«Оптика атмосферы и океана», **13**, № 8 (2000)

УДК 551: 521: 535.31: 535.36

Т.А. Сушкевич

Линейно-системный подход и теория оптического передаточного оператора

Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, г. Москва

Поступила в редакцию 10.11.99 г.

Рассматриваются проблемы дистанционного зондирования земной поверхности через атмосферу и учета вклада отражающей подстилающей поверхности в моделях атмосферной радиации Земли. Математическая модель переноса излучения в системе «атмосфера – земная поверхность» методом функций влияния и пространственно-частотных характеристик сформулирована как оптический передаточный оператор в рамках классического линейно-системного подхода.

Введение

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования переноса солнечной радиации в системе «атмосфера – земная поверхность» (САП) и собственного излучения Земли позволили создать достоверные представления о радиационном поле планеты и установить явные и количественные связи между радиационными характеристиками и оптико-физическими параметрами атмосферы и земной поверхности, ответственными за радиационный режим Земли и передаточные характеристики атмосферного канала в системах видения и дистанционного зондирования [1–25].

Под руководством К.Я. Кондратьева были подготовлены и реализованы первые научные эксперименты по спектрографированию различных типов природных образований на поверхности Земли в видимой области спектра (ПКК «Союз-7, 9, 13», ДОС «Салют», «Салют-3, 5») и комплексные синхронные подспутниковые геофизические эксперименты (ПКК «Союз-7, 9»). Для редукции спектральных космических данных к уровню подстилающей поверхности была введена передаточная функция САП и получены оценки ее составляющих по данным совмещенных подспутниковых экспериментов над ключевыми участками спектрофотометрируемых территорий [26–30].

В настоящее время можно констатировать, что в основном заложены теоретические и методические основы корректного учета влияния атмосферы как рассеивающей, поглощающей, излучающей, поляризующей, преломляющей среды при дистанционном зондировании атмосферы и земной поверхности. Вместе с тем понятно, что для повышения эффективности использования космической техники требуется продолжение теоретических исследований по интерпретации, анализу и обобщению результатов фотографирования, спектрофотометрирования, спектрографии, томографии, видеополяриметрии, радиометрии, телеметрии, спектрополяриметрии, рефрактометрии, визуальных наблюдений и, естественно, оптимизации условий самих измерений и экспериментов.

Можно выделить следующие типы радиационных задач, требующих учета земной поверхности. Первый тип – это задачи энергетики и радиационного баланса Земли, когда источником служит радиация Солнца. Такие задачи решаются преимущественно в приближении плоской модели земной оболочки с неявным учетом вклада однородной ламбертовой или неортотропной подстилающей поверхности. Второй тип – это задачи дистанционного зондирования атмосферы и облачности, когда земная поверхность является помехой. Третий тип – это задачи дистанционного зондирования земной поверхности, когда необходимо устранить (провести атмосферную коррекцию) или достоверно учесть влияние атмосферы.

В решение задач учета атмосферных искажений при обработке спутниковых изображений земной поверхности существенный вклад внесли работы В.В. Козодерова [31–34]. Постановка задачи учета горизонтальных неоднородностей ламбертовой поверхности в методе сферических гармоник решения краевых задач переноса солнечного излучения в рассеивающей атмосфере дана в [34]. Использовалось представление о пространственно-частотной характеристике (ПЧХ) САП как одном из средств решения краевой задачи теории переноса для флуктуационной составляющей поля солнечного излучения в дополнение к краевой задаче для средней составляющей интенсивности излучения [22]. Подобный подход сформулирован в [35] с введением модели ПЧХ, инвариантной относительно вариаций альбедо и условий освещения, и численным решением комплексного уравнения переноса итерационным методом характеристик [5, 6, 15, 36]. Автором впервые была рассчитана полная ПЧХ САП для наклонных трасс наблюдения из космоса как амплитудно- и фазо-частотная характеристика для реалистичных моделей рассеивающей и поглощающей атмосферы [5, 6, 15]. Впервые были проведены теоретико-расчетные исследования фазовых искажений, приводящих к сдвигу изображения, сопоставимому с рефракционным сдвигом, который оценивался М.В. Кабановым [37]. Теоретические оценки амплитудно-фазовых искажений передачи изображения через мутную среду качественно совпали с результатами первого уникального эксперимента [38]. Полностью сформировалась модель передаточных свойств атмосферы при ламбертовой поверхности в форме оптического передаточного оператора (ОПО) [5, 6, 15, 39–43].

Первые практические результаты радиационной коррекции (т.е. коррекции радиометрических искажений аппаратуры и влияния рассеивающих и поглощающих свойств атмосферы) для цифровых изображений сканирующих спутниковых радиометров даны в [44]. Эти результаты были получены на несколько лет ранее, чем аналогичные результаты обработки космических изображений Земли зарубежными авторами. Другой эффективный алгоритм радиационной коррекции был разработан и реализован авторами работы [45]. Сложности учета неортотропности отражения солнечного излучения различными природными образованиями исследовались в [46]. Реализация этапов атмосферной коррекции спутниковых изображений описана в [47]. Эти результаты и выводы лежат в основе методов и средств современного космического землеведения [8, 13, 14, 18, 20, 22, 23].

Линейно-системный подход

В любой активной или пассивной системе дистанционного зондирования земной поверхности всегда присутствуют четыре главных компонента: «сценарий», «сцена», т.е. распределение яркости наблюдаемых объектов или ландшафта; атмосферный канал передачи изображения; прибор регистрации электромагнитных волн; комплекс обработки и распознавания изображения. В трех компонентах проявляется влияние атмосферы: атмосферно-оптические механизмы воздействуют на формирование «сценария», на перенос его изображения через среду и учитываются в радиационной коррекции при анализе «сцен».

Вследствие бесконечного многообразия возможных объектов наблюдения целесообразно использовать универсальный подход, который позволяет описывать весь канал наблюдения через объективные характеристики, инвариантные относительно конкретных структур зондируемых объектов, условий освещенности и визирования. Такой подход широко применяется в классической оптике, в теориях видения, электрических цепей, оптико-электронных систем, фотографии, обработки изображений и т.д. и известен как *линейно-системный подход* [1, 9, 21, 23].

