

А.Г. Боровой, О.А. Реутова

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В СРЕДАХ, СОСТОЯЩИХ ИЗ БОЛЬШИХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

Рассматривается влияние корреляций в расположении рассеивателей на характеристики прошедшего рассеивающего среду излучения. Показано, что для монослоя больших рассеивателей прозрачность среды и угловой спектр прошедшего излучения можно вычислить точно. Приведена экспериментальная проверка полученных выражений. Сформулировано правило о влиянии корреляций в расположении рассеивателей на прозрачность среды.

В задачах многократного рассеяния волн на системах большого числа дискретных рассеивателей наиболее трудной проблемой является учет корреляций в пространственном расположении рассеивателей. Эта проблема является центральной в спектроскопии рассеивающих сред, исследующей среды с плотными упаковками частиц [1, 2], изучается в квантовой механике [3, 4] и при разработке вопросов распространения волн в различных природных средах, а также включается в более общую проблему распространения волн в случайно-неоднородных средах [5]. В атмосферной оптике проблема учета корреляций в пространственном расположении рассеивателей возникает в интенсивно изучаемых в последнее время задачах распространения оптического излучения на трассах с отражением [6], так как трасса с отражением эквивалентна прямой удвоенной трассе, но с коррелированным расположением рассеивателей.

Из-за математических трудностей к настоящему времени не получено каких-либо общих качественных представлений о влиянии взаимодействия между рассеивателями или, другими словами, корреляций в расположении рассеивателей на характеристики распространяющегося в такой среде излучения. В настоящей работе этот вопрос рассмотрен в случае точно решаемой модели монослоя частиц. Работа существенно опирается на результаты работы [7] и является ее продолжением.

1. Прозрачность монослоя частиц с плотной упаковкой

Монослоем будем называть систему дискретных частиц, хаотически расположенных на плоскости $x=0$ с двумерной счетной концентрацией $c=\text{const}$. Кроме того, будем считать, что проекции частиц на плоскость $x=0$ не перекрываются при любых концентрациях c . Это соответствует учету сил отталкивания между частицами аналогично популярным в статистической механике моделям твердых сфер или дисков [8]. Корреляционные функции, определяющие взаимное расположение рассеивателей, будут возрастать по мере увеличения безразмерной концентрации или плотности упаковки частиц

$$\eta = cs, \quad (1)$$

где $0 \leq \eta \leq 1$; s — средняя площадь проекции. Из-за эргодичности системы величина η имеет также смысл доли плоскости $x=0$, затененной частицами. Таким образом, изучение зависимости моментов поля, прошедшего рассеивающую среду, от плотности упаковки η адекватно изучению влияния корреляции в расположении частиц на характеристики прошедшего излучения. Заметим, что монослой может представлять также практический интерес, так как ряд объектов, например роговица глаза являются монослоями [1, 9, 10].

Для больших частиц, когда $ka \gg 1$ ($k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, a — размер частиц), рассеянное под небольшими углами поле описывается параболическим уравнением, а его первые два момента, как показано в [7], описываются выражениями приближения прямых лучей. Приближение прямых лучей делает задачу вычисления моментов поля элементарной. Действительно, эффективное поле, по которому можно вычислить первые два момента, в плоскости $x = 0$ равно

$$u(\rho) = e^{i\Phi(\rho)} = 1 + \omega(\rho) = 1 + \sum (e^{i\phi_j} - 1) = 1 + \sum \omega_j(\rho), \quad (2)$$

где $u(x, \rho)$ — комплексная амплитуда поля; x и ρ — продольная и поперечные координаты; Φ — набег фазы по лучу $\rho = \text{const}$; ω — рассеянное поле при падающей плоской волне $u_0 = 1$. Слагаемое ω_j в (2) является полем, однократно рассеянным на j -й частице, поясним его физический смысл. Функция $\omega_j(\rho)$ отлична от нуля только в области проекции j -й частицы на плоскость $x = 0$, причем для оптически жестких частиц, когда показатель преломления заметно отличается от единицы, можно принять $\omega_j = -1$. Условие неперекрывания рассеивателей эквивалентно приближению однократного

рассеяния, так как двукратно $\omega_j\omega_l$, трехкратно $\omega_j\omega_l\omega_m$ и т. д. Рассеянные поля [11] в данном случае обращаются тождественно в нуль. На расстояниях $x \gg ka^2$ от монослоя, т.е. в волновой зоне, поля ω_j образуют рассеянные волны, расходящиеся под малыми углами $\Theta \lesssim \lambda/a$. Оптически жесткие рассеиватели образуют, кроме того, за счет преломления и отражения лучей поля, которые расходятся под значительно большими углами и поэтому пренебрежимо малы в интересующем нас в дальнейшем малолугловом рассеянии [12]. Отметим, что такие поля могут также многократно рассеиваться на частицах монослоя в отличие от поля (2).

