«Оптика атмосферы и океана», **9**, N 8 (1996)

УДК 535.21:533.915

В.И. Букатый, А.А. Тельнихин

КООПЕРАТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ В РАЗРЯДЕ СВЕТОВОГО ГОРЕНИЯ

Предложена теоретическая модель газового разряда, поддерживаемого лазерным излучением. Процессы в такой системе являются самосогласованными и сильно зависят от граничных условий. Данная система обладает точкой бифуркации R_c, $R_c = \nu/\kappa_c^2 D$, где ν – частота энерговклада, D – коэффициент диффузии тепла, κ_c – системное волновое число. При $R > R_c$ в плазме разряда возникают явления самоорганизации (например, вихревые волны). В результате становится возможным формирование на макроскопическом уровне пространственно-временной автоволны с функциональной структурой (индуцированной звуковой волной).

1. Разряд светового горения в земной атмосфере, поддерживаемый излучением неодимового лазера, является объектом интенсивных исследований и используется в научных и технических целях [1, 2]. Впервые разряд данного типа был получен авторами работы [3]. Дальнейшие исследования показали, что необходимая для поддержания разряда мощность составляет величину $P_c \simeq 1$ МВт и практически не зависит от радиуса светового пучка. Если мощность превышает критическую P_c, то фронт разряда движется вдоль светового канала со скоростью $v_0 \sim 10$ м/с. При этом профиль фронта остается неизменным, а величина скорости медленно увеличивается по закону: $V_0 \sim \sqrt{P/P_c - 1}$. Плазма разряда является оптически прозрачной (коэффициент поглощения $\mu \sim 10^{-2}$ см$^{-1}$), а ее параметры в среднем постоянны во времени и однородны (в пределах светового пучка) по пространству. Средняя плотность электронов (ионов) в плазме $\sim 2\cdot10^{17}$ см$^{-3}$, средняя температура ~ 1 эВ, состояние плазмы близко к локальному термодинамическому равновесию (ЛТР).

В работах [4, 5] исследованы свойства разрядов, обусловленные его неравновесностью. Проведенные измерения позволили определить характер макроскопических флуктуаций; также было обнаружено, что разряд является источником интенсивных звуковых волн с частотой порядка 10 кГц. Первая теоретическая модель разряда была предложена Ю.П. Райзером [1]. В рамках этой модели, описываемой одномерным нелинейным уравнением теплопроводности, получена правильная зависимость скорости фронта от интенсивности излучения.

В настоящей работе при построении модели будем исходить из уравнений газовой динамики, в которых учтены негидродинамические механизмы переноса энергии: теплопроводность и излучение. Пренебрегая расходимостью светового пучка и учитывая оптическую прозрачность плазмы, будем считать, что канал разряда имеет цилиндрическую симметрию с характерным поперечным радиусом r_0.

2. Рассмотрим цилиндрический поток плазмы с плотностью ρ, который описывается гидродинамическими уравнениями для радиальной v_r и продольной v_z компонент скорости $\mathbf{v}$. В соответствующих координатах, полагая, что возмущенные величины изменяются по закону $\exp(i\omega t - i\kappa z)$, ω – действительная частота; κ – волновое число; z – продольная координата, уравнения движения и непрерывности примут вид

$$i\rho\,(\omega - \kappa\, v_0) = -\,\partial p'/\partial r;$$

$$\rho\,(\omega - \kappa\, v_0) = -\,\kappa p'; \qquad (1)$$

$$i\kappa r\, v_r = \partial(r\, v_r)/\partial r.$$

Здесь v_0 – постоянная скорость движения в z-направлении; p' – давление в волне. Из уравнений (1) следует

$$p' = C\, I_0(\kappa r)\, \exp(i\omega t - i\kappa z), \tag{2}$$

где C – постоянная; $I_0(\kappa r)$ – модифицированная функция Бесселя. Уравнения (1) нужно дополнить соответствующими краевыми условиями. Первое из них вытекает из факта, что производные по времени координат точек поверхности должны равняться скоростям этих точек, причем скорость фронта разряда является постоянной, равной v_0 на оси разряда. Следовательно, имеем

$$v_r = i\,(\omega - \kappa\, v_0) r'; \quad v_z = v_0 \;\big|\, z = z_0, \quad r = 0. \tag{3}$$

