«Оптика атмосферы и океана», **22**, № 8 (2009)

АДАПТИВНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОПТИКА

УДК 535.31; 681.7; 53.082.5

Исследование эффективности применения лазерных опорных звезд

Л.А. Больбасова, В.П. Лукин*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1
Томский государственный университет
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

Поступила в редакцию 26.08.2008 г.

Анализируются возможности коррекции общего наклона волнового фронта на основе сигнала от лазерной опорной звезды (ЛОЗ). Исследуется качество изображения внеатмосферного объекта, формируемого астрономической оптической системой через турбулентную атмосферу. Сравнивается эффективность адаптивной коррекции искажений для различных схем формирования ЛОЗ. Расчеты выполнены для различных моделей высотной зависимости структурного параметра показателя преломления турбулентной атмосферы.

Ключевые слова: адаптивная оптическая коррекция, турбулентность, лазерная опорная звезда.

Введение

Атмосферная турбулентность является серьезным ограничением для астрономических наблюдений. Применение адаптивных оптических систем может значительно улучшить качество наблюдаемых через атмосферу изображений, однако при этом необходим опорный источник. Опорный источник может быть сформирован непосредственно на поверхности объекта, изображение которого анализируется в оптической системе, или это может быть опорный источник, вынесенный на бесконечность (естественная звезда), наконец, это может быть опорный источник, расположенный в атмосфере, так называемая лазерная опорная звезда (ЛОЗ) [1–3].

Исходные положения

Пусть наблюдаемый с помощью астрономического телескопа объект находится практически на бесконечности, т.е. им формируется плоская волна. Предположим, что опорный источник помещен в плоскость x, входная апертура телескопа имеет гауссов вид $W(\rho) = \exp(-\rho^2/2R^2)$ и находится в плоскости $x = 0$. Действие телескопа можно заменить эквивалентной линзой, вносящей фазовый член $\exp(-ik\rho^2/2f)$, где f – эквивалентное фокусное расстояние оптической системы телескопа; $2R$ – диаметр входной апертуры телескопа.

При этом видимый размер ЛОЗ таков, что она не разрешается оптической системой телескопа, поэтому ЛОЗ может рассматриваться как точечный источник. Фаза волны с волновым числом излучения $k = 2\pi/\lambda$ от такого точечного опорного источника в плоскости входной апертуры телескопа ($x = 0$) может быть записана как

$$S_{\text{оп}}(0,\rho) = kx + \frac{k\rho^2}{2x} + S_{\text{сф}}(0,\rho;x,0), \qquad (1)$$

где $S_{\text{сф}}(0,\rho;x,0)$ – обусловленная турбулентностью случайная фаза сферической волны при ее распространении из начала координат в плоскости x в точку ρ, лежащую в плоскости входной апертуры телескопа ($x = 0$).

Рассмотрим формирование в фокальной плоскости телескопа ($x = -f$) изображения естественной звезды, при этом получаем поле в следующем виде:

$$U(-f,\rho) = \iint d^2\rho_1 \exp\left[\frac{-\rho_1^2}{2R^2} - \frac{ik\rho_1^2}{2f} + iS_{\text{пл}}(\rho_1)\right] \times$$
$$\times G_0(0,\rho_1;-f,\rho). \qquad (2)$$

Здесь $G_0(0,\rho_1;-f,\rho)$ – функция Грина для свободного пространства. Выражение (2) записано в предположении, что распределение поля можно представить как дифракционный интеграл Кирхгофа [4] при условии, что на входную апертуру падает плоская волна с фазовыми искажениями $S_{\text{пл}}(\rho_1)$. Для большинства астрономических приложений можно учитывать только фазовые флуктуации в падающей волне, амплитудные флуктуации вносят меньший вклад по сравнению с фазовыми.

Можно показать [11, 12], что в результате фазовой коррекции с использованием флуктуирующей

* Лидия Адольфовна Больбасова (sla@iao.ru); Владимир Петрович Лукин (lukin@iao.ru).

части сферической опорной волны (1), формируемой от ЛОЗ, скорректированное поле в фокальной плоскости примет вид

$$U(-f,\rho) = \iint d^2\rho_1 G_0(0,\rho_1;-f,\rho)\times$$

$$\times\exp\left[\frac{-\rho_1^2}{2R^2}+iS_{\text{пл}}(\rho_1)-iS_{\text{сф}}(x,0;0,\rho_1)-\frac{ik\rho_1^2}{2f}\right]. \quad (3)$$

Отметим, что в выражении (3) интеграл вычисляется в пределах входной апертуры телескопа, т.е. по кругу площадью πR^2.

Особенности флуктуаций отраженных оптических волн

В настоящее время практически все ЛОЗ создаются фокусировкой лазерного излучения. Это обусловлено требованиями получения высокой концентрации энергии. Реальный размер формируемой ЛОЗ оказывается порядка 2–3 угл. с, поскольку именно таков минимальный угловой размер пятна фокусировки когерентного оптического излучения при распространении вертикально вверх через всю толщу атмосферы в условиях хорошего астроклимата. Лазерный источник, излучение которого используется для создания ЛОЗ, расположен на Земле, и поэтому принимаемое оптическое излучение проходит через одни и те же атмосферные неоднородности дважды. Первый раз – по трассе снизу вверх, чтобы сформировать саму ЛОЗ, а второй раз – по трассе сверху вниз, в результате рассеяния назад неоднородностями атмосферы.

