

А.Л. Афанасьев, В.А. Банах

## Применение вейвлет-преобразования для анализа пространственно-временной структуры поля скорости ветра

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 22.12.2005 г.

На основе функции локальной когерентности вейвлет-преобразований сигналов (Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 2001. Т. 37. № 5. С. 630–638) проведен анализ временных рядов скорости ветра, измеренных на различных высотах доплеровским лидаром. На примере конкретного эпизода измерений продемонстрирована возможность выделения групп ветровых данных с согласованным поведением. Показано, что при компенсации локальных сдвигов фазы одинакового масштаба функция когерентности позволяет определять 2-D-области в частотно-временных координатах с высокой корреляцией данных о скорости ветра. Рассмотренный подход может применяться для выявления и изучения динамики когерентных образований в атмосфере.

### Введение

Исследование пространственно-временной структуры трехмерного поля скорости ветра в атмосфере основывается, главным образом, на статистическом анализе накопленных рядов измерений: расчетах взаимных корреляционных функций, взаимных спектров, спектров когерентности и фазы и т.п. Основным математическим инструментом обработки и изучения структуры сигналов при этом является преобразование Фурье. Благодаря эффективным вычислительным алгоритмам быстрого преобразования Фурье [1], спектральный подход находит очень широкое применение в анализе экспериментальных данных.

Однако наряду с очевидными достоинствами Фурье-анализ в применении к атмосферным процессам имеет и вполне определенные недостатки. В частности, требуется предположение о стационарности процессов. Возникает проблема оценки влияния конечности рядов измерительных данных. При этом всевозможные тренды являются мешающим фактором и обычно устраняются на этапе предварительной обработки результатов измерений. Как следствие, все временные изменения статистики процесса внутри рассматриваемой конечной реализации оказываются усредненными. Это, в свою очередь, накладывает повышенные требования к выбору длины реализации и времени усреднения при анализе конкретных данных.

Наиболее сильно пространственная неоднородность и временная нестационарность проявляются при исследовании структуры поля скорости ветра в области масштабов, соответствующих энергетическому интервалу спектра турбулентности. В то же время многочисленные экспериментальные данные, появившиеся в последние десятилетия (в том числе фотографии из космоса), показывают, что в природных и моделируемых турбулентных течениях

наблюдаются и играют важную роль крупномасштабные упорядоченные вихри, получившие название когерентных структур. Это, например, «облачные улицы» в атмосфере, «циркуляции Ленгмюра» в морях и озерах, периодические крупные вихри в струях за реактивными двигателями и др.

Как оказалось, когерентные структуры являются основными энергоносителями в турбулентных потоках и существенно влияют на формирование всех характеристик потока, в том числе на тепло-массообмен, перенос примесей и количества движения, возбуждение звука и др. Когерентные структуры могут образовываться в турбулентных течениях при определенных условиях за счет энергии потока (энергонесущие вихри), а затем разрушаться, переходя в хаотическое движение. А могут, наоборот, потреблять для своего существования энергию хаотического движения в потоке (диссипативные вихри) [2–6]. Эти факты не укладываются в рамки обычных представлений об абсолютной хаотичности турбулентных движений и каскадного механизма передачи энергии от крупных масштабов к мелким. Возникает необходимость поиска новых подходов и методов интерпретации экспериментальных результатов.

В последнее время для анализа данных экспериментов по изучению атмосферных процессов начинает привлекаться метод вейвлет-преобразований [7]. Он позволяет представлять случайные сигналы в виде функции двух переменных – времени (сдвига) и временного масштаба (периода, или частоты), и исследовать локальные свойства их частотно-временной структуры. Вейвлет-анализ используется при изучении нестационарных атмосферных процессов [8] и для идентификации и анализа когерентных структур в атмосфере [9–11], а также в целях выявления периодичности долговременных рядов наблюдений атмосферных параметров [12]. Наряду с традиционным применением вейвлет-преоб-

разований в [11, 12] разрабатываются новые методы их применения к анализу геофизических данных.

В настоящей работе для анализа данных о скорости ветра в атмосфере, полученных с помощью когерентного доплеровского лидара [13], используется основанный на вейвлет-преобразовании метод исследования локальных характеристик случайных процессов, предложенный в [12]. Он позволяет проводить совместный анализ многоточечных рядов наблюдений, выделять регулярные компоненты с локализацией по времени и масштабу.