Здесь $z_0 = v_0 t$ – координата фронта. Под действием возмущений граница разряда будет искривляться, что приводит к дополнительному давлению, обусловленному поверхностным натяжением [6]. Уравнение для переменного давления на границе $p' = \alpha(\kappa^2 - r^{-2})\, r'$, где α – коэффициент поверхностного натяжения, является вторым краевым условием к системе (1). Используя эти условия и первое из уравнений (1), имеем $p' = (\alpha/\rho r^2)\, (\kappa^2 r^2 - 1/\omega - \kappa\, v_0)\, \partial p'/\partial r$. Подставляя сюда решение (2), приходим к дисперсионному соотношению

$$(\omega - \kappa\, v_0)^2 = (\alpha/\rho r^3)\, \kappa r\, (\kappa^2 r^2 - 1)\, I_1(\kappa r)/I_0(\kappa r). \tag{4}$$

Возмущения в плазме перемещаются вместе с разрядом. Положив $\kappa = \kappa_0 + iq$, $\kappa_0 = \omega/v_0$, $q/\kappa_0 \ll 1$, из (4) находим условие конвективной неустойчивости, описываемое функцией

$$q = \frac{1}{r_0\, v_0} \left[\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{r} r_0}\, \kappa r\, (1 - \kappa^2 r^2)\, \frac{I_1(\kappa r)}{I_0(\kappa r)} \right]^{1\backslash 2}. \tag{5}$$

Применяя далее (3), (5) к уравнениям (1), определяем постоянную $C = = \rho q v_0 / i\kappa$ в решении (2). Это значение постоянной позволяет записать окончательные выражения для гидродинамических полей в плазме разряда

$$\begin{aligned} v_z &= v_0\, I_0(\kappa r)\, \cos(\omega t - \kappa z); \\ v_r &= v_0\, I_1(\kappa r)\, \sin(\omega t - \kappa z); \\ p' &= (q/\kappa)\, \rho\, v_0^2\, I_0(\kappa r)\, \sin(\omega t - \kappa z). \end{aligned} \tag{6}$$

3. Покажем, что в открытой диссипативной системе, каковой является плазменный разряд, поддерживаемый лазерным излучением, возможны процессы самоорганизации, которые определяют сложную пространственно-временную когерентную структуру волн в плазме и, в конечном счете, сам характер движения разряда и излучения звука. С этой целью введем уравнение, описывающее изменение энтропии s в системе (в единице объема V)

$$\rho\, T(ds/dt) = \mathrm{div}(\varkappa\, \nabla T) + \mu w - \Phi, \tag{7}$$

где w – интенсивность лазерного излучения; $\varkappa$ – коэффициент теплопроводности; Φ – мощность потерь за счет собственного излучения и диффузии тепла в радиальном направлении. Из (7) следует, что стандартное состояние системы (близкое к ЛТР в физическом смысле) описывается нелинейным уравнением

$$F(T) = \mu(T)\, w - \Phi\,(T) = 0 \;\big|\, T = T_0. \tag{8}$$

Отклонение температуры T' в волне от своего стандартного значения T_0 будет вызывать изменение энтропии s системы [6]. Поскольку эти отклонения малы, варьируя уравнение (7) по T' вблизи T_0 $(\partial F/\partial T\, (T = T_0) = = B\mu w/T_0)$, запишем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int s\, dV = \int \left[\frac{\varkappa}{T_0^2} (\nabla T')^2 + B \frac{\mu\, w}{T_0^2}\, T' - B \frac{\mu\, w}{T_0^3}\, T'^2 \right] dV. \tag{9}$$

Нас, конечно, интересует среднее по времени и по сечению разряда значение величин. Используя в (9) последнюю из формул (6) и связь $p' = (\rho/\gamma)\, c_s^2\, (T'/T_0)$, где c_s – скорость звука в плазме; γ – постоянная адиабаты, получаем

$$\dot{s} = \frac{1}{2}\gamma^2 \left(\frac{q}{\kappa}\right)^2 \left(\frac{v_0}{c_s}\right)^4 \kappa^2\, \varkappa \left(1 - B\,\frac{\mu\, w}{\kappa^2\, \varkappa\, T_0}\,\frac{\langle I_0^2\rangle}{\langle I_0^2\rangle + \langle I_1^2\rangle}\right). \qquad (10)$$

Здесь $\langle I_m^2\rangle = (1/\pi\, r_0^2)\int_0^{r_0} \pi\, r\, dr\, I_m^2(\kappa\, r)$ – среднее по сечению значение функции Бесселя. Уравнение, определяющее изменение механической энергии в системе, имеет вид $\dot{e} = -\,T_0\,\dot{s}$. Отсюда, после подстановки (10), следует, что при конечной величине поля w, превышающей некоторое пороговое значение w_c,

$$\mu\, w_c = B^{-1}\, \kappa^2\, \varkappa\, T_0\, (1 + \langle I_1^2\rangle/\langle I_0^2\rangle) \qquad (11)$$