В работе [5] были получены выражения для дисперсии флуктуаций центра тяжести смещения оптического изображения в плоскости фотодетектора при локации поверхности с произвольными рассеивающими свойствами. При ламбертовском рассеянии и бистатической схеме локации дисперсия смещения центра тяжести изображения $\rho_{\text{из}}$ при отражении имеет вид

$$<\rho_{\text{из}}^2> = \frac{F^2}{x^2}<\rho_{\text{л.п}}^2> + F^2<(\varphi_F^{\text{в.и}})^2>, \quad (4)$$

где $<\rho_{\text{л.п}}^2>$ – дисперсия случайного смещения центра тяжести лазерного пучка в плоскости формирования ЛОЗ; $<(\rho_F^{\text{в.и}})^2>$ – дисперсия случайного углового смещения изображения неподвижного «вторичного» источника (при распространении излучения сверху вниз); F – фокусное расстояние телескопа; x – расстояние между лазерным источником и рассеивающим объемом. Отметим, что будем определять как бистатическую такую локационную схему, в которой отсутствует корреляция между флуктуациями для прямой и обратной трасс. Дрожание изображения неточечных (протяженных) источников излучения ранее уже изучалось [6–10, 26].

Взаимная корреляция случайных смещений пучков и изображений

В работах [8, 12] изучались вопросы стабилизации направления лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Рассматривались возможности такой стабилизации на основе измерения смещения изображения опорного источника в фокальной плоскости телескопа. В работе [8] была рассчитана взаимная корреляционная функция K между случайным смещением центра тяжести гауссова пучка и случайным центром тяжести изображения, формируемого неограниченной плоской волной. Пучок и плоская волна распространялись вдоль одной и той же оптической трассы. Случайные смещения центра тяжести определяются вектором [9]:

$$\rho_{\text{л.п}} = \frac{1}{P_0}\int_0^x d\xi(x-\xi)\iint d^2R <I(\xi,\mathbf{R})> \nabla_R n_1(\xi,\mathbf{R}), \quad (5)$$

где $P_0 = \iint d^2 R I(0,\mathbf{R})$; $n_1(\xi,\mathbf{R})$ – флуктуации показателя преломления в точке $(\xi,\mathbf{R})$; $I(\xi,\mathbf{R})$ – интенсивность поля в точке $(\xi,\mathbf{R})$ от лазерного источника, расположенного на оптической оси в начальной плоскости (для $\xi = 0$). Случайные смещения изображения в фокальной плоскости оптической системы телескопа с фокусным расстоянием F и площадью $\Sigma = \pi R^2$ даются [4] выражением

$$\rho_F = -\frac{F}{k\Sigma}\iint_\Sigma \nabla_\rho S(x,\rho)d^2\rho, \quad (6)$$

где $S(x,\rho)$ – фазовые флуктуации в оптической волне на апертуре оптической системы (в плоскости $\xi = x$) в точке ρ. Проведем усреднение (знак $<...>$) и рассчитаем дисперсии по ансамблю реализаций случайной функции $n_1(\xi,\mathbf{R})$.

Предположим, что функции $<I(\xi,\mathbf{R})>$ и спектральная плотность флуктуаций показателя преломления $\Phi_n(\xi,\kappa)$ изотропны, а средняя интенсивность $<I(\xi,\mathbf{R})>$ для гауссова пучка дается выражением [9]:

$$<I(\xi,\mathbf{R})> = \frac{a^2}{a_{\text{eff}}^2(\xi)}\exp\left[\frac{-R^2}{a_{\text{eff}}^2(\xi)}\right], \quad (7)$$

где

$$a_{\text{eff}}^2(\xi) = a^2\left[\left(1-\frac{x}{f}\xi\right)^2+\Omega^{-2}+\Omega^{-2}\left(\frac{1}{2}D_S(2a)\right)^{6/5}\right]; \quad (8)$$

$\Omega = ka^2/(x\xi)$; a – начальный размер гауссова пучка; $D_S(2a)$ – структурная функция фазы. В результате получаем [21]:

$$K = \int_0^1 d\xi(1-\xi)\int_0^\infty d\kappa\kappa^3\Phi_n(\kappa)\exp\left(-\frac{\kappa^2(R^2+a_{\text{eff}}^2)}{4}\right)\times$$

$$\times \cos\left(\frac{\kappa^2 x(1-\xi)}{2k}\right)\left(\int_0^1 d\xi(1-\xi)^2 \int_0^\infty d\kappa\kappa^3 \Phi_n(\kappa)\times\right.$$

$$\left.\times \exp\left(-\frac{\kappa^2 a_{\text{eff}}^2(\xi)}{2}\right)\right)^{-1/2} \left(\int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa\kappa^3 \Phi_n(\kappa)\times\right.$$

$$\left.\times \exp\left(-\frac{\kappa^2 R_0^2}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\kappa^2 x(1-\xi)}{2k}\right)\right)^{-1/2}. \qquad (9)$$

В расчетах мы используем изотропную модель [4]:

$$\Phi_n(\kappa,\xi) = 0{,}033 C_n^2(\xi)\kappa^{-11/3}\exp\left(\frac{-\kappa^2}{\kappa_m^2}\right),\ \ \kappa_m = \frac{5{,}92}{l_0}, \quad (10)$$

учитывающую отклонение от степенного закона в области внешнего масштаба турбулентности $L_0 = 2\pi\kappa_0^{-1}$, и конечность внутреннего масштаба турбулентности l_0; $C_n^2(\xi)$ – структурный параметр турбулентной атмосферы. Оценки в работе [8] были выполнены при следующих условиях для параметров задачи:

$$\kappa_0^{-1} \gg \left(R_0,\ a_{\text{eff}},\ \sqrt{\frac{x}{k}}\right),\ \ kR_0^2 \gg x,$$

$$\Omega^{-2}\left(\frac{1}{2}D_s(2a)\right)^{6/5} \ll 1.$$

Используя расчеты по формуле (9), можно получить значения взаимной корреляции для дрожания изображения плоской волны и произвольного гауссова пучка. Позднее эти результаты были обобщены [12] на случай, когда формирование пучка и изображения происходит навстречу друг другу. Для опорной сферической (и любой другой) волны результаты $<\rho_{\text{л.п}}\rho_F>$ могут быть получены непосредственно из расчетов.

