

В.М. Дубягин, Н.А. Шефер

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА КОНЦЕНТРАЦИЙ КОМПОНЕНТОВ АТМОСФЕРЫ ЛИДАРАМИ В СЧЕТНОФОТОННОМ РЕЖИМЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ

Синтезированы две субоптимальные оценки концентраций компонентов атмосферы, пригодные для лидаров упругого и комбинационного рассеяния, резонансной флуоресценции и использующие измеренные в каждом акте значения энергий лазерных импульсов. Выведены формулы для погрешностей этих оценок и на конкретном примере показано преимущество одной из них по сравнению с другой и с обычно используемой интуитивной оценкой.

Лидары, использующие эффекты упругого (УР) и комбинационного (КР) рассеяния, резонансной флуоресценции (РФ), позволяют измерять концентрации аэрозольной (УР) и различных газовых (КР, РФ) компонент атмосферы [1]. Точность измерения концентрации существенно зависит от вида используемой оценки. Чаще всего используются интуитивные оценки, ошибки которых могут значительно превосходить ошибки оптимальных оценок. В то же время переход от интуитивных оценок к оптимальным или близким к ним субоптимальным часто требует лишь незначительного изменения алгоритма обработки лидарных сигналов в ЭВМ или несложного усовершенствования лидарной аппаратуры.

Ошибка измерения концентрации обусловлена стохастичностью системы «лидар-атмосфера» и, соответственно, различными видами флуктуаций [2]. При синтезе оценок концентрации учтем только дробовые флуктуации электронного потока фотодетектора, а при анализе оценок, кроме того, и флуктуации пропускания атмосферы и энергий лазерных импульсов. Рассмотрим лидары с поактным измерением энергий лазерных импульсов путем ответвления небольшой части излучаемого потока, имеющие по одному частотному информационному каналу, работающему в счетнофотонном режиме. Так как оптимальная в смысле минимума дисперсии оценка для этих лидаров слишком сложна, синтезируем две простые субоптимальные оценки, учитывающие измеренные значения энергий, к сравним их ошибки и ошибку обычно используемой интуитивной оценки, не учитывающей поактные значения энергий.

Пусть n_μ — число зарегистрированных одноэлектронных импульсов (ОИ) детектора за время стробирования t , соответствующее пространственному стробу $L = ct/2$, в μ -м акте сеанса зондирования из N актов ($\mu = \overline{1, N}$). Величина обусловлена лидарным сигналом и помехой (фон, темновой ток и т. д.) и имеет пуассоновское распределение [2]. Среднее число величины n_μ определяется лидарным уравнением [1] и для всех рассматриваемых лидаров (УР, КР, РФ) может быть представлено в виде $n_\mu = KTM_\mu + m$, где K — аппаратный коэффициент; T — пропускание атмосферы до зондируемого строба L и обратно; M — оцениваемая средняя по L и за N актов концентрация; I_μ — энергия лазерного импульса; m — среднее число ОИ помех. Тогда субоптимальные оценки, построенные на различных приближениях к оценке максимального правдоподобия, имеют вид

$$\hat{M} = \frac{1}{KT} \frac{\frac{1}{N} \sum n_\mu - m}{\frac{1}{N} \sum I_\mu}; \quad (1)$$

$$\hat{M} = \frac{1}{KT} \frac{1}{N} \sum \frac{n_\mu - m}{I_\mu}, \quad (2)$$

где знак \sum означает суммирование по μ от 1 до N . Отметим, что оценка (1) основана на нормировании осредненной за сеанс выборки на осредненную за сеанс энергию, а оценка (2), получившая большее чем (1) распространение, — на поактном нормировании. Если энергия в сеансе зондирования по акт не измеряется, а берется одинаковой для всех актов и равной I , то оптимальная оценка имеет вид

$$\hat{M} = \frac{1}{KT} \cdot \frac{\frac{1}{N} \sum r_\mu - m}{I} \quad (3)$$

и совпадает с обычно используемой интуитивной оценкой [3], основанной на выборочном среднем.

При вычислении \hat{M} вместо неизвестных значений K, T, m , реализовавшихся во время зондирования, можно использовать их оценки $\hat{K}, \hat{T}, \hat{m}$, определяемые: для K путем предварительной калибровки лидара; для m по дополнительной выборке чисел ОИ за время t_m между актами зондирования или за t во вспомогательном «помеховом» канале [3]; для T по дополнительной выборке чисел ОИ с «калибровочной» высоты (УР, РФ) или во вспомогательном «азотном» канале (КР, УР) [1]. Вместо I_μ в (1), (2) подставляется ее оценка \hat{I}_μ , полученная непосредственным измерением, а вместо I в (3) — оценка \hat{I} , взятая из паспортных данных лазера или полученная из предварительных его испытаний.