Среднее поле $\langle u \rangle$ и прозрачность T монослоя не зависят от расстояния x за монослоем и поэтому их удобно найти по полю (2) в плоскости $x = 0$:

$$\langle u \rangle = 1 + \langle \omega \rangle = 1 + \eta \bar{\omega}; \quad (3)$$

$$T = |\langle u \rangle|^2 = |1 + \eta \bar{\omega}|^2 = 1 - \bar{K}\eta + |\bar{\omega}|^2 \eta^2. \quad (4)$$

Таким образом, прозрачность монослоя, как и среднее поле, определяется тремя параметрами. Одним из них является плотность упаковки η . Два других параметра объединены в комплексное число $\bar{\omega}$, где черта сверху означает усреднение только по лучам, пересекающим частицы. Параметр $\bar{\omega}$, следовательно, определяет усредненные характеристики частиц. Если использовать усреднение поля ω_j , рассеянного j -й частицей [7, 11], то вместо параметра $\bar{\omega}$ можно ввести более привычную в теории рассеяния характеристику — амплитуду рассеяния вперед $f_j(0)$:

$$\int \omega_j d\varphi = i\lambda f_j(0); \quad (5)$$

$$\bar{\omega} = i\lambda \langle f(0) \rangle / s, \quad (6)$$

где $\langle f(0) \rangle$ — амплитуда рассеяния вперед на одной частице и s — площадь проекции, усредненные по всем видам частиц, если они различаются по размерам, форме и т.п.

Выражение (3) делает решение задачи о зависимости прозрачности монослоя от плотности упаковки частиц элементарным, а графическое представление поля (2), разработанное в [7], легко систематизирует все достаточно многочисленные экспериментальные и расчетные данные, посвященные этому вопросу [1, 2, 9, 10]. Действительно, усредненные параметры частиц $\bar{\omega}$ или $\bar{u} = 1 + \bar{\omega}$ задаются фиксированной точкой в круге единичного радиуса (рис. 1). Тогда увеличение плотности упаковки η от нуля до единицы приводит к равномерному скольжению вектора $\langle u \rangle$ между точками $u = 1$ и $u = 1 + \bar{\omega}$. В зависимости от параметра η , как легко видеть из рис. 1, прозрачность $T(\eta)$ или монотонно спадает, или проходит через минимум, который находится при $\eta \geq 1/2$. На рис. 2 приведены примеры таких зависимостей. Для оптически жестких рассеивателей, например, прозрачность спадает по формуле

$$T = (1 - \eta)^2. \quad (7)$$

Отметим, что в [1] на основе достаточно громоздких численных расчетов для однородных сферических частиц рассматривается возможность получения абсолютно непрозрачного монослоя $T = 0$. Как легко видеть из рис. 1, в общем случае для частиц произвольной формы условие $T = 0$ достигается только тогда, когда параметр $\bar{\omega}$ является действительным, причем $\omega < 0$.

Например, в работе [1] сравнивалась прозрачность монослоя с прозрачностью среды, образованной теми же, но статистически независимыми частицами. Экспериментально это легко осуществить, осаждая разреженную систему частиц, когда корреляциями в их расположении можно пренебречь, в монослой. Этот вопрос также компактно решается в рамках введенных представлений. Прозрачность системы статистически независимых частиц, как известно, определяется экспонентной $T(\eta) = \exp(-K\eta)$. Сравнивая экспоненту с параболой (4), нетрудно получить, что при параметрах \bar{u} , заштрихованных на рис. 1, когда парабола (4) идет выше и не пересекает экспоненту, осаждение частиц в монослой приведет только к увеличению прозрачности. Для других параметров \bar{u} прозрачность среды при осаждении в монослой может как уменьшиться, так и возрасти в зависимости от параметра η .

Для экспериментального подтверждения полученных выражений нами поставлен следующий модельный эксперимент. Лазерное излучение, генерируемое в одномодовом режиме, расширялось коллиматором и формировало параллельный пучок излучения с равномерным освещением в круге диаметром 24 мм. Светорассеивающий слой составляли металлические полированные шарики диаметром $1 \pm 0,004$ мм, лежащие на горизонтально расположенной плоскопараллельной прозрачной пластинке. Параметр $\eta = cs$ в наших измерениях варьировался от $\eta = 0,17$, что близко к условию статистической независимости рассеивателей, до $\eta = 0,777$, при котором отдельные группы шариков начинают обра-

зовывать упорядоченную (кристаллическую) структуру. Система двух зеркал обеспечивала прохождение излучения через монослой в вертикальном направлении. Приемная оптическая система обеспечивала угловое разрешение $10''$. В качестве фотоприемника использовался фотоумножитель ФЭУ-79 с регистрацией сигналов на цифровой вольтметр. Для измерения прозрачности монослоя фотоприемник помещался на оптической оси. При данной концентрации частиц проводились поочередно измерения интенсивности излучения, прошедшего монослой, и излучения, прошедшего ту же плоскопараллельную пластинку без частиц. Прозрачность находилась как отношение этих сигналов.