## 1. Основные соотношения

Вейвлет-преобразование функции  $f(t)$  определяется как ее интегральное преобразование с ядром  $\Phi$

$$\Psi(s, \tau) = s^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Phi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt, \quad (1)$$

где  $\Phi(\xi)$  – вейвлет-функция. В данной работе мы использовали вейвлет типа «мексиканская шляпа» [7]:

$$\Phi(\xi) = (\xi^2 - 1) \exp(-\xi^2/2),$$

позволяющий достаточно хорошо выделять максимумы и минимумы в сигнале.

Определим некоторые характеристики связи двух сигналов в терминах их вейвлет-преобразований [12]. Пусть  $f_1$  и  $f_2$  – два сигнала;  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  – их вейвлет-преобразования на некотором масштабе  $s$  и соответственно  $\tau'_i$  и  $\tau''_j$  – точки локальных экстремумов  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ . Локальным сдвигом фазы данных сигналов на масштабе  $s$  для локального экстремума  $\tau'_i$ , согласно [12] назовем величину

$$l_{1,2}(\tau'_i, s) = \min_j (\tau'_i - \tau''_j), \quad (2)$$

где  $\tau''_j \in (\tau'_i - s/2, \tau'_i + s/2)$ .

Для каждого экстремума  $\tau'_i$  функции  $\Psi_1$  отыскивается ближайшая точка экстремума (максимума или минимума) функции  $\Psi_2$  в окрестности точки  $\tau'_i$  шириной  $s$ . Аналогично определяется локальный сдвиг фазы и для нулей вейвлет-преобразования. Это определение позволяет сравнивать фазы колебаний масштаба  $s$  в окрестности максимальных отклонений и пересечений нуля и не принимать во внимание изменения фазы в промежуточных точках.

Функцию локальной когерентности определим как коэффициент корреляции вейвлет-преобразова-

ний этой пары сигналов на масштабе  $s$  для тех точек, где определена функция  $l_{1,2}(\tau, s)$  по формуле [12]:

$$\begin{aligned} \text{Coh}_{l_{1,2}}(\tau, s; l_{1,2}) &= \\ &= \frac{\int_{\tau-s/2}^{\tau+s/2} \Psi_1(s, t) \Psi_2[s, t + l_{1,2}(\tau, s)] dt}{\left\{ \int_{\tau-s/2}^{\tau+s/2} \Psi_1^2(s, t) dt \int_{\tau-s/2}^{\tau+s/2} \Psi_2^2[s, t + l_{1,2}(\tau, s)] dt \right\}^{1/2}}. \quad (3) \end{aligned}$$

Введенные определения дают возможность оценить в исследуемых сигналах фазовые характеристики и когерентность не только для периодических составляющих, но и для отдельных возмущений соответствующего масштаба  $s$ .

## 2. Тестовый пример

Основные качественные особенности используемого метода анализа можно продемонстрировать на примере двух тестовых сигналов  $f_1$  и  $f_2$ , каждый из которых состоит из суммы трех разнесенных по частоте синусоидальных сигналов единичной амплитуды. Начальная фаза для каждой компоненты сигналов задавалась в интервале от  $-\pi$  до  $+\pi$  с помощью датчика случайных чисел. Пример реализации таких сигналов показан на рис. 1.

На рис. 2 показаны их вейвлет-преобразования (1). На графике минимальные значения вейвлет-коэффициентов обозначены белым цветом, максимальные – черным, все промежуточные значения представлены соответственно в градации серого.

На частотно-временной плоскости графиков видны положения максимумов и минимумов для каждой из трех компонент сигналов, соответствующих определенным частотам. Относительные положения экстремумов функций  $f_1$  и  $f_2$  по временной оси соответствуют начальным сдвигам фаз компонент сигналов.

На рис. 3 показаны локальные сдвиги фаз, найденные в соответствии с (2) на всей частотно-временной плоскости для данной пары вейвлет-преобразований. По оси масштабов (частот) положения постоянных значений локальных сдвигов локализованы вокруг трех частот, соответствующих трем компонентам тест-сигналов  $f_1$  и  $f_2$ . Это хорошо видно из рис. 3, б, где оставлены лишь сдвиги на этих трех масштабах. Для каждой из трех частотных составляющих локальный сдвиг остается примерно постоянным на всей временной оси.