Проблемы, возникающие при использовании лазерной опорной звезды

В работах [13–17] были проведены расчеты эффективности коррекции формирования изображения протяженного объекта через турбулентную атмосферу для адаптивного телескопа, работающего с использованием опорной звезды. Современный интерес к этой проблеме возник в связи с использованием сигнала от ЛОЗ для коррекции изображения в телескопе наземного базирования. На существование нескольких серьезных проблем использования ЛОЗ в телескопах указывалось в ряде работ [2, 18], а именно: влияние фокусного изопланатизма и практическая невозможность (для моностатической схемы) разделения вкладов в дрожание изображения ЛОЗ, обусловленных как распространением снизу вверх, так и сверху вниз.

Неоднократно было показано [18–24], что дисперсия дрожания изображения ЛОЗ в фокальной плоскости телескопа при моностатической схеме формирования дается следующей формулой:

$$\frac{<\rho_{\text{из}}^2>}{F^2} = \frac{<\rho_{\text{л.п}}^2>}{x^2} + <(\varphi_F^{\text{в.и}})^2> - 2<\rho_{\text{л.п}}\rho_F^{\text{в.и}}> =$$

$$= 2\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)2^{1/6}\left[R^{-1/3} + a^{-1/3} - 2^{7/6}(R^2+a^2)^{-1/6}\right]\times$$

$$\times \int_0^x d\xi C_n^2(\xi)\left(1-\frac{\xi}{x}\right)^{5/3}. \qquad (11)$$

В результате взаимности флуктуаций при прямом и обратном проходах для моностатической схемы для случая $a = R$, т.е. когда телескоп формирует ЛОЗ всей своей апертурой, получаем, что такая опорная звезда оказывается «неподвижной». В результате возникает практическая невозможность коррекции «глобального» наклона волнового фронта. При выводе формулы (11) было сделано несколько приближений, влияние которых требует более тщательного анализа.

Надо заметить, что появилось достаточно много работ, в которых предлагаются подходы к решению проблемы коррекции общего наклона по сигналу от опорной звезды. Так, в работах [22, 23] предлагается такая схема, в которой для формирования самой ЛОЗ используется лазерный пучок, проходящий через основной телескоп, а для измерений, кроме основного телескопа, используются еще два дополнительных телескопа, которые измеряют дрожание изображения ЛОЗ. Оптический сценарий построен таким образом, что для основного телескопа ЛОЗ представляет собой точечный источник, а для дополнительных телескопов изображение опорной звезды наблюдается как протяженный источник. Как указывается в работе [22], такая бистатическая схема (с дополнительными телескопами) позволяет выделить компоненту дрожания изображения ЛОЗ, соответствующую направляемому лазерному пучку и высококоррелированную с общим наклоном волнового фронта для естественной звезды.

В то же время использование сфокусированных лазерных пучков для формирования опорной звезды обладает еще одним серьезным ограничением, связанным с тем, что точечный опорный источник и плоская волна, формируемая от реальной звезды, будут изображаться в различных плоскостях, а также тем, что фазовые флуктуации для плоской и сферических волн отличаются друг от друга по величине. В результате фазовосопряженной коррекции [17] будет иметь место неполная компенсация искажений. В литературе это явление получило название «фокусный неизопланатизм» [2, 26].

Можно сформулировать следующий вопрос: насколько применима формула (11) для оценки остаточных искажений в результате коррекции углов наклона волнового фронта? И, наверное, такой вопрос является вполне правомерным, поскольку реально при коррекции, как правило, применяется гибкое зеркало, т.е. никогда не корректируются отдельно только наклоны волнового фронта.

Рассмотрим еще раз адаптивную коррекцию изображения в телескопе с использованием сигнала от одиночной ЛОЗ. Фаза плоской волны в точке ρ_1 записывается как $S_{\text{пл}}(\rho_1)$, а $S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}})$ – это фаза сферической волны в точке ρ_1 от ЛОЗ с центром в точке $\rho_{\text{л.п}}$. Вектор $\rho_{\text{л.п}}$ характеризует собой мгновенное положение центра тяжести фокусированного лазерного пучка. Тогда структурная функция остаточных фазовых искажений (3) запишется следующим образом:

$$< \left\{ \left[S_{\text{пл}}(\rho_1) - S_{\text{пл}}(\rho_2) \right] - \left[S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}}) - S_{\text{сф}}(\rho_2, \rho_{\text{л.п}}) \right] \right\}^2 > =$$

$$= D_{\text{пл}}(\rho_1 - \rho_2) + D_{\text{сф}}(\rho_1 - \rho_2, 0) -$$

$$-2 < S_{\text{пл}}(\rho_1) S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}}) > -$$

$$-2 < S_{\text{пл}}(\rho_2) S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}}) > +$$

$$+2 < S_{\text{пл}}(\rho_1) S_{\text{сф}}(\rho_2, \rho_{\text{л.п}}) > -$$

$$-2 < S_{\text{пл}}(\rho_2) S_{\text{сф}}(\rho_2, \rho_{\text{л.п}}) >. \quad (12)$$