Под системой следует понимать все то, что осуществляет преобразование ряда входных функций или воздействий в ряд выходных функций или реакций (откликов). Реакции систем на входные воздействия вследствие их аналогии можно описать некоторыми обобщенными характеристиками, определение которых не зависит от конкретного вида системы (электрической, оптической, радиофизической и т.д.). Общность состоит в том, что функциональное соотношение, связывающее входной $E(x, y)$ и выходной $\Phi(x, y)$ двумерные сигналы системы

$$\Phi(x,y) = (\Theta,E) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta\,(x,y,x',y')E(x',y')\,dx'dy', \tag{1}$$

имеет фундаментальный характер и известно как *интеграл суперпозиции*, означающий, что линейная система полностью характеризуется суммой ее откликов на входные воздействия; x, y – горизонтальные координаты. Если выполняется условие *пространственной инвариантности* (*изопланарности*), то *функция рассеяния* (ФР) системы или *функция рассеяния точки* (ФРТ) $\Theta(x,y,x',y')$ зависит от разности аргументов и функционал (1) принимает вид свертки

$$\Phi(x,y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta\,(x-x', y-y')E(x',y')\,dx'dy'. \tag{2}$$

С помощью теоремы о фурье-спектре свертки двумерный спектр выходного сигнала системы $B(p_x, p_y) = F[\Phi(x, y)]$ получается в виде произведения

$$B(p_x,p_y) = \Psi(p_x,p_y)\,V(p_x,p_y), \tag{3}$$

где спектральная плотность входного сигнала (распределения яркости объекта) $V(p_x, p_y) = F[E(x, y)]$. Спектральная плотность функции рассеяния $\Psi(p_x, p_y) = F[\Theta(x, y)]$ называется *передаточной функцией* системы, или *оптической передаточной функцией* (ОПФ).

С помощью обратного преобразования Фурье из (3) можно найти значение выходного сигнала системы (распределение яркости на выходе оптической системы):

$$\Phi(x,y) = F^{-1}[B(p_x,p_y)] = F^{-1}[\Psi(p_x,p_y)\,V(p_x,p_y)]. \tag{4}$$

Следовательно, (оптическая) система осуществляет двумерное преобразование Фурье над произведением спектров ее функции рассеяния и входного сигнала.

Согласно (3) ОПФ $\Psi(p_x,p_y)$ позволяет установить соответствие между двумерными спектрами распределений яркости в плоскости объекта и освещенности в плоскости изображения. Следовательно, *оптическая система* представляет собой *линейный фильтр пространственных частот* с коэффициентом передачи $\Psi(p_x,p_y)$. Функция $\Psi(p_x,p_y)$ в общем случае является комплексной функцией:

$$\Psi(p_x,p_y) = A(p_x,p_y)\,\exp\,[i\beta(p_x,p_y)].$$

Модуль $A(p_x,p_y)$ нормированной ОПФ называют двумерной *пространственно-частотной характеристикой*, *частотно-контрастной характеристикой* (ЧКХ), *амплитудно-частотной характеристикой* (АЧХ), *функцией передачи модуляции* (ФПМ), а зависимость фазы $\beta(p_x,p_y)$ от пространственной частоты – *фазочастотной характеристикой* (ФЧХ). При симметричной ФРТ нормированная ОПФ совпадает с ЧКХ и фаза $\beta(p_x,p_y) = 0$. Формально ОПФ определяется как двумерный фурье-спектр ФРТ. ЧКХ системы представляет собой отношение наблюдаемого контраста в изображении диффузно светящейся гармонической миры к исходному контрасту в зависимости от частоты миры. ФЧХ системы определяет фазовый сдвиг в изображении миры.

Для систем с цилиндрической симметрией используется преобразование Фурье–Бесселя, или преобразование Ганкеля нулевого порядка:

$$\Phi(\nu) = 2\pi \int\limits_{0}^{\infty} \Phi(\rho)\,J_0(2\pi\nu\rho)\rho\,d\rho.$$

Вопрос о преимуществах использования той или иной характеристики системы переноса излучения, по сути, является вопросом удобства математического описания и прикладной направленности конкретного исследования.

Концепция (оптической) пространственной фильтрации, т.е. манипулирование пространственными частотами с целью изменения или передачи свойств изображения, известна уже более 100 лет как результат работ Эрнста Аббе [48]. Эти работы оказали значительное влияние на научную дисциплину, которая позже была названа фурье-оптикой [49]. Эта наука возникла на стыке классической оптики и теории информации. Результаты Аббе непосредственно привели к описанию изображающих оптических приборов как фильтров пространственных частот поля объекта.

Ключевым поворотным моментом в развитии оптических методов обработки изображений оказалось появление в 30-х гг. работ Н. Нюберга [50, 51] и в 40-х – работ Р.М. Дюфье [52]. Нюберг [50] предложил для анализа проблемы света и прибора использовать разложение функций по системе ортонормированных функций как наилучшее линейное приближение. В работе [51] Нюберг вводит общий принцип построения спектральных приборов с использованием идеи о разложении аналитической функции в ряд по любой полной системе ортогональных функций. Эта работа оказала весомое влияние на развитие метода фурье-спектрометрии.

Рассматривая обобщенную изображающую систему как линейный фильтр, Дюфье установил, что распределение энергии в плоскости объекта или изображения и в плоскости зрачка оптической системы связано преобразованием Фурье, и описал распределение интенсивности света в плоскости изображения как результат распределения интенсивности света в плоскости объекта и *аппаратной функции рассеяния точки* (т.е. *импульсного отклика*). Идеи Дюфье дали колоссальные плоды [49]: уже в 50–60-е гг., благодаря общему математическому аппарату, были сформулированы основные положения теории систем (линейных и нелинейных, инвариантных и пространственно-неинвариантных, систем с обратной связью и т.д.); установлены аналогии между оптикой и наукой о передаче информации, между оптическими и электрическими фильтрами, между оптикой и радиоэлектроникой, между повышением четкости изображения и выравниванием передаточной функцией; развиты для синтеза оптических систем, когерентно-оптических и голографических методов обработки информации (бурный расцвет с появлением лазеров); сделаны попытки управлять фазовым пропусканием пространственных фильтров с помощью поляризационных методов, а также амплитудным и фазовым пропусканием с помощью голографического метода; обратились к важной проблеме обнаружения оптическими средствами сигнала на фоне шума с использованием некогерентного, частично когерентного и когерентного света; бурное развитие получили адаптивная оптика (В.П. Лукин, 1986), оптико-электронные системы (М.М. Мирошников, 1977), теория обработки изображений (Ю.П. Пытьев, 1979, 1983, 1989; Г.И. Василенко, 1985, 1986), теория информации [22, 23] и т.д. В течение десятилетия было опубликовано огромное число работ, посвященных фурье-анализу оптических изображающих систем. Таким образом были заложены основы (математического) аппарата *теории линейных систем* (А. Марешаль, М. Франсон, 1964; Э. О'Нейл, 1966; Дж. Гудмен, 1970; А. Папулис, 1971 и др.).

В соотношениях (1)–(4) заключены базовые основы аппарата теории линейных (двумерных) систем [21]. Пространственная фильтрация оценивается с помощью пространственных и пространственно-частотных характеристик. Эта методика линейных преобразований в пространственной и пространственно-частотной областях, содержащая такие понятия, как импульсное воздействие (вместо точечного источника), импульсный отклик (вместо изображения точечного источника) [21], может быть обобщена на системы с узкими и широкими мононаправленными пучками. В частности, такие пучки возникают в задачах для функций влияния при анизотропно отражающих поверхностях.