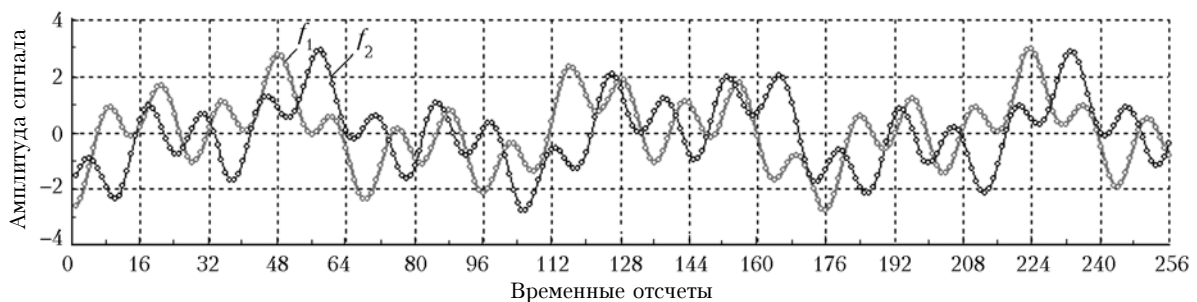


Рис. 1. Сигналы  $f_1$  и  $f_2$

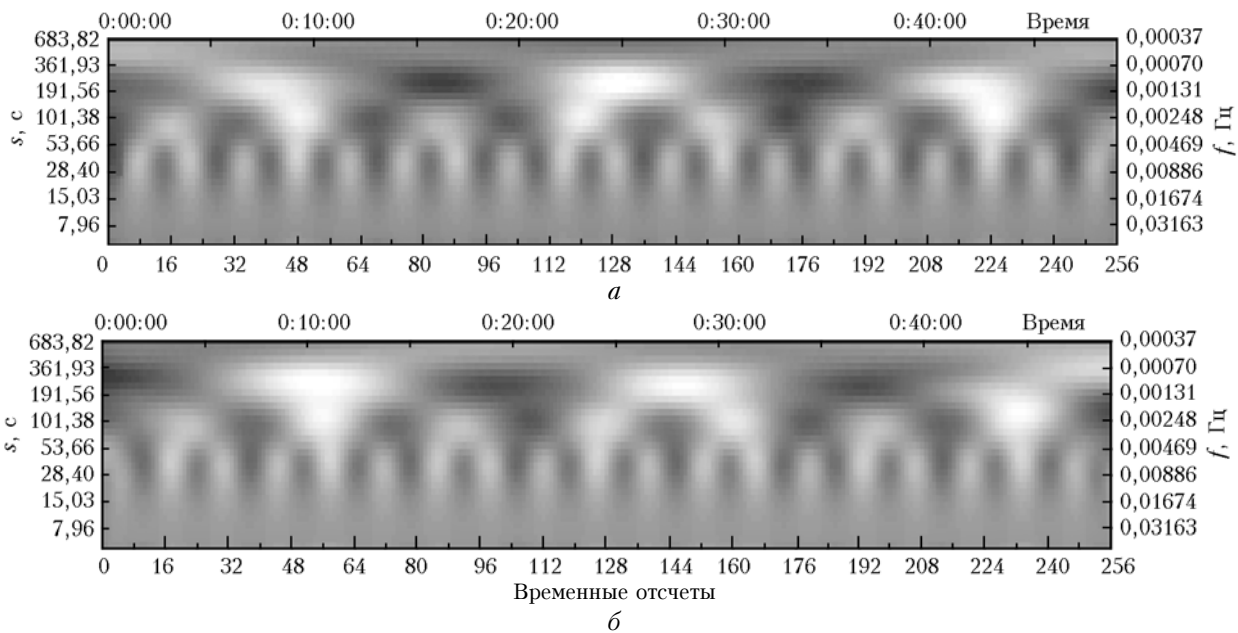


Рис. 2. Вейвлет-преобразования сигналов  $f_1(a)$  и  $f_2(b)$

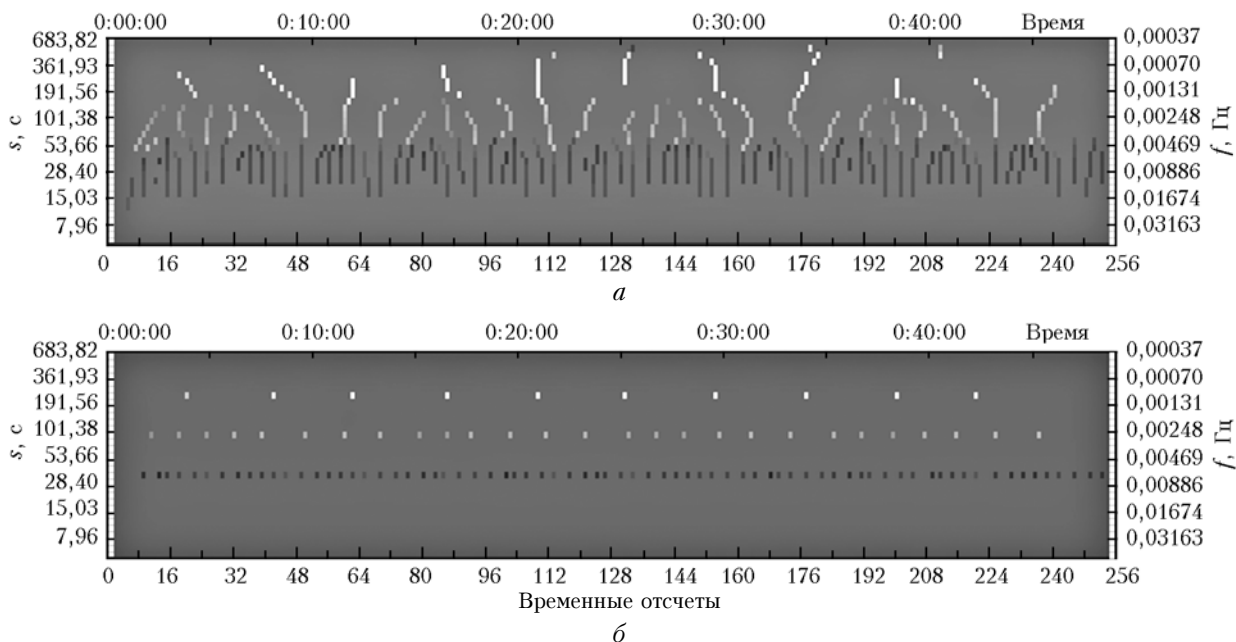


Рис. 3. Локальные сдвиги фаз вейвлет-преобразований сигналов  $f_1$  и  $f_2$ :  $a$  – для всех масштабов;  $b$  – для масштабов, соответствующих частотным составляющим тест-сигналов

На рис. 4 показаны значения локальных сдвигов вейвлет-коэффициентов в единицах шага дискретизации на масштабах, соответствующих частотам компонент тест-сигналов. Имеющиеся временные отклонения значений сдвигов связаны с ошибками вычислений, обусловленными тем, что положения локальных экстремумов (2) и пересечений нуля определяются с точностью до единицы шага дискретизации сигнала. Поэтому в средней части временной оси эти ошибки для высокочастотной компоненты больше, чем для низкочастотной. В начале и в конце временной оси на точность вычислений также влияют краевые эффекты, присущие вейвлет-

преобразованию на границах реализации. Эти искажения проявляются в большей степени для низкочастотной компоненты сигнала.

На рис. 5,  $a$  показаны значения локальной когерентности, рассчитанные по формуле (3) без локальной подстройки фаз компонент сигналов (сдвиги  $l_{12}(\tau'_i, s) = 0$ ). Видно, что функция локальной когерентности двух тест-сигналов на плоскости «время–масштаб» представляет собой периодическую структуру, характерную для сигналов с неизменной во времени разностью фаз колебаний, т.е. для когерентных сигналов. В отличие от Фурье-преобразования, вейвлет-преобразование гармонического