Воспользуемся выражениями для функций $S_{\text{пл}}(\rho_1)$ и $S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}})$ в приближении геометрической оптики:

$$S_{\text{пл}}(\rho_1) = k \int_0^x d\xi \iint d^2\kappa\, n(\boldsymbol{\kappa}, x - \xi) \exp(i\boldsymbol{\kappa}\rho_1),$$

$$S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_0) = k \int_0^x d\xi \iint d^2\kappa\, n(\boldsymbol{\kappa}, x - \xi) \times$$

$$\times \exp\left[i\boldsymbol{\kappa}\rho_1 \left(\frac{\xi}{x}\right) + i\boldsymbol{\kappa}\rho_0 \left(1 - \frac{\xi}{x}\right) \right].$$

Здесь записано выражение для флуктуаций в сферической волне в предположении, что источник находится в точке ρ_0. Далее при рассмотрении следует учесть, что сами функции $S_{\text{пл}}(\rho_1)$ и $S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}})$ являются флуктуирующими и у функции $S_{\text{сф}}(\rho_1, \rho_{\text{л.п}})$, в свою очередь, есть случайный аргумент $\rho_{\text{л.п}}$. Далее при вычислении средних значений можно применить выводы из теоремы Фуруцу–Новикова [8], т.е. провести расщепление взаимной корреляции локальных случайных величин и интегральных.

Здесь предполагается, что исходно ЛОЗ формируется на оси телескопа, тогда для одной из составляющих (12) необходимо вычислять следующую корреляцию:

$$< S_{\text{пл}}(\rho_1) S_{\text{сф}}(\rho_2, \rho_{\text{л.п}}) > = k^2 \int_0^x d\xi_1 \int_0^x d\xi_2 \iint d^2\kappa_1 d^2\kappa_2 \times$$

$$\times \exp\left[i\boldsymbol{\kappa}_1\rho_1 + i\boldsymbol{\kappa}_2\rho_2 \left(\frac{\xi_2}{x}\right) \right] \times$$

$$\times < n(\boldsymbol{\kappa}_1, x - \xi_1) n(\boldsymbol{\kappa}_2, x - \xi_2) \exp\left[i\boldsymbol{\kappa}_2 \rho_{\text{л.п}} \left(1 - \frac{\xi_2}{x}\right) \right] >. \quad (13)$$

Воспользуемся теоремой Фуруцу–Новикова и расщепим корреляцию (13), тогда

$$< n(\boldsymbol{\kappa}_1, x - \xi_1) n(\boldsymbol{\kappa}_2, x - \xi_2) \exp\left[i\boldsymbol{\kappa}_2 \rho_{\text{л.п}} \left(1 - \frac{\xi_2}{x}\right) \right] > =$$

$$= 2\pi\delta(\xi_1 - \xi_2)\delta(\boldsymbol{\kappa}_1 - \boldsymbol{\kappa}_2)\Phi_n(\boldsymbol{\kappa}_1, x - \xi_1) \times$$

$$\times \exp\left[-\kappa_2^2 < \rho_{\text{л.п}}^2 > \frac{(1 - \xi_2/x)^2}{2} \right], \quad (14)$$

поскольку $< \rho_{\text{л.п}} > = 0$. Далее воспользуемся изотропным спектром (10) и получим

$$< S_{\text{пл}}(\rho_1) S_{\text{сф}}(\rho_2, \rho_{\text{л.п}}) > = 4\pi^2 k^2 \int_0^x d\xi \iint d\kappa\kappa \Phi_n(\kappa, x - \xi) \times$$

$$\times J_0\left(\kappa \left| \rho_1 - \rho_2 \left(\frac{\xi}{x}\right) \right| \right) \exp\left[-\kappa^2 < \rho_{\text{л.п}}^2 > \frac{(1 - \xi/x)^2}{2} \right] >. \quad (15)$$

Нетрудно показать, что базовым здесь является интеграл

$$\int d\kappa\kappa \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}, x - \xi) J_0\left(\kappa \left| \rho_1 - \rho_2 \left(\frac{\xi}{x}\right) \right| \right) \times$$

$$\times \exp\left[-\kappa^2 < \rho_{\text{л.п}}^2 > \frac{(1 - \xi/x)^2}{2} \right] =$$

$$= \frac{\Gamma(-5/6)}{2^{11/6}} < \rho_{\text{л.п}}^2 > \left(1 - \frac{\xi}{x}\right)^{5/3} \times$$

$$\times {}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1; -\frac{\left| \rho_1 - \rho_2(\xi/x) \right|^2}{2 < \rho_{\text{л.п}}^2 > (1 - \xi/x)^2} \right). \quad (16)$$

Далее воспользуемся представлением функции ${}_1F_1(...)$ для большого значения аргумента:

$${}_1F_1(\ldots) \approx \frac{1}{\Gamma(11/6)} \left(\frac{\left| \rho_1 - \rho_2(\xi/x) \right|^2}{2 < \rho_{\text{л.п}}^2 > (1 - \xi/x)^2} \right)^{5/6},$$

тогда базовый интеграл равен

$$\int d\kappa\kappa \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}, x - \xi) J_0\left(\kappa \left| \rho_1 - \rho_2 \left(\frac{\xi}{x}\right) \right| \right) \times$$

$$\times \exp\left[-\kappa^2 < \rho_{\text{л.п}}^2 > \frac{(1 - \xi/x)^2}{2} \right] \approx$$

$$\approx \frac{\Gamma(-5/6)}{2^{8/3}\Gamma(11/6)} \left| \rho_1 - \rho_2 \left(\frac{\xi}{x}\right) \right|^{5/3}.$$