Будем рассматривать *атмосферный канал* как элемент *оптической системы переноса излучения* и сформулируем теорию *оптического передаточного оператора*, используя математический аппарат линейно-системного подхода.

Объективные характеристики: *функция размытия точки*, *оптическая передаточная функция*, *частотно-контрастная характеристика*, *пространственно-частотная характеристика*, *функция передачи модуляции*, *импульсно-переходная функция* (ИПФ), *функция рассеяния* системы и др. качества изображения, воспроизводящих и передающих оптических, оптико-электронных, фотографических, кинематографических, телевизионных, радиотехнических, управляющих и прочих систем, естественным путем переносятся на область теории переноса излучения в оптически-активных средах.

Математическая постановка задачи

Атмосферная радиация Земли формируется под влиянием двух компонент САП. Связи между радиационными характеристиками и параметрами атмосферы и земной поверхности описываются решениями краевой задачи теории переноса излучения в САП, когда важно использовать теорию многократного рассеяния. Сложность задачи заключается в многопараметричности модели среды, большом разнообразии процессов трансформации энергии Солнца, вариантов визирования и способов измерений. Приходится иметь дело с краевыми задачами для интегродифференциального кинетического уравнения, описывающего перенос излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих, преломляющих, поляризующих средах с одномерной, двумерной или трехмерной плоской или сферической геометрией. Теория переноса позволяет изучать влияние различных факторов на прохождение излучения в САП и получать связи конкретных параметров среды с характеристиками радиационного поля. Таким образом можно определить чувствительность спектральной яркости, угловой и пространственной структуры поля радиации, пространственного распределения плотности и потоков излучения при заданных условиях освещения и наблюдения к вариациям этих параметров.

Рассматривается задача переноса излучения в рассеивающем, поглощающем и излучающем горизонтально-однородном плоском слое, не ограниченном в горизонтальном направлении ($-\infty < x, y < \infty$, $r_\perp = (x, y)$) и конечном по высоте ($0 \le z \le h$), трехмерного евклидова пространства: радиус-вектор $r = (x, y, z)$. Система «атмосфера – подстилающая поверхность на уровне $z = h$» считается немультиплицирующей (без размножения). Множество всех направлений распространения излучения $s = (\mu, \varphi)$, где $\mu = \cos\vartheta$, $\vartheta \in [0, \pi]$ – зенитный угол, отсчитываемый от направления внутренней нормали к верхней границе слоя $z = 0$, которая совпадает с осью z, и $\varphi \in [0, 2\pi]$ – азимут, отсчитываемый от положительного направления оси x, образует единичную сферу $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$; Ω^+ и Ω^- – полусферы для направлений распространения нисходящего, пропущенного излучения с $\mu \in [0, 1]$ и восходящего, отраженного излучения с $\mu \in [-1, 0]$ соответственно. Значение $\varphi = 0$ полагается в плоскости солнечного вертикала, совпадающей с плоскостью, проходящей через оси x и z. Солнечный поток падает на верхнюю границу слоя $z = 0$ в направлении $s_0 = (\mu_0, \varphi_0)$ с зенитным углом $\vartheta_0 \in [0, \pi/2]$, $\mu_0 = \cos\vartheta_0$, и азимутом $\varphi_0 = 0$. Для удобства записи граничных условий вводим множества $t = \{z, r_\perp, s : z = 0, s \in \Omega^+\}$, $b = \{z, r_\perp, s : z = h, s \in \Omega^-\}$, метки которых выбраны для наглядности от слов «top» – верх, «bottom» – дно.

Интенсивность (энергетическая яркость) излучения $\Phi(r, s)$ в САП находится как решение общей краевой задачи (ОКЗ при R є;/ 0) теории переноса

$$K\Phi = F^{in}, \quad \mathrm{F}\big|_t = F^0, \quad \mathrm{F}\big|_b = \varepsilon R\Phi + F^h \tag{5}$$

с линейными операторами:

оператор переноса

$$D \equiv (s, \text{grad}) + \sigma(z) = D_z + \left(s_\perp, \frac{\partial}{\partial r_\perp} \right),$$

$$D_z \equiv \mu \frac{\partial}{\partial z} + \sigma(z);$$

интеграл столкновений

$$S\,\Phi \equiv \sigma_s(z) \int\limits_{\Omega} \gamma\,(z, s, s')\,\Phi(z, r_\perp, s')\,ds',$$

$$ds' = d\mu' d\varphi', \quad S(1) \le 1;$$

оператор отражения

$$[R\,\Phi](h, r_\perp, s) \equiv \int\limits_{\Omega^+} q\,(r_\perp, s, s^+)\,\Phi(h, r_\perp, s^+)\,ds^+, \tag{6}$$

который является равномерно ограниченным оператором: $R(1) = q^*(r_\perp, s) \le 1$; интегродифференциальный оператор $K \equiv D - S$; одномерный оператор $K_z \equiv D_z - S$; $\gamma(z, s, s')$ – индикатриса рассеяния; $\sigma(z)$ и $\sigma_s(z)$ – вертикальные профили коэффициентов ослабления (экстинкции) и рассеяния; $q(r_\perp, s, s^+)$ – ядро оператора отражения; параметр $0 \le \varepsilon \le 1$ фиксирует акт взаимодействия излучения с подложкой; $F^{in}(z, s)$, $F^0(r_\perp, s^+)$, $F^h(r_\perp, s^-)$ – источники инсоляции (внешний солнечный поток, собственное излучение среды).

Краевая задача (5) – линейная, и ее решение можно искать в виде суперпозиции $\Phi = \Phi_a + \Phi_q$. Фоновое излучение атмосферы Φ_a определяется как решение первой краевой задачи теории переноса (ПКЗ) с «вакуумными» граничными условиями

$$K\Phi_a = F^{in}, \quad \text{F}_a\big|_t = F^0, \quad \text{F}_a\big|_b = F^h \tag{7}$$

для слоя с прозрачными или абсолютно черными (неотражающими) границами ($R \equiv 0$) и может содержать три фоновые компоненты: $\Phi_a = \Phi^{in};_a + \Phi^0;_a + \Phi^h;_a$, каждую из которых можно рассчитывать отдельно как решения ПКЗ (7) с источниками F^{in}, F^0, F^h соответственно.

Задача для подсветки Φ_q, обусловленной влиянием отражающей подстилающей поверхности, – это ОКЗ

$$K\Phi_q = 0, \quad \text{F}_q\big|_t = 0, \quad \text{F}_q\big|_b = \varepsilon R\Phi_q + \varepsilon E, \tag{8}$$

где источник $E(r_\perp, s) \equiv R\Phi_a$ – яркость (освещенность, облученность) подложки, создаваемая фоновым излучением.