энтропия системы уменьшается, а энергия волны в плазме постепенно увеличивается. Найдем коэффициент поглощения (усиления) волны, распространяющейся вдоль оси z. Изменение энергии происходит по закону $\exp(-2\beta z)$, где β определяется посредством $\beta = \dot{\varepsilon}/2\, v_0\, \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 = (1/2)\,\rho\, v_0^2$ – полная энергия волны (в единице объема). Применяя перечисленные определения, запишем следующее уравнение:

$$\beta = \frac{\kappa^2\, \varkappa\, T_0\, \gamma^2\, q^2\, v_0^4}{2\rho\, v_0^3\, \kappa^2\, c_s^4}\,(1 - R); \quad R = \frac{\mu\, w}{\mu\, w_c}. \qquad (12)$$

Вычислим скорость движения фронта разряда, обусловливаемую процессами самоорганизации. Для этого запишем уравнение движения фронта:

$$v_0\,\frac{dT}{dz} = D\,\frac{d^2T}{dz^2} + F; \quad D = \frac{\varkappa}{\rho\, c_p}, \quad F = \frac{\mu\, w - F}{\rho\, c_p}, \qquad (13)$$

где D – коэффициент диффузии тепла; c_p – теплоемкость при постоянном давлении; F – функция энерговклада в разряд.

Уравнения типа (13) с нелинейной функцией $F(T)$ хорошо известны в теории автоволн [7] и вместе с граничным условием $\partial V/\partial z = 0\, \big|\, z = z_0$ описывают асимптотически устойчивые решения в виде бегущего фронта. В нашем случае, используя (11), из (13) следует

$$v_0 = 2\, \kappa_0\, D\sqrt{R - 1}\,. \qquad (14)$$

Из (11), (12), (14) заключаем, что точка $R_c = 1$ является точкой бифуркационных изменений в эволюции системы. При $R > 1$ система работает как континуальный усилитель и правильно отражает качественную зависимость скорости фронта от плотности потока излучения.

4. Таким образом, в системе при определенном энерговкладе происходит нарушение симметрии первоначально однородного состояния, которое вызывает формирование в разряде когерентной структуры в виде энтропийно-вихревой волны (из (6) следует, что $\mathrm{rot}\mathbf{v} = 2\, \mathbf{e}_\varphi\, \kappa\, V_0\, I_1(\kappa r)\cos(\omega t - \kappa z)$, распространяющейся со скоростью разряда. Индуцированные этой волной колебания поверхности плазменного канала вызывают периодические сжатие и разрежение воздуха и, таким образом, инициируют звуковую волну. Поскольку амплитуда колебаний мала по сравнению с длиной волны, распространение звука будет подчиняться волновому уравнению для цилиндрических звуковых волн [6]. Оценим средний поток энергии в звуковой волне $I = \rho_0\, c_0 \langle u^2\rangle$, где c_0 – скорость звука в воздухе, u – скорость газа, ρ_0 – его плотность. Используя условие сохранения массы $\rho_0\, u = \rho\, v_r\big|\, r = r_0$ на поверхности разряда и формулу для радиальной скорости (6), запишем выражение для интенсивности звука с длиной волны $\lambda \gg r_0$

$$I = (\pi/8)\, \rho_0\, (\rho/\rho_0)^2\, r_0\, v_0^2\, \omega\, I_1^2(\kappa\, r_0). \qquad (15)$$