Просуммируем все 4 члена взаимных корреляций в (12) и получим

$$[\ldots] = |\rho_1 - \rho_2|^{5/3} + (1 - \xi/x)^{5/3} |\rho_1 - \rho|^{5/3} +$$

$$+ (1 - \xi/x)^{5/3} (\rho_1^2 + \rho_2^2) - \left| \rho_1 - \rho_2 \left(\frac{\xi}{x}\right) \right|^{5/3} - \left| \rho_2 - \rho_1 \left(\frac{\xi}{x}\right) \right|^{5/3}.$$

Далее преобразуем формулу (12):

$$<\{[S_{пл}(\rho_1)-S_{пл}(\rho_2)]-[S_{сф}(\rho_1,\rho_{л.п})-S_{сф}(\rho_2,\rho_{л.п})]\}^2>=$$

$$= D_{пл}(\rho_1-\rho_2)+D_{сф}(\rho_1-\rho_2,0)+D_{пл/сф}(\rho_1;\rho_1,\rho_{л.п})-$$

$$-D_{пл/сф}(\rho_2;\rho_1,\rho_{л.п})-D_{пл/сф}(\rho_1;\rho_2,\rho_{л.п})+$$

$$+D_{пл/сф}(\rho_2;\rho_2,\rho_{л.п}).$$

Из формулы (15) следует, что взаимную структурную функцию флуктуаций в плоской и сферической волнах можно рассчитать следующим образом:

$$D_{пл/сф}(\rho_1;\rho_2,\rho_{л.п}) = 8\pi^2k^2\int_0^x d\xi\int d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa,x-\xi)\times$$

$$\times\exp\left[-\kappa^2<\rho^2_{л.п}>\left(1-\frac{\xi}{x}\right)^2\right]\left[1-J_0\left(\kappa\left|\rho_1-\rho_2\left(\frac{\xi}{x}\right)\right|\right)\right]. \quad (17)$$

Заметим, что такая функция вводится и рассчитывается впервые. Анализ интеграла в (17) показывает, что здесь подынтегральная функция имеет вид

$$\int d\kappa\kappa\Phi_n(\kappa,x-\xi)\left[1-J_0\left(\kappa\left|\rho_1-\rho_2\left(\frac{\xi}{x}\right)\right|\right)\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\kappa^2<\rho^2_{л.п}>\frac{(1-\xi/x)^2}{2}\right]\approx$$

$$\approx\int d\kappa\kappa^3\kappa^{-11/3}\exp\left[-\kappa^2<\rho^2_{л.п}>\frac{(1-\xi/x)^2}{2}\right]. \quad (18)$$

Видно, что реальная степень в подынтегральной функции (18) оказывается $\propto\kappa^{-2/3}$, что соответствует условиям существования интеграла (15), который фактически сводится к виду

$$\int d\kappa\kappa\kappa^{-11/3}\left[1-J_0\left(\kappa\left|\rho_1-\rho_2\left(\frac{\xi}{x}\right)\right|\right)\right]\times$$

$$\times\exp\left[-\kappa^2<\rho^2_{л.п}>\frac{(1-\xi/x)^2}{2}\right]=$$

$$=\frac{\Gamma(-5/6)}{2^{11/6}\Gamma(11/6)}<\rho^2_{л.п}>\left(1-\frac{\xi}{x}\right)^{5/3}\times$$

$$\times\left[1-{}_1F_1\left(-\frac{5}{6},1;-\frac{|\rho_1-\rho_2(\xi/x)|^2}{2<\rho^2_{л.п}>(1-\xi/x)^2}\right)\right].$$

Последнее выражение явно зависит от аргумента

$$\frac{|\rho_1-\rho_2(\xi/x)|^2}{2<\rho^2_{л.п}>(1-\xi/x)^2},$$

в котором компоненты переменных ρ_1 и ρ_2 меняются от 0 до R. При измерении $S_{сф}(\rho_1,\rho_{л.п})$ как непрерывной функции удается обеспечить измерения фазового фронта от опорного источника по моностатической схеме, при условии, что здесь корреляции $<S_{пл}(\rho_1)S_{сф}(\rho_2,\rho_{л.п})>$ вычислялись *по одной и той же трассе*.

Рассмотрим поведение аргумента функции

$${}_1F_1\left(-\frac{5}{6},1;-\frac{|\rho_1-\rho_2(\xi/x)|^2}{2<\rho^2_{л.п}>(1-\xi/x)^2}\right)$$

для больших телескопов (с апертурой 4–8 м):

– знаменатель аргумента функции имеет минимум (на малых высотах) в точках трассы, близких к апертуре телескопа, когда $\xi\Rightarrow x$, поэтому в начале трассы (у земли) аргумент функции практически для любых апертур всегда велик, т.е.

$$\frac{|\rho_1-\rho_2(\xi/x)|^2}{2<\rho^2_{л.п}>(1-\xi/x)^2}\gg 1,$$

– на больших высотах, когда $\xi\Rightarrow 0$, аргумент велик только для больших апертур, при условии, что $R\gg\sqrt{<\rho^2_{л.п}>}$.