При анализе \hat{M} полагаем $\hat{K} = K$ и $\hat{m} = m$, так как они могут быть определены с малыми погрешностями высокоточной калибровочной аппаратурой и за время $t_m \gg t$, а \hat{T} несмещенной со средним $\bar{T} = T$ и относительной дисперсией δ_T^2 . Погрешность \hat{M} — флуктуационную ошибку δ и статистическое смещение ξ [2] — получим для наиболее важных в практическом плане моделей \hat{I} и \hat{I}_μ .

Для оценки (1), когда \hat{I}_μ известна и имеет детерминированное смещение $\xi_{\mu l} = (I_\mu - \hat{I}_\mu) / \hat{I}_\mu$, —

$$\xi \simeq \sum \xi_{\mu l} \frac{\hat{I}_\mu}{\sum \hat{I}_\mu}, \quad (4)$$

$$\delta \simeq \frac{1}{N^{1/2}} \left[\frac{1}{N} \sum s(\hat{I}_\mu) \left(1 + \xi + \frac{m}{N} \sum s(\hat{I}_\mu) \right) + N \delta_T^2 (1 + \xi)^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

и когда \hat{I}_μ неизвестна, случайна и имеет статистическое смещение $\xi_{\mu l} = (I_\mu - \bar{I}_\mu) / \bar{I}_\mu$ и дисперсию $\delta_{\mu l}^2 = D(\hat{I}_\mu) / \bar{I}_\mu^2$, —

$$\xi \simeq \sum \xi_{\mu l} \frac{\hat{I}_\mu}{\sum \hat{I}_\mu}, \quad (6)$$

$$\delta \simeq \frac{1}{N^{1/2}} \left[\frac{1}{N} \sum s(\bar{I}_\mu) \left(1 + \xi + \frac{m}{N} \sum s(\bar{I}_\mu) \right) + N \left(\delta_T^2 + \sum \delta_{\mu l}^2 \frac{\bar{I}_\mu^2}{(\sum \bar{I}_\mu)^2} \right) (1 + \xi)^2 \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Здесь и далее $s(x) = KTMx$. В частных случаях имеем: при безошибочном измерении энергии, когда $\hat{I}_\mu = I_\mu$, $\xi = 0$ и δ по (5); при стационарной \hat{I}_μ , когда $\bar{I}_\mu = \hat{I}$ и $\delta_{\mu l}^2 = \delta_I^2$, $\xi = \sum \xi_{\mu l} / N$ и δ по (7); при несмещенной \hat{I}_μ , когда $\hat{I}_\mu = I_\mu$ и $\xi_{\mu l} = 0$, $\xi = 0$ и δ по (7).

Для оценки (2), когда \hat{I}_μ известна ($\xi_{\mu l} = (I_\mu - \hat{I}_\mu) / \hat{I}_\mu$) —

$$\xi \simeq \frac{1}{N} \sum \xi_{\mu l}, \quad (8)$$

$$\delta \simeq \frac{1}{N^{1/2}} \left[\frac{1}{N} \sum \frac{1}{s(\hat{I}_\mu)} \left(1 + \xi_{\mu l} + \frac{m}{s(\hat{I}_\mu)} \right) + N \delta_T^2 (1 + \xi)^2 \right]^{1/2}, \quad (9)$$

и когда \hat{I}_μ неизвестна, случайна ($\xi_{\mu l} = (I_\mu - \bar{I}_\mu) / \bar{I}_\mu$, $\delta_{\mu l}^2 = D(\hat{I}_\mu) / \bar{I}_\mu^2$), —

$$\xi \simeq \frac{1}{N} \sum \xi_{\mu l}, \quad (10)$$

$$\delta \simeq \frac{1}{N^{1/2}} \left[\frac{1}{N} \sum \frac{1}{s(\hat{I}_\mu)} \left(1 + \xi_{\mu I} + \frac{m}{s(\hat{I}_\mu)} \right) + N\delta_T^2 (1 + \xi)^2 + \frac{1}{N} \sum \delta_{\mu I}^2 (1 + \xi_{\mu I})^2 \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Используя (8–11), легко получить выражения для ξ и δ оценки (2) в тех же частных случаях, что и для оценки (1).