ОКЗ (5) для плоского слоя – это математическая идеализация переноса излучения в рассеивающих, поглощающих, излучающих средах, достаточно адекватно описывающая реальные радиационные процессы в САП. Все многообразие подстилающих поверхностей (без учета возвышений и орографии), описываемое оператором (6), и граничных источников можно объединить в четыре основных типа (или их комбинации): горизонтально-однородные изотропные и анизотропные; горизонтально-неоднородные изотропные и анизотропные. Если хотя бы одна из функций F^0, F^h, q зависит от $r_\perp$, то решение ОКЗ (5) определяется в пятимерном фазовом объеме $(x, y, z, \vartheta, \varphi)$ и ОКЗ не разрешима численными методами без ограничения горизонтальных размеров слоя. Решения трехмерных ОКЗ относятся к классу обобщенных решений.

Существует целая наука вычисления фундаментального решения уравнений в частных производных фурье-методом. Большую роль сыграла «подсказка» в учебнике по математической физике для МФТИ академика В.С. Владимирова [53], касающаяся уравнения переноса. Теоретические построения и алгоритмы расчета ОПО основываются на теории обобщенных решений, теории интегральных преобразований обобщенных функций и рядов общей теории регулярных возмущений (асимптотический метод). Подход, разработанный на базе строгих математических основ, называем *методом функций влияния* (ФВ) *и пространственно-частотных характеристик* (методом ФВ и ПЧХ) [5, 6, 15, 54, 55]. В теории обобщенных решений ФВ является фундаментальным решением ПКЗ и ОКЗ – универсальной характеристикой системы переноса излучения, инвариантной относительно конкретных значений и структур источников излучения и параметров отражения границы. Этот термин включает все многообразие известных частных терминов: ФР, ФРТ, ИПФ, функция Грина и др. и методически объединяет одно-, дву- и трехмерные краевые задачи. Термин ПЧХ вводится как двумерный фурье-спектр ФВ по горизонтальным координатам. Очевидна идентичность понятий ПЧХ, ОПФ, ФПМ, ЧКХ и т.п. Заметим, что ФВ и ПЧХ могут зависеть от некоторых переменных, как от параметров. Первыми в теории переноса аппарат ФВ использовали А.С. Монин [56] и Б.Б. Кадомцев [57]. Ряды общей теории (регулярных) возмущений (асимптотическая теория) применяются достаточно давно [15, 25, 54, 55, 58–61].

Функции влияния краевой задачи теории переноса

Рассмотрим ПКЗ

$$K\Phi = 0, \quad \text{F}\big|_t = 0, \quad \text{F}\big|_b = f(s^h, r_\perp, s). \tag{9}$$

Параметр $s^h \in \Omega^-$ может отсутствовать. Задача (9) отвечает линейной САП, и ее обобщенное решение представляется в виде линейного функционала – интеграла суперпозиции

$$\Phi(s^h, z, r_\perp, s) = P(f) \equiv (\Theta, f) \equiv \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} ds_h^- \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta\,(s_h^-, z, r_\perp - r'_\perp, s) \times$$

$$\times f(s^h, r'_\perp, s_h^-)\,d r'_\perp, \tag{10}$$

ядром которого является ФВ $\Theta(s_h^-, z, r_\perp, s)$ – решение ПКЗ

$$K\Theta = 0, \quad \text{Q}\big|_t = 0, \quad \text{Q}\big|_b = f_\delta \tag{11}$$

с параметром $s_h^- \in \Omega^-$ и источником $f_\delta(s_h^-, r_\perp, s) = \delta(r_\perp)\,\delta(s - s_h^-)$. ФВ Θ фактически описывает поле излучения в слое с неотражающими границами, создаваемое за счет процессов многократного рассеяния стационарного узкого пучка с направлением s_h^-, источник которого расположен на границе $z = h$ в центре системы горизонтальных координат x, y.

Если источник $f(r_\perp)$ – изотропный и горизонтально-неоднородный, то решение ПКЗ (9) находится через линейный функционал – свертку

$$\Phi(z,r_\perp,s) = P_r(f) \equiv (\Theta_r, f) \equiv \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta_r\ (z, r_\perp - r'_\perp, s) f(r'_\perp)\, dr'_\perp \quad (12)$$

с ядром

$$\Theta_r(z,r_\perp,s) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} \Theta\ (s^-_h, z, r_\perp, s)\, ds^-_h\,. \quad (13)$$

ФВ Θ_r совпадает с ФРТ и удовлетворяет ПКЗ

$$K\Theta_r = 0, \quad Q_r\big|_t = 0, \quad Q_r\big|_b = \delta(r_\perp). \quad (14)$$

В случае анизотропного и горизонтально-однородного источника $f(s^h, s)$ решение ПКЗ (9) определяется через линейный функционал

$$\Phi(s^h, z, s) = P_z(f) \equiv (\Theta_z, f) \equiv \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} \Theta_z\ (s^-_h, z, s) f(s^h, s^-_h)\, ds^-_h \quad (15)$$

с ядром

$$\Theta_z(s^-_h, z, s) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta\ (s^-_h, z, r_\perp, s)\, dr_\perp\,. \quad (16)$$

ФВ Θ_z является решением одномерной ПКЗ

$$K_z\Theta_z = 0, \quad Q_z\big|_t = 0, \quad Q_z\big|_b = \delta(s - s^-_h) \quad (17)$$

и описывает поле излучения, сформированное в слое, на границу $z = h$ которого извне падает параллельный широкий поток в направлении $s^-{}_h \in \Omega^-$. ПКЗ (17) аналогична обычной задаче для одномерного плоского слоя, освещаемого солнечным потоком.

При изотропном и горизонтально-однородном источнике решение ПКЗ (9)

$$\Phi(z,s) = fW(z,s), \quad f = \text{const}, \quad (18)$$

рассчитывается через ФВ

$$W(z,s) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} ds^-_h \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta\ (s^-_h, z, r_\perp, s)\, dr_\perp = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Theta_r\ (z, r_\perp, s)\, dr_\perp =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} \Theta_z\ (s^-_h, z, s)\, ds^-_h\,, \quad (19)$$

которую называют также функцией пропускания, отягощенной вкладом многократного рассеяния, и определяют как решение одномерной ПКЗ

$$K_zW = 0, \quad W\big|_t = 0, \quad W\big|_b = 1. \quad (20)$$

Соотношения (13), (16), (19) можно использовать в качестве критериев точности вычислений ФВ Θ, Θ_r, Θ_z через решения более простых ПКЗ (14), (17), (20). Функционалы (12), (15), (18) являются частными случаями функционала (10). Функции влияния Θ, Θ_r, Θ_z, W составляют полный набор базовых моделей фундаментальных решений первых и общих краевых задач теории переноса излучения в плоском слое и объективных инвариантных характеристик линейной САП.