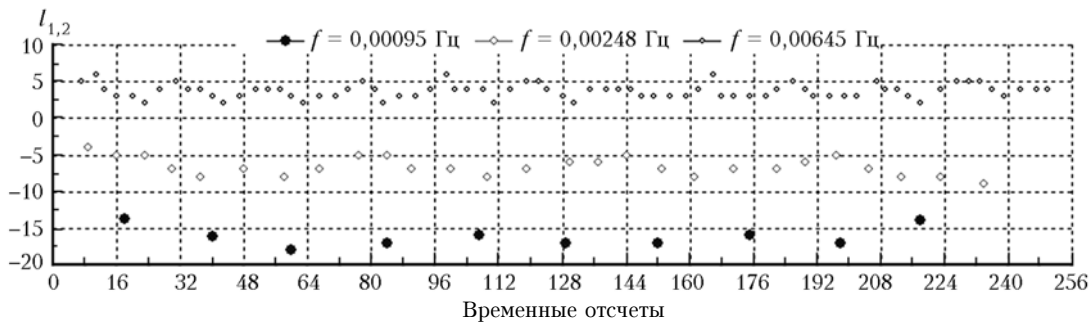


Рис. 4. Локальные сдвиги вейвлет-коэффициентов на частотах компонент тест-сигналов

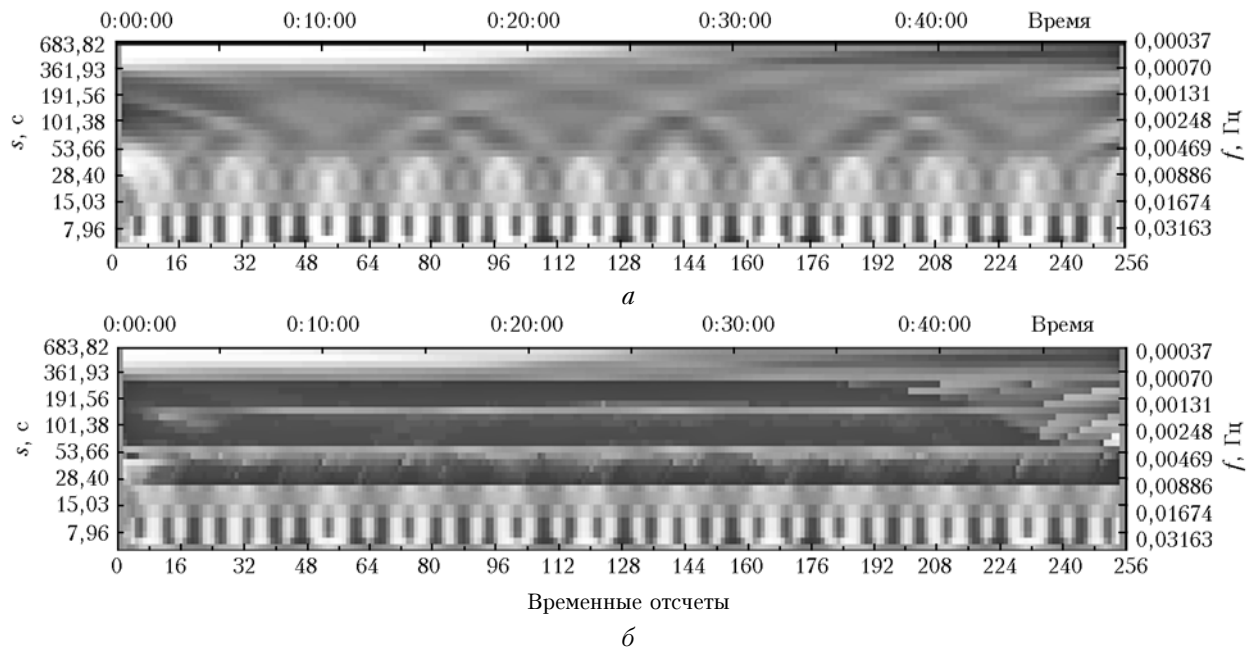


Рис. 5. Локальная когерентность вейвлет-преобразований тест-сигналов без подстройки (а) и при подстройке (б) фаз

сигнала не является дельта-функцией, а занимает некоторую полосу масштабов  $s$ , ширина которой определяется частотным разрешением преобразования. На вейвлет-плоскости полосы, занимаемые отдельными частотными компонентами сигнала, частично взаимно перекрываются. В результате наложения локальная когерентность, рассчитанная по формуле (3), на конкретном масштабе принимает в зависимости от времени периодически меняющиеся по величине значения. Чтобы выявить области масштабов с высокой когерентностью, необходимо произвести локальную подстройку фаз колебаний на некотором масштабе или диапазоне масштабов.

