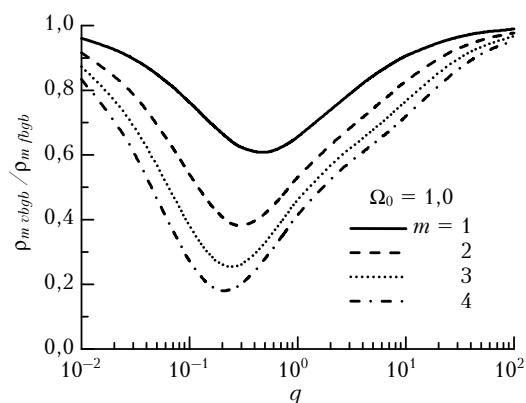


Рис. 11. Отношение интегральных масштабов степени когерентности вихревых  $\rho_{m\text{vbgb}}$  и фундаментального  $\rho_{m\text{fbgb}}$  бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$  и  $\Omega_0 = 1,0$

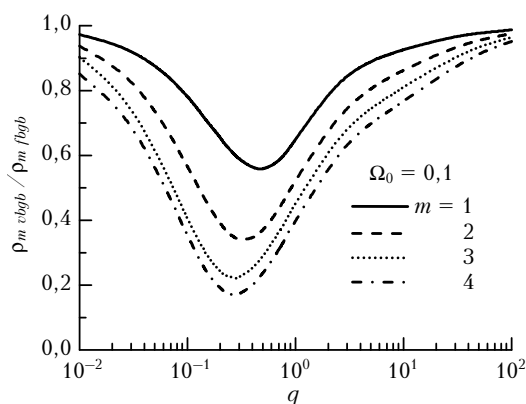


Рис. 12. Отношение интегральных масштабов степени когерентности вихревых  $\rho_{m\text{vbgb}}$  и фундаментального  $\rho_{m\text{fbgb}}$  бessel-гауссовых пучков для  $\tilde{\beta} = 1,0$  и  $\Omega_0 = 0,1$



Сравнение рис. 10–12 показывает, что уменьшение интегрального масштаба степени когерентности вихревого бessel-гауссова пучка  $\rho_m^{vbg}$  относительно слабо зависит от величины числа Френеля передающей апертуры  $\Omega_0$ . Попутно заметим, что соотношение (10), имевшее место в случаях плоской и сферической волн, а также гауссова пучка (11), для вихревых и фундаментального бessel-гауссовых пучков не выполняется.

### Заключение

Приведенные в работе результаты анализа степени когерентности, радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности оптического излучения показывают, что вихревые бessel-гауссовы пучки при распространении в турбулентной атмосфере обладают более низкой когерентностью, чем фундаментальный бessel-гауссов пучок с аналогичными параметрами. Данный эффект можно назвать дефицитом когерентности (аномальным уменьшением когерентности) вихревых бessel-гауссовых пучков. Он тесно связан с наличием кольцевой дислокации степени когерентности, которая формируется при распространении вихревых пучков в турбулентной атмосфере. Все это происходит в области перехода от низких уровней флуктуаций в турбулентной атмосфере к высоким, т.е. тогда, когда вихревой оптический пучок все еще продолжает сохранять (хотя и частично) свою первоначальную структуру, а именно геликоидальный фазовый фронт.

Следовательно, эффект дефицита когерентности вихревых бessel-гауссовых оптических пучков связан с тем, что вблизи оптической оси пучка когерентность оптического излучения высокая, затем наблюдается кольцевая область низкой когерентности, а потом еще одна кольцевая область с высокой когерентностью оптического излучения. Отметим, что по мере увеличения топологического заряда вихревого пучка величина кольцевой области низкой когерентности увеличивается, а высокой — уменьшается. Поскольку при более низком уровне когерентности оптического излучения при распространении в турбулентной атмосфере отмечается меньшее влияние случайных неоднородностей турбулентной среды на статистические характеристики пучка излучения, то можно ожидать большей устойчивости вихревых бessel-гауссовых оптических пучков при распространении в турбулентной атмосфере. Подобная более высокая устойчивость вихревых пучков наиболее значимо может проявиться в области перехода от слабых флуктуаций интенсивности оптических волн к сильным.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-08-00899 А).

1. *Миллер У.* Симметрия и разделение переменных. М.: Мир, 1981. 342 с.
2. *Andrews D.L.* Structured light and its applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces. New York: Academic Press, 2008. 341 p.