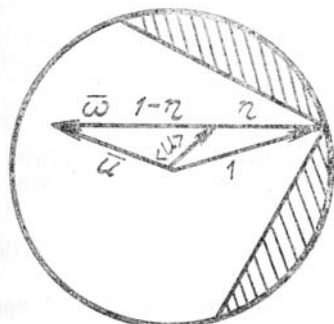


Рис. 1. Графическое представление поля в приближении прямых лучей

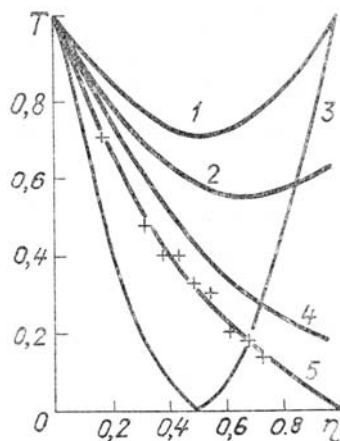


Рис. 2. Прозрачность монослоя: 1 – $u = \exp(i3\pi/8)$; 2 – $u = 0,76\exp(i3\pi/8)$; 3 – $u = \exp(i\pi)$; 4 – $T = \exp(-2\eta)$; 5 – $T = (1-\eta)^2$

Результаты экспериментальных измерений нанесены на рис. 2 в виде крестиков. Систематическая ошибка не превышала 8%. Из рисунка видно хорошее совпадение измеренной прозрачности с прозрачностью (7), нанесенной сплошной кривой.

В заключение раздела остановимся на границах применимости полученных выражений. Используемое нами условие больших частиц $ka \gg 1$ делает исходное выражение (2) в определенной степени точным, так как многократное рассеяние автоматически выделяется в широкоугловую часть рассеянного поля и пренебрежимо мало под малыми углами [12]. Авторы [1] сразу исходят из приближения однократного рассеяния волн и фактически используют выражения (3), (6) для однородных сферических частиц при $ka \lesssim 1$. В этом случае вклад многократного рассеяния при малых углах рассеяния может быть существенным и использование данных выражений при больших плотностях упаковки становится проблематичным.

2. Угловой спектр излучения за монослоем

Второй момент поля $\langle u(x, \rho_1)u^*(x, \rho_2) \rangle$ также не зависит от расстояния от монослоя и может быть поэтому найден при $x = 0$. Рассмотрим корреляционную функцию поля

$$\psi(\varphi) = \psi(\varphi_1 - \varphi_2) = \langle u(\varphi_1)u^*(\varphi_2) \rangle = |\langle u \rangle|^2, \quad (8)$$

фурье-образ которой дает распределение интенсивности некогерентного рассеянного поля по углам $\Theta = |\mathbf{q}|/k \ll 1$ или угловой спектр

$$I(\mathbf{q}) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int \psi(\rho) \exp(-i\mathbf{g}\rho) d\rho. \quad (9)$$

Интенсивность когерентно C и некогерентно рассеянного поля J при этом определяются выражениями:

$$J = \psi(0) = \int I(\mathbf{q}) d\mathbf{q}/k^2; \quad C = T = |\langle u \rangle|^2 \quad (10)$$

Из (2) получаем искомые формулы по влиянию плотности упаковки на величину интенсивности некогерентно рассеянного поля и его угловой спектр:

$$J = \sum \langle |\omega_j|^2 \rangle - |\sum \langle \omega_j \rangle|^2 = |\overline{\omega}|^2 \eta - |\overline{\omega}|^2 \eta^2; \quad (11)$$

$$I(\mathbf{q}) = c |\langle f(\mathbf{q}, \rho) \rangle|^2 \left[1 + \int g(\eta, \rho) \exp(-i\mathbf{g}\rho) d\rho \right], \quad (12)$$

$\langle f(\mathbf{q}) \rangle$ — амплитуда рассеяния на одном рассеивателе и $g(\eta, \rho)$ — так называемая радиальная функция, описывающая взаимное расположение пары рассеивателей, которая широко используется в статистической механике [8].