Пространственно-частотные характеристики

С помощью фурье-преобразования по горизонтальной координате $r_\perp$:

$$g(p) = F[f(r_\perp)] \equiv \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(r_\perp) \exp\,[i(p, r_\perp)]\, dr_\perp, \quad B \equiv F[\Phi], \quad (21)$$

где пространственная частота $p = (p_x, p_y)$ принимает только действительные значения $(-\infty < p_x, p_y < \infty)$, в классе обобщенных функций медленного роста [53] ПКЗ (9) приводится к ПКЗ для параметрического одномерного комплексного уравнения переноса (КПКЗ):

$$L(p)B = 0, \quad B\big|_t = 0, \quad B\big|_b = g(s^h, p, s) \quad (22)$$

с линейным оператором

$$L(p) \equiv D_z - i(p, s_\perp) - S;$$

$$(p, s_\perp) = p_x \sin\vartheta \cos\varphi + p_y \sin\vartheta \sin\varphi.$$

Решение КПКЗ (22) представляется как линейный функционал

$$B(s^h, z, p, s) = \Pi(g) \equiv (\Psi, g) \equiv \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} \Psi\ (s^-_h, z, p, s)\, g(s^h, p, s^-_h)\, ds^-_h\,. \quad (23)$$

Ядром (23) является ПЧХ $\Psi(s^-_h, z, p, s) = F[\Theta(s^-_h, z, r_\perp, s)]$ с параметрами $s^-_h \in \Omega^-$ и p – решение КПКЗ

$$L(p)\Psi = 0, \quad Y\big|_t = 0, \quad Y\big|_b = g_\delta, \quad (24)$$

которая получается в результате применения фурье-преобразования (21) к ПКЗ (11):

$$g_\delta(s^-_h, s) \equiv F[f_\delta(s^-_h, r_\perp, s)] = \delta(s - s^-_h).$$

Кроме модели ПЧХ Ψ (24) для случая горизонтально-неоднородного и анизотропного источника в ПКЗ (9), в набор базовых моделей входит ПЧХ

$$\Psi_r(z,p,s) \equiv F[\Theta_r(z, r_\perp, s)] = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Omega^-} \Psi\ (s^-_h, z, p, s)\, ds^-_h\,,$$

которая удовлетворяет КПКЗ

$$L(p)\Psi_r = 0, \quad Y_r\big|_t = 0, \quad Y_r\big|_b = 1, \quad (25)$$

когда источник в ПКЗ (9) изотропный и горизонтально-неоднородный.

Имеют место соотношения: если $\Psi = F[\Theta]$, то $\Theta = F^{-1}[\Psi]$; если $g = F[f]$, то $f = F^{-1}[g]$. Получаются следующие связи для функционалов:

$$\Pi(g) = F[P(f)]; \quad P(f) = F^{-1}[\Pi(g)].$$

Оптический передаточный оператор

На основе общей теории регулярных возмущений с помощью ряда

$$\Phi_q(s^h, z, r_\perp, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \, \Phi_k$$

ОКЗ (8) сводится к системе рекуррентных ПКЗ типа (9)

$$K\Phi_k = 0, \quad \mathrm{F}_k\big|_t = 0, \quad \mathrm{F}_k\big|_b = E_k \tag{26}$$

с источниками $E_k = R\,\Phi_{k-1}$ для $k \geq 2$, $E_1 = E$. Вводится операция, описывающая взаимодействие излучения с границей через ФВ Θ:

$$[Gf]\,(s^h, h, r_\perp, s) \equiv R(\Theta, f) = \int_{\Omega^+} q\,(r_\perp, s, s^+)\,(\Theta, f)\,ds^+.$$

Решения системы ПКЗ (26) находятся как линейные функционалы (10):

$$\Phi_1 = (\Theta, E),$$

$$\Phi_k = (\Theta, R\,\Phi_{k-1}) = (\Theta, G^{k-1}E).$$

Асимптотически точное решение ОКЗ (8) получается в форме линейного функционала (10) – оптического передаточного оператора

$$\Phi_q = (\Theta, Y), \tag{27}$$

где «сценарий» оптического изображения или яркость подстилающей поверхности

$$Y \equiv \sum_{k=0}^{\infty} G^k\, E = \sum_{k=0}^{\infty} R\;\Phi_k, \quad R\,\Phi_0 = E, \tag{28}$$

есть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подложки с учетом многократного рассеяния в среде. Имеет место мажорантная оценка:

$$\|Y\| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \left\| R\;\Phi_k \right\| \,|\leq \|E\| \sum_{k=0}^{\infty} (q_*\, c_*)^{\,k} = \frac{\|\,E\,\|}{1 - q_* c_*} \leq \frac{q_*\,\|\,\Phi_a\,\|}{1 - q_* c_*},$$

$$\|\Phi_k\| = \mathrm{vrai}\sup_{z; r_\perp; s} |\Phi_k| \leq q_*^{\,k-1}\; c_*^{\,k}\; \|E\|,$$

$$\|R(1)\| \leq \mathrm{vrai}\sup_{r_\perp,\, s^-} \int_{\Omega^+} |\, q(r_\perp, s^-, s^+)\,|\, ds^+ = q_* \leq 1,$$

$$P(1) = W(z, s), \quad \|P(1)\| \leq \sup_{z,\, s} \; W = c_* \leq 1.$$

«Сценарий» удовлетворяет уравнению Фредгольма II рода

$$Y = R(\Theta, Y) + E, \tag{29}$$

которое называют уравнением «приземной фотографии» [45]. В общем случае $R(\Theta, Y) \neq (R\,\Theta, Y)$. Суммарное излучение САП и космическая фотография описываются функционалом

$$\Phi = \Phi_a + (\Theta, Y). \tag{30}$$

В терминах фурье-образов (21) компоненты ряда возмущений

$$B_q(s^h, z, p, s) \equiv F[\Phi_q(s^h, z, r_\perp, s)] = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k\;\; B_k,$$

$$B_k \equiv F[\Phi_k], \tag{31}$$

удовлетворяют системе рекуррентных КПКЗ типа (22). Фурье-образ оператора отражения (6) определяется по формуле ($\nu \equiv F[q]$)

$$[TB](h, p, s) \equiv F[R\Phi] =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} \nu\,(p - p', s, s^+)\, B(h, p', s^+)\, ds^+.$$

Операция взаимодействия излучения с границей вводится через ПЧХ:

$$[Qg]\,(s^h, h, p, s) \equiv F[Gf] = T(\Psi, g) =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{\Omega^+} \nu\,(p - p', s, s^+)\,(\Psi, g)\, ds^+.$$

Члены ряда (31) находятся как линейные функционалы (23):

$$B_1 = (\Psi, V), \quad B_k = (\Psi, TB_{k-1}) = (\Psi, Q^{k-1}V);$$

$$V \equiv F[E].$$

Сумма ряда (31) – фурье-образ асимптотически точного решения ОКЗ (8) в классе функций медленного роста есть линейный функционал (23)

$$B_q = (\Psi, Z), \quad \Phi_q = F^{-1}(\Psi, Z). \tag{32}$$

Фурье-образ «сценария» суть сумма ряда Неймана по кратности отражения излучения от подстилающей поверхности (в терминах фурье-образов):

$$F[Y] = Z = \sum_{k=0}^{\infty} Q^k\;\; V = \sum_{k=0}^{\infty} T\; B_k. \tag{33}$$