Это позволяет заключить, что для больших апертур (порядка 4–8 м) можно пренебречь в условиях хорошего астроклимата эффектом дрожания положения самой ЛОЗ. Реально на высоте формирования 85–100 км ее размер не более 1 м, при этом величина углового дрожания формирующего лазерного пучка составляет примерно 2–3 угл. с, тогда как апертура телескопа равна нескольким метрам. Поэтому получается, что практически всегда для больших апертур ($2R$ > 4 м) можно пользоваться представлением гипергеометрической функции ${}_1F_1(...)$ как для большого значения аргумента, тогда

$$\left[1-{}_1F_1\left(-\frac{5}{6},1;-\frac{|\rho_1-\rho_2(\xi/x)|^2}{2<\rho^2_{л.п}>(1-\xi/x)^2}\right)\right]\approx$$

$$\approx\frac{1}{\Gamma(11/6)}\left(\frac{|\rho_1-\rho_2(\xi/x)|^2}{2<\rho^2_{л.п}>(1-\xi/x)^2}\right)^{5/6}.$$

В итоге имеем, что для члена, зависящего от турбулентных флуктуаций:

$$<[...]^2>=\exp\left(-\frac{1}{2}\left[D_{пл}(\rho_1-\rho_2)+D_{сф}(\rho_1-\rho_2,0)+\right.\right.$$

$$+D_{пл/сф}(\rho_1;\rho_1,\rho_{л.п})-D_{пл/сф}(\rho_2;\rho_1,\rho_{л.п})-$$

$$\left.\left.-D_{пл/сф}(\rho_1;\rho_2,\rho_{л.п})+D_{пл/сф}(\rho_2;\rho_2,\rho_{л.п})\right]\right),$$

имеем следующее выражение:

$$<[...]^2>=\exp\left(-1{,}41k^2\int_0^x d\xi C_n^2(\xi)\left[|\rho_1-\rho_2|^{5/3}+\right.\right.$$

$$+\left(1-\frac{\xi}{x}\right)^{5/3}|\rho_1-\rho_2|^{5/3}+\left(\frac{\xi}{x}\right)^{5/3}\rho_1^{5/3}+\left(\frac{\xi}{x}\right)^{5/3}\rho_2^{5/3}-$$

$$\left.\left.-\left|\rho_1-\rho_2\left(1-\frac{\xi}{x}\right)\right|^{5/3}-\left|\rho_2-\rho_1\left(1-\frac{\xi}{x}\right)\right|^{5/3}\right]\right). \quad (19)$$

Это последнее выражение можно сравнить с результатами расчетов из работы [29]. Тогда получаем, что поскольку вид члена, зависящего от турбулентных флуктуаций при коррекции с использованием точечного источника (ЛОЗ), положение которого определяется центром тяжести фокусированного пучка, полностью совпадает с выражением для неподвижного точечного источника, то для больших апертур моностатическая схема формирования ЛОЗ с помощью фокусированного пучка вполне приемлема, в том числе и для коррекции флуктуаций общего наклона волнового фронта. Таким образом, реальные случайные смещения положения ЛОЗ не изменяют уровень остаточных фазовых искажений при коррекции.

Ориентированный датчик волнового фронта

Для устранения «фокусного неизопланатизма» был предложен ряд подходов, в одном из которых [26] предполагается использовать для формирования ЛОЗ широкий коллимированный пучок. Мы развиваем несколько другой [27–29] подход: лазерный пучок освещает достаточно большую область и формирует вторичный источник размером, несколько превышающим диаметр апертуры телескопа. При этом предлагается [28] применить датчик волнового фронта такой конструкции, что каждая из его субапертур видит только ограниченную часть всей освещенной поверхности ЛОЗ. Мы можем рассматривать такую опорную звезду как диффузно светящуюся поверхность [27–29], а так как поле зрения каждой из субапертур много меньше, чем размер всей этой светящейся области, то дрожание самой ЛОЗ практически не дает вклада в измерение смещения отдельного фрагмента. Таким образом, получается, что отдельная субапертура «не видит» края освещенной поверхности вторичного источника и поэтому собственное дрожание вторичного источника не дает вклад в измерения дрожания его изображения в фокальной плоскости телескопа. В результате измеренное дрожание изображения отдельной субапертуры обусловлено только распространением излучения через турбулентные флуктуации атмосферы на трассе от ЛОЗ до телескопа. В наших работах [27–29] было доказано, что для каждой субапертуры мы имеем отдельный вторичный источник, формируемый полем зрения каждой из субапертур.

Коррекция на основе системы опорных источников

В наших работах был выполнен расчет параметра Штреля для астрономического телескопа, работающего через турбулентную атмосферу с коррекцией на основе системы опорных источников. При этом предполагалось, что применяется такой датчик волнового фронта, который практически формирует систему опорных источников. При этом была использована запись распределения средней интенсивности изображения, формируемого в результате коррекции, в следующем виде:

$$< I(-f,\rho) > = \sum_{l=1}^{N^2}\sum_{j=1}^{N^2}\iint d^2\rho_1 d^2\rho_2 G_0(0,\rho_1;-f,\rho)\times$$
$$\times G_0^*(0,\rho_2;-f,\rho)\exp\left[\frac{-(\rho_1-\rho_j)^2}{2R^2}\right]\exp\left[\frac{-(\rho_2-\rho_l)^2}{2R^2}\right]\times$$
$$\times\exp\left(\frac{-ik\rho_1^2}{2f}+\frac{ik\rho_2^2}{2f}\right)<\exp\left\{i\left[S_{\text{пл}}(\rho_1)-S_{\text{пл}}(\rho_2)\right]-\right.$$
$$\left.-i\left[S_{\text{сф}}(\rho_1;\rho_j)-S_{\text{сф}}(\rho_2;\rho_l)\right]\right\}>. \qquad (20)$$