Для оценки (3), когда \hat{I} взята из паспортных данных лазера и имеет детерминированное смещение $\xi_{\mu I} = (I_\mu - \hat{I}) / \hat{I}$, —

$$\xi \simeq \frac{1}{N} \sum \xi_{\mu I}, \quad (12)$$

$$\delta \simeq \frac{1}{N^{1/2}} \left[\frac{1}{s(\hat{I})} \left(1 + \xi + \frac{m}{s(\hat{I})} \right) + N\delta_T^2 (1 + \xi)^2 \right]^{1/2}, \quad (13)$$

и когда \hat{I} получена в акте предварительных испытаний лазера, однородных с сеансом зондирования, и имеет статистическое смещение $\xi_{\mu I} = (I_\mu - \bar{I}) / \bar{I}$ и дисперсию $\delta_I^2 = D(\bar{I}) / \bar{I}^2$, —

$$\xi \simeq \frac{1}{N} \sum \xi_{\mu I}, \quad (14)$$

$$\delta \simeq \frac{1}{N^{1/2}} \left[\frac{1}{s(\hat{I})} \left(1 + \xi + \frac{m}{s(\hat{I})} \right) + N(\delta_T^2 + \delta_I^2) (1 + \xi)^2 \right]^{1/2}. \quad (15)$$

В случае N_n стационарных актов предварительных испытаний и определения \hat{I} как среднего арифметического по этим актам дисперсия \hat{I} равна δ_I^2 / N_n . При $N_n = N$ оценка (3) и ее погрешность совпадают с оценкой (1) и ее погрешностью, а при $N_n > N$ погрешность (3) меньше (1).

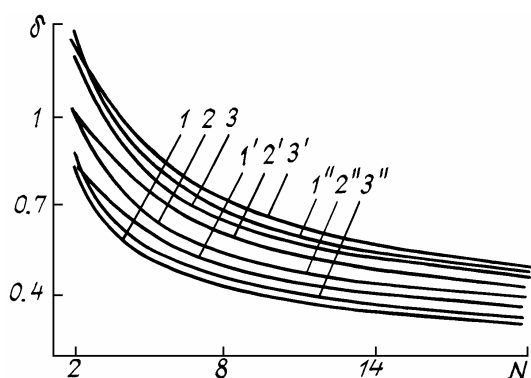


Рис. 1. Ошибка оценок (1) (кривые 1, 2, 3), (2) (1', 2', 3') и (3) (1'', 2'', 3'') для модели известных \hat{I}_μ : $\Delta I = \xi_{\mu I} = -0.2$ (кривые 1, 1', 1''); 0 (2, 2', 2''); 0,2 (3, 3', 3''). $\delta_T = 0,2$

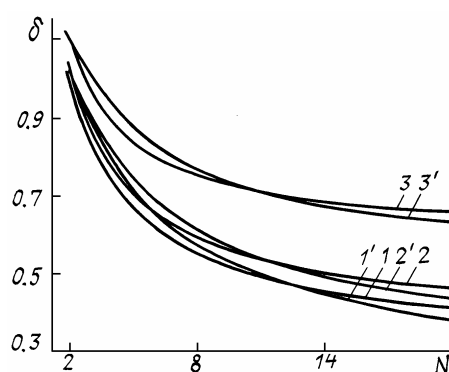


Рис. 2. Ошибка оценок (1) (кривые 1, 2, 3) и (2) (1', 2', 3') для модели случайных несмещенных \hat{I}_μ : $\delta_T = 0$ (кривые 1, 1'); 0,2 (2, 2'); 0,5 (3, 3'), $\xi_{\mu I} = 0$, $\delta_I = 0,2$

Для каждой конкретной лидарной системы и условий зондирования по формулам (4–15) можно выбрать наиболее эффективную из оценок (1–3). Так, может оказаться, что при небольших погрешностях измерения энергий лазерных импульсов для одних времен сеанса зондирования (N) и условий в атмосфере (δ_T) наиболее эффективна одна из оценок (1) или (2), для других — другая, а при значительных погрешностях более рационально отказаться от поактного измерения энергий и использовать оценку (3).

В качестве примера были проведены расчеты значений δ для двух моделей I_μ : линейной —

$$\frac{I_\mu}{I_{cp}} = \frac{1}{N-1} \mu + \frac{1}{2} \frac{N-3}{N-1}, \quad (16)$$

и синусоидальной

$$\frac{I_{\mu}}{I_{\text{ср}}} = 1 + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{N-1}(\mu-1)\right), \quad (17)$$

где $N \geq 2$, $I_{\text{ср}} = \sum I_{\mu} / N$. Задавались $s(I_{\text{ср}}) = m = 1$, варьировались δ_T от 0 до 0,5, N от 2 до 20. Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 1–3,