На рис. 5,б представлена частотно-временная структура локальной когерентности, рассчитанной с применением локальной подстройки фаз вблизи исходных частот компонент тест-сигналов. Для этого в (3) использовались вычисленные ранее локальные сдвиги (см. рис. 3,а). В отличие от рис. 5,а, на рис. 5,б видны три области масштабов с высокой когерентностью по всей временной оси, и это самые темные области, где значения когерентности близки к единице.

Таким образом, по функции локальной когерентности вейвлет-преобразований сигналов при компенсации их фазовых сдвигов удастся выявить регулярные компоненты этих сигналов и определить их локализацию.

### 3. Применение к экспериментальным данным

Рассмотрим приложение метода к атмосферным сигналам. На рис. 6 представлены данные измерений скорости ветра доплеровским лидаром на удалении 650 и 1000 м от лидара вдоль направления распространения зондирующего пучка  $V_1$  и  $V_2$  [13]. По сути, речь идет о реализациях скорости ветра, измеряемой в точках, разнесенных в вертикальной плоскости под углом сканирования [13] на расстояние 350 м. Длина реализаций  $V_1$  и  $V_2$  составляет 256 точек с интервалом между отсчетами 11,5 с. То есть частота дискретизации сигнала  $f_d = 0,0869$  Гц, а длительность реализации 49 мин. Вейвлет-преобразования сигналов  $V_1$  и  $V_2$  показаны на рис. 7. Максимальная частота соответствует  $f_d/2$ .

Локальный сдвиг фазы вычислялся по формуле (2) с точностью до единицы шага дискретизации сигнала. Так как  $f_d = 0,0869$  Гц, то относительный временной сдвиг фаз спектральных составляющих двух сигналов определяется с точностью до  $\Delta_l = l/f_d = 11,5$  с. Ошибка определения фазового сдвига относительно периода спектральной компоненты для высокочастотных компонент сигналов, как отмечалось выше, оказывается больше, чем для низкочастотных. На рис. 8 для компоненты с наименьшим периодом  $T_{\min} = 2/f_d$  максимальное значение относи-

тельной погрешности определения локального сдвига фаз  $\Delta_l/T_{\min} = 50\%$ . Соответственно для компоненты с наибольшим периодом, присутствующей в рассматриваемом диапазоне, погрешность  $\Delta_l/T_{\min} = 0,5\%$ . На рис. 8 показано распределение локальных сдвигов фаз  $l_{1,2}$ . Белому цвету соответствуют максимальные отрицательные значения локальных сдвигов, черному – максимальные положительные сдвиги.

На рис. 9,а показана функция локальной когерентности вейвлет-преобразований сигналов  $V_1$  и  $V_2$  без подстройки фаз (с нулевыми сдвигами).