Здесь ρ_j,ρ_l $(j,\ l=1,\ ...,\ N^2)$ – координаты опорных звезд (источников сферических волн). В дальнейшем в (20) была использована квадратичная аппроксимация, и в результате для скорректированной средней интенсивности изображения получаем следующее выражение:

$$<I(-f,\rho)> = \sum_{l=1}^{N^2}\sum_{j=1}^{N^2}\frac{\exp\left[-ik\rho(\rho_j-\rho_l)/f\right]}{f^2}\times$$
$$\times\iint d^2\rho_1 d^2\rho_2\exp\left(\frac{-\rho_1^2}{2d^2}\right)\exp\left(\frac{-\rho_2^2}{2d^2}\right)\times$$
$$\times\exp\left[\frac{-ik\rho(\rho_1-\rho_2)}{f}-1{,}41k^2\int_0^x d\xi C_n^2(\xi)\left(\frac{\xi}{x}\right)^2\left|(\rho_1-\rho_2)\right|^2\right]. \qquad (21)$$

Следует отметить, что для внеосевых точек (когда $\rho\neq 0$) в выражении (20) для членов $j\neq l$ в подынтегральной функции появится осциллирующий множитель вида $\exp[-ik\rho(\rho_j-\rho_l)/f]$, поэтому члены, у которых $j\neq l$, будут сильно подавлены (примерно как N^{-2}, где N – размерность матрицы субапертур, $N>1$), но на оси системы, т.е. когда $\rho=0$, выражение (20) переходит в

$$<I(-f,0)> = \frac{N^4}{f^2}\iint d^2\rho_1 d^2\rho_2\exp\left(\frac{-\rho_1^2}{2d^2}\right)\exp\left(\frac{-\rho_2^2}{2d^2}\right)\times$$
$$\times\exp\left[\frac{-ik\rho(\rho_1-\rho_2)}{f}-1{,}41k^2\int_0^x d\xi C_n^2(\xi)\left(\frac{\xi}{x}\right)^2\left|(\rho_1-\rho_2)\right|^2\right]. \qquad (22)$$

Это выражение полностью совпадает с полученным ранее [29] распределением средней интенсивности в схеме с коррекцией в телескопе с использованием одиночной ЛОЗ, только в последнем выражении интегрирование ведется не по всей входной апертуре телескопа, а лишь по области субапертуры, размер которой равен d. Если выбрать $d=2R/N\approx r_0^{\text{пл}}$, то получим, что практически вся приемная апертура телескопа становится когерентной. В результате вычислений для адаптивной коррекции с использованием широкого коллимированного пучка параметр Штреля (отношение значения средней интенсивности на оси системы в случайной среде к интенсивности в вакууме) такого телескопа будет равен

$$\mathrm{St} = [1 + R^2 N^{-2} (\tilde{r}_0^{\text{пл}})^{-2}]^{-1}. \quad (23)$$

Можно заключить, что, увеличивая число разбиения N исходной апертуры телескопа, можно практически для любого телескопа сделать параметр Штреля сколь угодно близким к единице, т.е. сделать любую апертуру полностью когерентной.

Заключение

Суммируя все полученные нами ранее результаты, получим параметр Штреля для телескопа без коррекции:

$$\mathrm{St} \approx \left[1 + 4\pi^2 \frac{\int\limits_0^\infty d\xi C_n^2(\xi)(2R)^{-1/3}}{\left(\dfrac{\lambda}{2R}\right)^2} \right]^{-1}, \quad (24)$$

в системе с коррекцией, которая использует традиционную фокусируемую ЛОЗ:

$$\mathrm{St} \approx \left[1 + 4\pi^2 \frac{\int\limits_0^x d\xi C_n^2(\xi)\left(\dfrac{\xi}{x}\right)^2 (2R)^{-1/3}}{(\lambda/2R)^2} \right]^{-1}, \quad (25)$$

и наконец, при коррекции на основе системы опорных источников (или с использованием коллимированного пучка в качестве ЛОЗ, используя специальный датчик волнового фронта):

$$\mathrm{St} \approx \left[1 + 4\pi^2 \frac{\int\limits_0^x d\xi C_n^2(\xi)\left(\dfrac{\xi}{x}\right)^2 (2R)^{-1/3}}{N^{5/3}\left(\dfrac{\lambda}{2R}\right)^2} \right]^{-1}. \quad (26)$$

В итоге результаты аналитических расчетов показали высокую эффективность применения лазерной опорной звезды в виде широкого коллимированного пучка. Специальный датчик типа Гартмана [28] позволяет восстановить фазу опорной волны как непрерывную функцию. Как показывают оценки, сформированное поле опорного источника достаточно близко по параметрам к плоской волне. В результате получаем высокую коррекцию и большое увеличение параметра Штреля, что косвенно указывает на хорошую коррекцию высших модовых составляющих. Следует заметить, что учет влияния амплитудных флуктуаций, наряду с фазовыми флуктуациями, естественно, уменьшит предельно достижимый уровень коррекции. В итоге параметр Штреля будет несколько ниже, чем определено в формулах (24)–(26).

Отметим еще одну особенность предлагаемой схемы формирования ЛОЗ. Широкий коллимированный пучок и специальный датчик волнового фронта [28, 29], каждая из субапертур которого «видит» только ограниченную область ЛОЗ, снимают проблему [2, 18–24] коррекции глобального наклона волнового фронта при использовании ЛОЗ, поскольку дрожание исходного пучка, обусловленное его распространением вверх из апертуры телескопа, не дает вклада в дрожание изображения субапертуры. В результате суммирование локальных наклонов волнового фронта по всей матрице субапертур датчика волнового фронта может дать сигнал и для коррекции глобального наклона волнового фронта. Это несколько упрощает, в целом, достаточно сложную схему коррекции с использованием ЛОЗ, поскольку отпадает необходимость в применении, наряду с лазерной, еще и естественной звезды, дающей сигнал для коррекции глобального наклона волнового фронта.