ФВ $\Theta(s^-;_h, z, r_\perp, s)$ и ПЧХ $\Psi(s^-;_h, z, p, s)$ используются для решения ОКЗ (8) со следующим набором пар функций источника и характеристики отражения:

$$E(r_\perp, s),\; q(r_\perp, s, s');\; E(r_\perp, s),\; q(s, s');$$

$$E(s),\; q(r_\perp, s, s');\; E(r_\perp),\; q(r_\perp, s, s');$$

$$E(r_\perp),\; q(s, s');\; E,\; q(r_\perp, s, s').$$

ФВ $\Theta_r(z, r_\perp, s)$ и ПЧХ $\Psi_r(z, p, s)$ являются ядрами функционалов, когда источник и параметр отражения составляют следующие пары:

$$E(r_\perp, s),\; q(r_\perp, s');\; E(r_\perp, s),\; q(s');\; E(s),\; q(r_\perp, s');$$

$$E(r_\perp),\; q(r_\perp, s');\; E(r_\perp),\; q(s');\; E,\; q(r_\perp, s').$$

С помощью ФВ $\Theta_z(s_h^-, z, s)$ определяются функционалы в случае следующих источников и параметров отражения: $E(s)$, $q(s, s')$; E, $q(s, s')$. Через ФВ $W(z, s)$ находится решение для пары E, $q(s')$.

Функционал (27) – это математическая модель переноса излучения в САП, адекватная исходной ОКЗ (8) при разных структурах источника E и типах подстилающей поверхности независимо от размерности САП (одно-, дву- или трехмерной). Вместо расчета ряда по кратности отражения в полном фазовом объеме решения ОКЗ (8) достаточно рассчитать конечный ряд Неймана только для «сценария» на границе $z = h$ (28). Угловые и пространственные распределения вклада подсветки – решения ОКЗ (8) можно искать с помощью линейного функционала – ОПО (27). При наличии горизонтальных неоднородностей на земной поверхности можно использовать ОПО в виде функционала (27) с ядром – ФВ или (32) с ядром – ПЧХ. При этом ФВ рассчитываются либо непосредственно (например, методом Монте-Карло), либо в малоугловом приближении [62–65], либо через ПЧХ – решения КПКЗ (24) или (25). Разные схемы реализации ОПО и структурирования суммарного поля радиации САП (30) [5, 6, 8, 11, 18, 22, 43, 45, 47, 66, 67] отличаются либо способами представления «сценария» (28) или (33) либо методами решения уравнения (29). С решением задачи при анизотропно отражающей подстилающей поверхности И.В. Мишин [66] не справился, а А.А. Иолтуховский [68] заимствовал результаты у Т.А. Сушкевич и при попытке их переизложения допустил грубые математические ошибки.

В рамках строгой теории ОПО и линейно-системного подхода метод ФВ и ПЧХ обобщен на задачи с учетом поляризации [69–73] и для двухсредных систем переноса (атмосфера–океан, атмосфера–облачность, атмосфера–гидрометеоры, атмосфера–растительный покров) с внутренней границей раздела [74–79], а также горизонтально-неоднородной атмосферы [5, 15, 41, 42]. Отметим, что впервые передаточные характеристики САП с учетом поляризации были исследованы К.Я. Кондратьевым и О.И. Смоктием [80]. Заметный вклад в решение проблемы поляризационного контраста внесли Г.В. Розенберг [81], Т.А. Сушкевич и С.А. Стрелков [15], сотрудники ИОА СО РАН [21].

В итоге исходная ОКЗ (8) сведена к линейному функционалу и сформулирован линейно-системный подход к решению проблем дистанционного зондирования земной поверхности. При этом четко определено проявление нелинейных эффектов из-за многократного переотражения излучения от поверхности в формировании «сценария», которые описываются через линейные передаточные характеристики изолированного слоя атмосферы.

Главные проблемы трехмерного переноса

Во-первых, для решения задач радиационной коррекции необходимо и достаточно разрешить трехмерную краевую задачу для бесконечного по горизонтальным координатам плоского слоя. Задача не разрешима без мер ограничения указанной бесконечности. Поэтому первыми были работы с использованием моделирования ФРТ методом Монте-Карло (Г.А. Михайлов, Б.А. Каргин, Г.М. Креков, В.В. Белов, Д.А. Усиков и др.), как известно, хорошо зарекомендовавшим себя для локальных расчетов, малоугловых приближений (Л.С. Долин, Л.М. Романова, Э.П. Зеге, В.С. Ремизович, В.В. Веретенников и др.), перехода от дифференциальной задачи к интегральному уравнению (Е.С. Кузнецов, М.С. Малкевич).

Мощным математическим аппаратом явился подход на основе теории обобщенных решений и интегральных преобразований обобщенных функций и, как следствие, метод ФВ и ПЧХ. В результате вместо неразрешимой исходной краевой задачи строится новая математическая модель трехмерного переноса излучения в форме функционалов, ядрами которых являются ФВ и ПЧХ в зависимости от способа представления. Эти основы позволили создать единую математически строгую теорию описания систем переноса излучения в разных областях приложений и с разной геометрией (одно-, дву-, трехмерные плоские и сферические задачи).

Во-вторых, для решения задач дистанционного зондирования (видения, передачи изображения и т.д.) желательно установить явную связь решения с параметрами системы переноса (или коэффициентами и источниками краевой задачи). ФВ и ПЧХ являются инвариантными характеристиками системы переноса излучения относительно зондируемых (или наблюдаемых, или возмущенных) параметров. Построенные функционалы назвали ОПО, поскольку они (по физике явления) описывают передачу излучения от зондируемых объектов через мутные рассеивающие и поглощающие среды к приемнику.

В-третьих, на практике все одно-, дву- и трехмерные задачи наблюдений реализуются в рамках линейно-системного подхода (вплоть до задач голографии и томографии), который лежит в основе построения моделей для обратных задач. Отличие разных конкретных подходов состоит в том, как учитываются нелинейные эффекты и помехи. Удалось все нелинейные приближения представить через линейные ФВ и ПЧХ и свести ОПО к линейному функционалу, ядром которого являются ФВ или ПЧХ, а «сценарий» учитывает все линейные и нелинейные эффекты.

С помощью единого понятия ПЧХ как амплитудно-частотной и фазочастотной характеристики объекта, атмосферного канала, измерительного прибора, изображения и т.д., а также сформулированного набора радиационных характеристик систем переноса излучения под руководством Т.А. Сушкевич и при участии С.А. Стрелкова впервые на практике было реализовано программное обеспечение для имитационного моделирования системы космического наблюдения высокого разрешения.