Рис. 1 иллюстрирует ошибки всех трех оценок (1)–(3) для модели (17), $\delta_T = 0,2$ и случая известных \hat{I}_{μ} для (1), (2) и заданной \hat{I} для (3). Отметим, что для этого случая ошибки оценок (1) и (3) не зависят от вида модели I_{μ} , а ошибка оценки (2) хотя и зависит, но слабо, особенно при $N \geq 5$. При безошибочных измерениях в актах энергии ($\xi_{\mu I} = 0$) и задании средней по сеансу энергии ($\Delta I = (\hat{I} - I_{\text{ср}}) / I_{\text{ср}} = 0$) оценки (1) и (3) совпадают и обладают одинаковой точностью, а оценка (2) хуже их. То же самое наблюдается и для других значений δ_T . При измерении энергии с ошибками оценка (1) практически всегда лучше оценки (2), кроме случая $\xi_{\mu I} = 0,2$ и больших δ_T и N (для $\delta_T = 0,5$ при $N > 9$), и иногда хуже оценки (3) в зависимости от величины $\xi_{\mu I}$ и ΔI (например, при $\xi_{\mu I} = 0,2$ и $\Delta I = 0,2$). С ростом δ_T величины ошибок всех оценок монотонно возрастают.

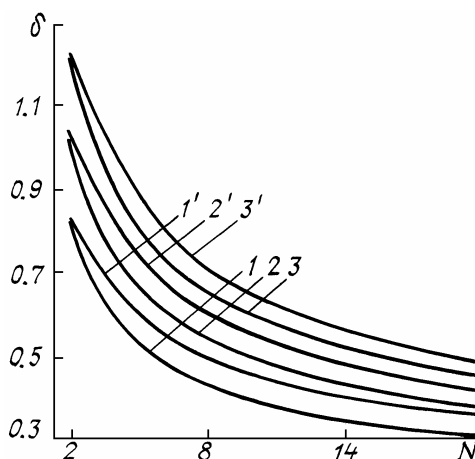


Рис. 3. Ошибка оценок (1) (кривые 1, 2, 3) и (2) (1', 2', 3') для модели случайных смещенных \hat{I}_{μ} : $\xi_{\mu I} = -0,2$ (кривые 1, 1'); 0 (2, 2'); 0,2 (3, 3'). $\delta_{\mu I} = \delta_T = 0,2$

Рис. 2 и 3 отражают вариант случайных \hat{I}_{μ} , модель (17), и соответствуют измерению энергии без смещения ($\xi_{\mu I} = 0$) с $\delta_I = D^{1/2}(\hat{I}_{\mu}) / I_{\text{ср}} = 0,2$ и со смещением с $\delta_{\mu I} = 0,2$. Отметим, что для этого случая ошибка оценки (3) не зависит от вида модели I_{μ} , (1) зависит слабо для всех N , (2) — сильно лишь при $N \leq 4$. Оказывается, что при измерении энергии без смещения (см. рис. 2) оценка (1) лучше оценки (2) для любых δ_T при $N \leq 11$, а при измерении со смещением (см. рис. 3) — для любых δ_T , N , $\xi_{\mu I}$, кроме случая $\xi_{\mu I} = 0,2$ и больших δ_T и N (для $\delta_T = 0,5$ при $N > 9$). В важном частном случае стационарной \hat{I}_{μ} оценка (1) всегда превосходит по точности оценки (2), (3), а ее погрешность, как и погрешность оценки (3), не зависит от вида модели \hat{I}_{μ} .

Итак, мы видим, что синтезированная для лидаров УР, КР, РФ оценка (1) обладает лучшими совокупными точностными качествами, чем обычно используемые (3) и (2). Применение оценки (1) вместо оценки (2) потребует лишь несложного изменения алгоритма обработки сигналов, а вместо оценки (3) — дополнительного поактного измерения энергий лазерных импульсов с приемлемой точностью.

Авторы благодарны д. ф.-м. н. Г.Н. Глазову за ценные консультации.

1. Л а з е р н ы й контроль атмосферы /Под ред. Э.Д. Хинкли. М.: Мир, 1979. 416 с.
2. Г л а з о в Г. Н. Статистические вопросы лидарного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 312 с.
3. М е ж е р и с Р. Лазерное дистанционное зондирование. М.: Мир, 1987. 550 с.

V. I. D u b y a g i n, N. A. S h e f e r. Optimal estimation of the Atmospheric Constituents Concentrations from the Photon Counting Lidar Data.

Two suboptimal estimates of the atmospheric components concentrations are synthesized in the paper, which are applicable to processing the data obtained using elastic scattering, resonance fluorescence, and Raman scattering lidars provided that the energy of every sounding pulse is measured. The formulas for the accuracy of these estimates are derived and an example is presented which allows one to demonstrate the advantages on one of the estimates against the other and usually used intuitive estimation.