Отметим, учитывая (14) и $\omega = \kappa\, v_0$, что $I \sim (R - 1)^{1,5}$. Перейдем к количественной оценке полученных результатов. В качестве исходных данных примем следующие типичные значения параметров: радиус разряда $r_0 = 0{,}15$ см, коэффициент поглощения $\mu \simeq 10^{-2}$ см$^{-1}$, температура $T_0 \simeq 16000$ K. При этих параметрах имеем скорость звука в плазме $c_s = 2\cdot 10^5$ см/с, теплопроводность $\varkappa \simeq 2{,}5\cdot10^{-2}$ Вт/см·K, коэффициент $B \simeq 0{,}1$, отношение $\rho/\rho_0 \simeq 2\cdot10^{-2}$ [1, 2]. Полагая $\kappa r_0 \simeq 0{,}7$ (соответствует максимуму функции (5)), найдем волновое число волны в плазме $\kappa \simeq 5$ см$^{-1}$. Подставляя эти данные в (11) и (14) и используя известные представления бесселевых функций [8], вычислим пороговое значение мощности $P_c = \pi r_0^2\,\omega_c \simeq 1$ МВт и скорости фронта $V_0 = 25$ м/с (при $R = 1{,}1$). Коэффициент конвективного усиления волны в плазме определим по формуле (5). Учитывая, что $\alpha \simeq 10^{-9}$ Дж/см^2 [9], имеем $q \simeq 0{,}1$ см$^{-1}$. Прежде чем переходить к вычислению уровня интенсивности звука, оценим степень применимости линейного описания для звуковых волн. Замечая, что амплитуда волны $a \sim v_0/\omega$, длина звуковой волны $\lambda = 2\pi c_0/\omega$, $\omega = \kappa v_0$ ($\sim 10^{-4}$ с$^{-1}$), отмечаем, что условие применимости формулы (15) выполняется, т.к. $a \ll \lambda$ и $\lambda \gg r_0$. При типичных значениях параметров разряда из (15) находим интенсивность звуковой волны $I \sim 10^{-2}$ Вт/м^2.

5. В рамках гидродинамических уравнений в приближении Буссинеска (изменение энтропии следующего порядка малости по параметру v/c_s) исследован процесс формирования разряда светового горения. Показано, что система обладает точкой бифуркации μw_c, которая отражает качественные изменения в состоянии системы и определяет пороговый характер развития разряда. При превышении порога по энерговкладу необратимые процессы в неравновесной плазме разряда инициируют самоорганизацию разряда и формирование когерентных структур в виде энтропийно-вихревой волны. Демонстрацией этих процессов являются макроскопические эффекты: направленное движение разряда и индуцированный звук. Обращаем внимание, что мы имеем дело с циклической причинностью: параметр порядка (скорость разряда v_0), с одной стороны, подчиняет себе флуктуации (частота $\omega = \kappa v_0$), а, с другой – сам оказывается порожденным внутренней кооперативной пространственно-временной структурой. Данный вывод согласуется с общими синергетическими представлениями [10], а ситуация отражает так называемый холистический характер эволюции разряда. Полученные в рамках данной модели результаты как количественно, так и качественно согласуются с известными данными. Так, в частности, исследование дистанционной энергетики акустического излучения разряда расширяет возможности диагностики интегральных характеристик лазерных пучков, распространяющихся в атмосфере.

1. Р а й з е р Ю. П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980. 416 с.
2. Б у ф е т о в И. А., П р о х о р о в А. М., Ф е д о р о в В. Б., Ф о м и н В. К. // Труды ИОФАН. 1988. Т. 10. С. 3–74.
3. Б у н к и н Ф. В., К о н о в В. И., П р о х о р о в А. М. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 609–612.
4. Б у к а т ы й В. И., К о б л о в А. А., Т е л ь н и х и н А. А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. С. 312–318.
5. Б у к а т ы й В. И., Д е й н е с К. И., Т е л ь н и х и н А. А. // ЖОА. 1991. Т. 4. С. 753–756.
6. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
7. В а с и л ь е в В. А., Р о м а н о в с к и й Ю. М., Я х н о В. Г. Автоволновые процессы. М.: Наука, 1987. 240 с.
8. М э т ь ю з Д., У о к е р Р. Математические методы в физике. М.: Атомиздат, 1972. 392 с.
9. С м и р н о в Б. М. Физика слабоионизированного газа. М.: Наука, 1985. 424 с.
10. Х а к е н Г. Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам. М.: Мир, 1991. 240 с.

Алтайский государственный университет
г. Барнаул

Поступила в редакцию
22 января 1996 г.

V. I. B u k a t y i, A. A. T e l ' n i k h i n. **Cooperative Effects in Light-Combustion Discharge.**

The theoretical model of a gas discharge sustained by laser radiation is proposed. The processes in such system are self-consistent and strongly dependent on boundary conditions. This system possesses the point of bifurcation R_c, $R_c = \nu/\hat{e}_c^2 D$, where ν is the power input frequency, D is the thermal diffusivity, $\hat{e}_c$ is the system wave parameter. At $R > R_c$ the various self-organization phenomena (as vortices) arise in plasma media. As the result, a formation of spatial-temporal autowave with functional structure (induced sound wave) on macroscopic scale becomes possible.