Заключение

Итак, проведенные исследования позволили получить фундаментальные результаты в теории ОПО. Во-первых, на единой методической основе сформулирован ОПО для всего разнообразия угловых и пространственных структур и характеристик отражения и источников излучения. Во-вторых, все нелинейные приближения представлены через линейные ФВ и ПЧХ. В-третьих, определен полный набор базовых моделей ФВ и ПЧХ, необходимый и достаточный для описания передаточных характеристик системы переноса излучения. В-четвертых, ОПО построен строго математически и физически корректно в рамках линейно-системного подхода. Изложенная теория ОПО описывает известные зарубежные и отечественные теоретические результаты.

Метод ФВ и ПЧХ – это универсальный математически строгий подход к решению задач из широкой области приложений. Интерпретация методов, разрабатываемых разными авторами, как реализации метода ФВ и ПЧХ, позволяет получить единые базовые формулы для широкого класса прикладных задач. Для таких задач методы, приемы, подходы, введенные в рассмотрение различными авторами, по существу оказались либо эквивалентными и отличались только схемами реализации, либо близкими. Поэтому нецелесообразно персонализировать эти методы, ставшие уже почти классическими, а за деталями алгоритмов отошлем читателя к оригинальным источникам, библиография которых, насчитывающая более 800 публикаций, содержится в [25]. В разных областях приложений сложилась своя частная, специальная, прикладная терминология, что затрудняет установление общности между ними и ограничивает возможности использования наиболее продвинутых результатов из смежных областей. На современном этапе, когда теоретико-расчетные исследования вследствие вседоступности ЭВМ приняли массовый характер, необходимо при манипулировании математическими объектами пользоваться универсальными, обобщенными математическими терминами, понятиями. В эмпирических теоретико-расчетных исследованиях с привлечением компьютеров почти каждый исследователь в одной и той же предметной области вводит свою терминологию, создавая ложное впечатление оригинальности методики.

Как показал анализ состояния проблемы учета и дистанционного зондирования земной поверхности, все многообразие подходов сводится к трем основным. Первым появился неявный способ учета отражающей поверхности. Второй – это явный способ методом ФВ и ПЧХ. Третий – это функционалы и сопряженные уравнения [61]. Термин ФВ объединяет все типы сингулярности и диффузности источника и все четыре типа поверхностей. Термин ПЧХ – это двумерные фурье-спектры в горизонтальной плоскости, в том числе от ФВ. В частном случае, когда берется фурье-образ ФРТ, иногда ПЧХ называют ОПФ, ФПМ [3, 11, 19, 21, 66].

Общность описанной методики состоит в том, что она распространяется на разные диапазоны спектра длин волн и условия дистанционного зондирования. Важно, чтобы «сценарий» и атмосферный канал рассматривались в рамках теории переноса излучения. В частности, это касается квазиоптического приближения для диапазона миллиметровых волн. Предпочтительнее избегать частого употребления термина «оптический», который сужает область применимости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99–01–00170).

1. *Иванов А.П.* Оптика рассеивающих сред. Минск: Наука и техника, 1969. 592 с.
2. *Малкевич М.С.* Оптические исследования атмосферы со спутников. М.: Наука, 1973. 303 с.
3. *Зуев В.Е., Кабанов М.В.* Перенос оптических сигналов в земной атмосфере (в условиях помех). М.: Сов. радио, 1977. 368 с.
4. *Марчук Г.И., Елепов Б.С., Михайлов Г.А. и др.* Решение краевых задач методом Монте-Карло. Новосибирск: Наука, 1980. 174 с.
5. *Сушкевич Т.А., Иолтуховский А.А., Стрелков С.А.* // Исследование природных ресурсов Земли из космоса: Труды VII научных чтений по космонавтике. М.: ИИЕТ АН СССР, 1983. С. 10–44.
6. *Численное* решение задач атмосферной оптики / Под ред. М.В. Масленникова, Т.А. Сушкевич. М.: ИПМ АН СССР, 1984. 234 с.
7. *Каргин Б.А.* Статистическое моделирование поля солнечной радиации в атмосфере. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. 206 с.
8. *Кондратьев К.Я., Смоктий О.И., Козодеров В.В.* Влияние атмосферы на исследования природных ресурсов из космоса / Под ред. Г.И. Марчука. М.: Машиностроение, 1985. 272 с.
9. *Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л.* Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
10. *Смоктий О.И.* Моделирование полей излучения в задачах космической спектрофотометрии. Л.: Наука, 1986. 352 с.
11. *Креков Г.М., Орлов В.М., Белов В.В. и др.* Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования. М.: Наука, 1988. 165 с.
12. *Ленобль Ж.* Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах: стандартные методы расчета. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 264 с.
13. *Кондратьев К.Я., Козодеров В.В., Федченко П.П., Топчиев А.Г.* Биосфера: методы и результаты дистанционного зондирования. М.: Наука, 1990. 224 с.
14. *Curran P.J., Kondratyev K.Ya., Kozoderov V.V et al.* Remote sensing of soils and vegetation in the USSR. London; New York; Philadelphia: Taylor Francis, 1990. 203 p.
15. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А.* Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. М.: Наука, 1990. 296 с.
16. *Назаралиев М.А.* Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1990. 227 с.
17. *Кабанов М.В.* Атмосферные оптические помехи. Томск: Изд-во ТГУ, 1991. 206 с.
18. *Kondratyev K.Ya., Kozoderov V.V., Smokty O.I.* Remote sensing of the Earth from space: atmospheric correction. Heidelberg: Springer-Verlag, 1992. 478 p.
19. *Валентюк А.Н., Предко К.Г.* Оптическое изображение при дистанционном наблюдении. Минск: Наука и техника, 1992. 360 с.
20. *Kondratyev K.Ya., Buznikov A.A., Pokrovsky O.M.* Global change and remote sensing. Chichester ETC: John Wiley and sons, PRAXIS Publ., 1996. 370 p.
21. *Зуев В.Е., Белов В.В., Веретенников В.В.* Теория систем в оптике дисперсных сред. Томск: Изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1997. 402 с.
22. *Козодеров В.В., Косолапов В.С., Садовничий В.А. и др.* Космическое землеведение: информационно-математические основы / Под ред. В.А. Садовничего. М.: Изд-во МГУ, 1998. 571 с.
23. *Аэрокосмические* информационные системы / Под ред. В.Г. Бондура, А.И. Савина. М.: Наука, 1999. Т. 1. 450 с.; Т. 2. 490 с.
24. *Сушкевич Т.А.* // Исследование Земли из космоса. 1999. № 6. С. 49–66.
25. *Сушкевич Т.А., Максакова С.В.* Обзор методов учета земной поверхности в задачах дистанционного зондирования и расчетах радиационного поля Земли. М., 1999. 126 с. (Препринт / ИПМ РАН, № 41–44).
26. *Кондратьев К.Я., Смоктий О.И.* // Докл. АН СССР. 1972. Т. 206. № 5. С. 1102–1105.
27. *Кондратьев К.Я., Смоктий О.И.* // Докл. АН СССР. 1972. Т. 206. № 6. С. 1349–1352.
28. *Кондратьев К.Я., Смоктий О.И.* // Докл. АН СССР. 1972. Т. 207. № 1. С. 86–89.
29. *Бузников А.А., Кондратьев К.Я., Смоктий О.И.* // Докл. АН СССР. 1975. Т. 222. № 4. С. 821–824.
30. *Кондратьев К.Я., Бузников А.А., Васильев О.Б., Смоктий О.И.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1975. Т. 11. № 4. С. 348–361.
31. *Козодеров В.В.* // Аэрокосмические исследования Земли. Обработка видеоинформации с использованием ЭВМ. М.: Наука, 1978. С. 24–36.
32. *Козодеров В.В.* // Труды ГосНИЦИПР. 1979. Вып. 5. С. 3–21.
33. *Козодеров В.В., Сажина Л.М., Шульгина Н.Б.* // Труды ГосНИЦИПР. 1980. Вып. 8. С. 35–50.
34. *Козодеров В.В., Мишин И.В.* // Труды ГосНИЦИПР. 1980. Вып. 8. С. 64–74.
35. *Сушкевич Т.А., Мишин И.В.* Математическая модель пространственно-частотной характеристики системы подстилающая поверхность – атмосфера. М., 1979. 27 с. (Препринт / ИПМ АН СССР, № 76).