Работа выполнена при частичной поддержке комплексного интеграционного проекта СО РАН № 3.2 «Развитие адаптивных систем коррекции изображения для наземных телескопов» и Программы Президиума РАН № 16. Часть 3. Проект 1. «Дневной астроклимат и проблемы построения адаптивного телескопа».

1. *Линник В.П.* О принципиальной возможности уменьшения влияния атмосферы на изображение звезды // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 3. Вып. 4. С. 401–402.
2. *Fugate R.* Laser beacon adaptive optics // Optics & Photonics News. 1993. V. 4. N 6. P. 14–19.
3. *Ragazzoni R.* Absolute tip-tilt determination with laser beacons // Astron. and Astrophys. 1996. V. 305. P. L13–L16.
4. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1961. 345 с.
5. *Орлов В.М., Самохвалов И.В., Матвиенко Г.Г., Белов М.Л., Кожемяков А.Н.* Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1982. 225 с.
6. *Tatarskii V.I., Ishimaru A.* Digest of «Scintillation» Meeting for Wave Propagation in Random Media // University of Washington. Seattle. USA. 1992.
7. *Калистратова М.А., Кон А.И.* Флуктуации углов прихода световых волн от протяженного источника в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1966. Т. 9. № 6. С. 1100–1107.
8. *Лукин В.П.* Отслеживание случайных угловых смещений оптических пучков // V Всесоюз. симп. по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тезисы докл. Томск, 1979. Ч. II. С. 33–36.
9. *Кляцкин В.И.* Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975. 239 с.
10. *Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н.* Корреляция смещений изображения оптических лазерных пучков в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1982. Т. 25. № 12. С. 1467–1471.
11. *Лукин В.П.* Эффективность компенсации фазовых искажений оптических волн // Квант. электрон. 1978. Т. 7. № 4. С. 923–927.
12. *Лукин В.П.* Коррекция случайных угловых смещений оптических пучков // Квант. электрон. 1980. Т. 7. № 6. С. 1270–1279.
13. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квант. электрон. 1982. Т. 9. № 5. С. 952–958.

14. *Лукин В.П., Емалеев О.Н.* Коррекция угловых смещений оптических пучков // Квант. электрон. 1982. Т. 9. № 11. С. 2465–2473.
15. *Лукин В.П., Матюхин В.Ф.* Адаптивная коррекция изображения // Квант. электрон. 1983. Т. 10. № 12. С. 2465–2473.
16. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с. (Перевод: Lukin V.P. Atmospheric Adaptive Optics // SPIE Optical Engineering Press. 1996. V. PM23. 275 p.).
17. *Lukin V.P.* Limiting resolution of adaptive telescope with the use of artificial star // Proc. ICO-16. «Active and Adaptive optics». 1993. P. 521–524.
18. *Lukin V.P., Fortes B.V.* Efficiency of adaptive correction of images in a telescope using an artificial guide star // OSA Techn. Digest. 1995. V. 23. P. 192–194.
19. *Lukin V.P.* Laser beacon and full aperture tilt measurements // Adapt. Opt. Techn. Digest Series. 1996. V. 13. P. 35-1–35-5.
20. *Лукин В.П.* Адаптивное формирование пучков и изображений в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 301–341.
21. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Предельные возможности и применимость различных способов формирования лазерных опорных звезд // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 1. С. 34–41.
22. *Ragazzoni R., Esposito S., Marchetti E.* Auxiliary telescopes for the absolute tip-tilt determination of a laser guide star // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995. V. 276. P. L76–L78.
23. *Belen'kii M.S.* Full aperture tilt measurement technique with a laser guide star // Proc. SPIE. 1995. V. 2471. P. 289–296.
24. *Lukin V.P.* Mono and bistatic schemes and optimal algorithm for tilt correction in ground-based adaptive telescopes // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 21. P. 4561–4568.
25. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в атмосфере. М.: Наука, 1976. 280 с.
26. *Buscher D.F., Love G., Myers R.* Laser beacon wavefront sensing without focal anisoplanatism // Opt. Lett. 2002. V. 27. N 3. P. 149–151.
27. *Bonaccini D., Lukin V.* Laser guide star with collimated laser beam for large aperture telescope // Frontiers in Optics, 2006: Abstracts. Rochester. USA. 2006. P. 129.
28. *Bolbasova L., Goncharov A., Lukin V.* Field-Oriented Wavefront Sensor for Laser Guide Stars // 6th Int. Workshop for Industry and Medicine: Abstract. 2007. Ireland, Galway. P. 174–175.
29. *Больбасова Л.А., Лукин В.П.* Лазерные опорные звезды и модели атмосферной турбулентности // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 12. С. 1096–1104.
30. *Parenti R.R., Sasiela R.J.* Laser-guide-star systems for astronomical applications // J. Opt. Soc. Amer. A. 1994. V. 11. N 1. P. 288–309.

L.A. Bolbasova, V.P. Lukin. **Investigations of the efficiency of application of laser guide stars.**

There is analyzed the possibility to correcting the general tilt of the wave front on base of the signal from laser guide star (LGS). It is analyzed quality of the image extraterrestrial object, formed by astronomical optical system through turbulent atmosphere. Relative increase the parameter Strehl is calculated under adaptive correction on base of the using the technology of the laser guide stars. It is compared efficiency of adaptive correction the distortions for different type of the guide sources. The calculations are executed for different models of the high-altitude evolution of the structure parameter of the refractive index of turbulent atmosphere.