Выражение (11) показывает, что интенсивность некогерентно рассеянного поля с увеличением плотности упаковки обычно проходит через максимум при $\eta \geq 1/2$ и затем спадает. В частности, для оптически жестких рассеивателей при $u = 0$ имеем

$$J = \eta(1 - \eta). \quad (13)$$

Влияние радиальной функции системы твердых дисков, как известно из работ по рентгено- и нейтронографии жидкостей [8], сводится к уменьшению углового спектра в небольших углах рассеяния. Проведенные нами измерения углового спектра на описанной выше установке подтвердили эти закономерности (рис. 3).

3. Прозрачность протяженного слоя больших рассеивателей

На вопрос увеличится или уменьшится прозрачность слоя среды с данной счетной концентрацией частиц, если учесть корреляции или взаимодействие между частицами, как показывает рассмотренный выше пример монослоя, однозначного ответа не существует. Но вместе с тем существует достаточно распространенный класс сред, включающий в себя оптически жесткие частицы, когда $\overline{u} = 0$ или $\overline{\omega} = -1$. В этом случае можно сформулировать следующее правило.

Корреляции, приводящие к усилению перекрытия проекций рассеивателей, или силы притяжения, увеличивают прозрачность среды, а силы отталкивания, наоборот, уменьшают прозрачность.

Доказательство этого правила непосредственно следует из выражения (3) при $\overline{\omega} = -1$. Действительно, среднее поле в приближении прямых лучей будет описываться и для протяженных сред (не монослоев) выражением (3). Но, в отличие от монослоя, доля затененной плоскости η уже не будет определяться выражением (1), а потребует довольно громоздких численных расчетов. Очевидно, что увеличение влияния сил отталкивания приведет к уменьшению параметра $1 - \eta$, и, следовательно, прозрачности среды.

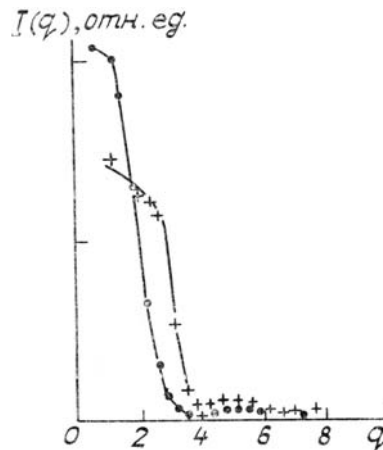


Рис. 3. Угловой спектр поля за монослоем шариков: точки — $\eta = 0,22$; крестики — $\eta = 0,55$

Проиллюстрируем применение этого правила на двух примерах. Если осаждать систему достаточно большого числа разреженных частиц с $\bar{n}=0$ так, что при осаждении они образуют не монослой, а протяженный слой произвольной толщины, то можно утверждать, что в процессе осаждения за счет увеличения влияния сил отталкивания между частицами прозрачность среды будет монотонно уменьшаться. Второй пример возьмем из атмосферной оптики. Если в атмосфере присутствуют осадки, то трасса с отражением будет более прозрачна по сравнению с прямой удвоенной трассой, так как частица осадков на трассе с отражением затеняет сама себя.

Авторы выражают благодарность М.Ф. Сухининой, принимавшей участие в эксперименте.

1. Иванов А.П., Лойко В.А., Дик В.П. Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах. Минск: Наука и техника, 1988.
2. Борисевич Н.А., Верещагин В.Г., Валидов М.А. Инфракрасные фильтры. Минск: Наука и техника, 1971. 228 с.
3. Lax M. // Rev. Mod. Phys. 1951. V. 50. № 4. P. 287.
4. Гольбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М.: Мир. 1967. 823 с.
5. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. М.: Наука, 1978. 463 с.
6. Кравцов Ю.А., Саичев А.И. // УФН. 1982. Т. 137. Вып. 3. С. 501.
7. Боровой А.Г. // Оптика атмосферы. Т. 1. № 7.
8. Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1. М.: Мир. 1978. 405 с.
9. Twersky V. // J. Opt. Soc. Amer. 1975. V. 65. № 5. P. 524.
10. Хайруллина А.Я. // Оптика и спектроскопия, 1982. Т. 53. Вып. 6. С. 1043.
11. Боровой А.Г. // Оптика и спектроскопия, 1983. Т. 54. Вып. 4. С. 757.
12. Боровой А.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 4. С. 391.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
29 марта 1988 г.

A. G. Borovoy, O. A. Reutova. **Wave Propagation through Large Correlated Scattered Media.**

The effect of the scatterer position correlation on the characteristics of the transmitted light propagating through a scattering medium is discussed. The computation relations derived were verified experimentally. The relationship between the scatterer position correlation and the medium transmittance is formulated.