36. *Сушкевич Т.А.* Численный метод решения уравнения переноса с комплексной функцией. М., 1980. 26 с. (Препринт / ИПМ АН СССР, № 136).
37. *Зуев Е.В., Кабанов М.В.* Оптика атмосферного аэрозоля. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 254 с.
38. *Гаврилович А.Б., Ганич П.Я., Иванов А.П.* // Докл. АН БССР. 1978. Т. XXII. № 3. С. 220–222.
39. *Сушкевич Т.А., Мишин И.В.* // Исследование Земли из космоса. 1980. № 4. С. 69–80.
40. *Сушкевич Т.А., Мишин И.В.* // Докл. АН СССР. 1982. Т. 263. № 1. С. 60–63.
41. *Сушкевич Т.А., Мишин И.В., Иолтуховский А.А.* // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269. № 1. С. 84–88.
42. *Сушкевич Т.А., Мишин И.В., Иолтуховский А.А.* // ЖВМиМФ. 1984. Т. 24. № 1. С. 92–108.
43. *Золотухин В.Г., Мишин И.В., Усиков Д.А. и др.* // Исследование Земли из космоса. 1984. № 4. С. 14–22.
44. *Козодеров В.В., Любовный Н.Д., Тищенко А.П.* // Труды ГосНИЦИПР. 1980. Вып. 8. С. 83–87.
45. *Золотухин В.Г., Усиков Д.А., Грушин В.А.* // Исследование Земли из космоса. 1980. № 3. С. 58–68.
46. *Козодеров В.В., Сажина Л.М.* // Труды ГосНИЦИПР. 1983. Вып. 13. С. 47–56.
47. *Козодеров В.В.* // Исследование Земли из космоса. 1983. № 2. С. 65–75.
48. *Abbe E.* // Arch. Microsc. 1873. V. 9. P. 413–468.
49. Применение методов фурье-оптики. М.: Радио и связь, 1988. 536 с.
50. *Нюберг Н.О.* // Докл. АН СССР. 1934. Т. 4. № 5/6. С. 278–285.
51. *Нюберг Н.О.* // Докл. АН СССР. 1945. Т. 50. С. 143–146.
52. *Duffieux P.M.* L' Integrale de Fourier et ses Applications a l'Optique. Rennes. 1946. 232 p.
53. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1988. 512 с.
54. *Сушкевич Т.А.* // Докл. АН. 1994. Т. 339. № 2. С. 171–175.
55. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. № 6. С. 726–747.
56. *Монин А.С.* // Теория вероятностей и ее применение. 1956. Т. I. Вып. 3. С. 328–343.
57. *Кадомцев Б.Б.* // Докл. АН СССР. 1957. Т. 113. № 3. С. 541–543.
58. *Маслов В.П.* Теория возмущений и асимптотические методы. М.: Изд-во МГУ, 1965. 296 с.
59. *Масленников М.В., Сушкевич Т.А.* // ЖВМиМФ. 1964. Т. 4. № 1. С. 23–34.
60. *Романова Л.М.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1978. Т. 14. № 12. С. 1258–1267.
61. *Марчук Г.И.* Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. М.: Наука, 1992. 336 с.
62. *Зеге Э.П., Кацев И.Л., Полонский И.Н.* // Изв. АН. Сер. ФАО. 1998. Т. 34. № 1. С. 45–50.
63. *Долин Л.С., Савельев В.А.* // Междун. симп. стран СНГ «Атмосферная радиация» (МСАР-99). СПб.: Изд-во СПбГУ, 1999. С. 8.
64. *Веретенников В.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 5. С. 385–391.
65. *Ремизович В.С., Рогозкин Д.Б., Рязанов М.И.* // Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 8. С. 891–898.
66. *Мишин И.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. № 6. С. 748–752.
67. *Астахов И.Е., Будак В.П., Лисицин Д.В., Сухоросов С.Ю.* // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. № 6. С. 848–857.
68. *Ioltukhovski A.A.* // Transport theory and statistical physics. 1999. V. 28. № 4. P. 349–368.
69. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А.* // Докл. АН СССР. 1983. Т. 271. № 1. С. 89–93.
70. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 10. С. 1218–1230.
71. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Максакова С.В* // Математическое моделирование. 1998. Т. 10. № 7. С. 61–75.
72. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А.* // Докл. АН. 1999. Т. 364. № 4. С. 457–461.
73. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А.* // Сиб. журн. вычисл. математики. 1999. Т. 2. № 1. С. 89–98.
74. *Сушкевич Т.А* // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. № 8. С. 812–822.
75. *Сушкевич Т.А.* // Докл. АН. 1996. Т. 350. № 4. С. 460–464.
76. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К., Максакова С.В., Стрелков С.А* // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 1. С. 30–44.
77. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Сиб. журн. вычисл. математики. 1998. Т. 1. № 2. С. 183–194.
78. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 9. С. 987–997.
79. *Сушкевич Т.А., Куликов А.К., Максакова С.В.* // Изв. АН. Сер. ФАО. 2000. Т. 36. № 1. С. 49–61.
80. *Кондратьев К.Я., Смоктий О.И.* // Докл. АН СССР. 1973. Т. 208. № 1. С. 77–80.
81. *Розенберг Г.В.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1983. Т. 19. № 5. С. 483–489.

T.A. Sushkevich. **Linearly-system approach and the theory of the optical transfer operator.**

The problem is considered of the terrestrial surface remote sensing through the atmosphere and of taking account of the reflecting underlying surface contribution in the atmospheric radiation models. By the influence functions and spatial-frequence characteristics method, the mathematical model of the radiative transfer in the atmosphere – Earth surface system is represented as the optical transfer operator in the context of the classic linearly-system approach.