3. *Аксенов В.П., Погуца Ч.Е.* Влияние оптического вихря на случайные смещения лагерра-гауссова лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2012. Т. 25, № 7. С. 561–565; *Aksenov V.P., Pogutsa Ch.E.* The effect of optical vortex on random Laguerre-Gauss shifts of a laser beam propagating in a turbulent atmosphere // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 1. P. 13–17.
4. *Банах В.А., Фалиц А.В.* Уширение Лагеррова пучка в турбулентной атмосфере // Оптика и спектроскопия. 2014. Т. 117, № 6. С. 969–975.
5. *Фалиц А.В.* Блуждание и флуктуации интенсивности фокусированного лагерра-гауссова пучка в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2015. Т. 28, № 9. С. 763–771.
6. *Банах В.А., Герасимова Л.О.* Дифракция короткоимпульсного лагерра-гауссова пучка // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 4. С. 311–316; *Banakh V.A., Gerasimova L.O.* Diffraction of short-pulse Laguerre-Gaussian beams // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 5. P. 441–446.
7. *Маракасов Д.А., Рычков Д.С.* Оценка изменения эффективного радиуса методом линий тока для осесимметричных лазерных пучков в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 4. С. 317–322; *Marakasov D.A., Rychkov D.S.* Estimate of the change in the effective beam width by the streamline method for axisymmetric laser beams in a turbulent atmosphere // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 5. P. 447–451.
8. *Банах В.А., Герасимова Л.О., Фалиц А.В.* Статистика импульсных лагерра-гауссовых пучков в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 5. С. 369–376.
9. *Xie Ch., Giust R., Jukna V., Furfaro L., Jacquot M., Lacourt P., Froehly L., Dudley J., Couairon A., Courvoisier F.* Light trajectory in Bessel-Gauss vortex beams // J. Opt. Soc. Am. A. 2015. V. 32, N 7. P. 1313–1316.
10. *Birch P., Ituen I., Young R., Chatwin Ch.* Long-distance Bessel beam propagation through Kolmogorov turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 2015. V. 32, N 11. P. 2066–2073.
11. *Cheng M., Guo L., Li J., Huang Q.* Propagation properties of an optical vortex carried by a Bessel-Gaussian beam in anisotropic turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 2016. V. 33, N 8. P. 1442–1450.
12. *Chen Sh., Li Sh., Zhao Y., Liu J., Zhu L., Wang A., Du J., Shen L., Wang J.* Demonstration of 20-Gbit/s high-speed Bessel beam encoding/decoding link with adaptive turbulence compensation // Opt. Lett. 2016. V. 41, N 20. P. 4680–4683.
13. *Zhang Y., Ma D., Yuan X., Zhou Z.* Numerical investigation of flat-topped vortex hollow beams and Bessel beams propagating in a turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2016. V. 55, N 32. P. 9211–9216.
14. *Doster T., Watnik A.T.* Laguerre-Gauss and Bessel-Gauss beams propagation through turbulence: Analysis of channel efficiency // Appl. Opt. 2016. V. 55, N 36. P. 10239–10246.
15. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
16. *Wolf E.* Introduction to the theory of coherence and polarization of light. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007. 222 p.
17. *Gbur G., Visser T.D.* The structure of partially coherent fields // Prog. Opt. / E. Wolf (ed.). Amsterdam: Elsevier, 2010. V. 55. P. 285–341.

18. *Bogatyyrova G.V., Fel'de Ch.V., Polyanskii P.V., Ponomarenko S.A., Soskin M.S., Wolf E.* Partially coherent vortex beams with a separable phase // *Opt. Lett.* 2003. V. 28, N 11. P. 878–880.
19. *Gbur G., Visser T.D.* Coherence vortices in partially coherent beams // *Opt. Commun.* 2003. V. 222, N 1–6. P. 117–125.
20. *Gbur G., Visser T.D., Wolf E.* “Hidden” singularities in partially coherent wavefields // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2004. V. 6, N 5. P. S239–S242.
21. *Maleev I.D., Palacios D.M., Marathay A.S., Swartzlander G.A.* Spatial correlation vortices in partially coherent light: Theory // *J. Opt. Soc. Am. B.* 2004. V. 21, N 11. P. 1895–1900.
22. *Ding Ch., Pan L., Lu B.* Phase singularities and spectral changes of spectrally partially coherent higher-order Bessel-Gauss pulsed beams // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2009. V. 26, N 12. P. 2654–2661.
23. *Eyyuboglu H.T., Baykal Y., Cai Y.* Complex degree of coherence for partially coherent general beams in atmospheric turbulence // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2007. V. 24, N 9. P. 2891–2901.
24. *Martinez-Herrero R., Manjavacas A.* Overall second-order parametric characterization of light beams propagating through spiral phase elements // *Opt. Commun.* 2009. V. 282, N 4. P. 473–477.
25. *Borghì R., Santarsiero M., Gori F.* Axial intensity of apertured Bessel beams // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1997. V. 14, N 1. P. 23–26.
26. *Chen B., Chen Z., Pu J.* Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams in turbulent atmosphere // *Opt. Laser Technol.* 2008. V. 40, N 6. P. 820–827.
27. *Zhu K., Zhou G., Li X., Zheng X., Tang H.* Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere // *Opt. Express.* 2008. V. 16, N 26. P. 21315–21320.
28. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
29. *Беленький М.С., Лукин В.П., Миронов В.Л., Покасов В.В.* Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1985. 176 с.
30. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

***I.P. Lukin. Coherence of Bessel-Gaussian beams propagating in the turbulent atmosphere.***

Coherent properties of vortex Bessel-Gaussian beams propagating in the turbulent atmosphere are theoretically studied. The approach to the analysis of this problem is based on the analytical solution of the equation for the transverse second-order mutual coherence function of the optical radiation field. The behavior of coherence degree, coherence length and integral scale of coherence degree of vortex Bessel-Gaussian beams depending on parameters of a beam and characteristics of the turbulent atmosphere is particularly considered. It is shown that the coherence length, and integral scale of coherence degree of a vortex Bessel-Gaussian beam essentially inversely depend on the topological charge of a vortex beam. Thus, in process of increase in a topological charge of a vortex beam the increase in reduction of values of coherence radius and integral scale of coherence degree of a vortex Bessel-Gaussian beam becomes less. The value of the given effect also essentially depends on characteristics of the turbulent atmosphere: at weak and strong fluctuations of optical radiation the given effect is not great, it reaches a maximum in the transition region from weak to strong fluctuations of optical radiation.