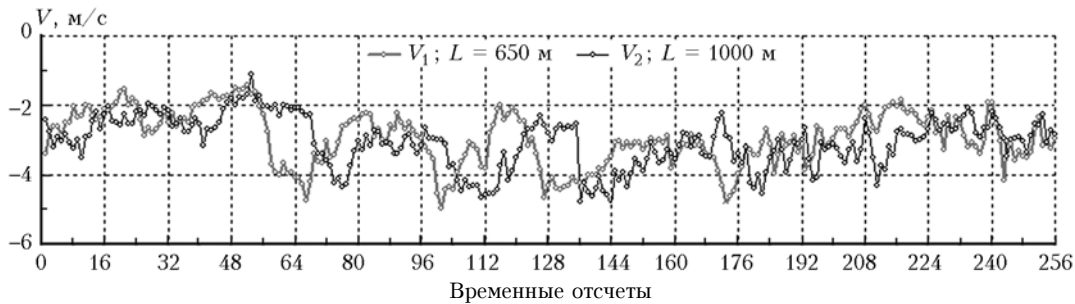


Рис. 6. Реализации скорости ветра  $V_1$  и  $V_2$

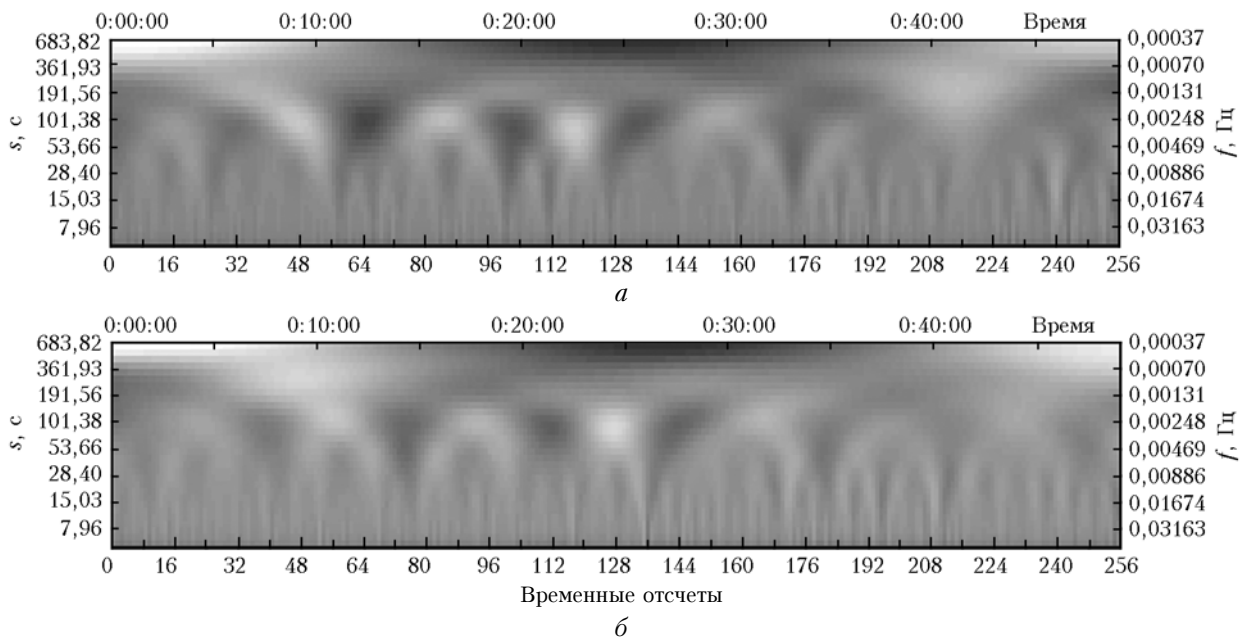


Рис. 7. Вейвлет-преобразования сигналов  $V_1$  (а) и  $V_2$  (б)

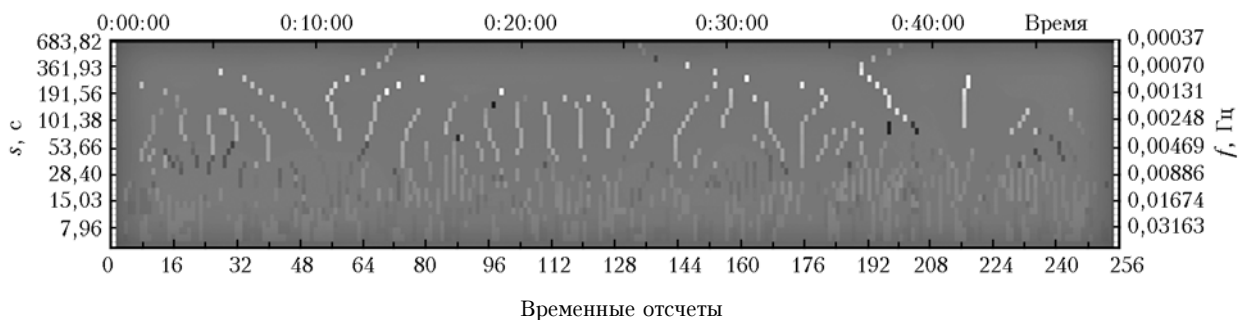


Рис. 8. Локальные сдвиги фаз сигналов  $V_1$  и  $V_2$

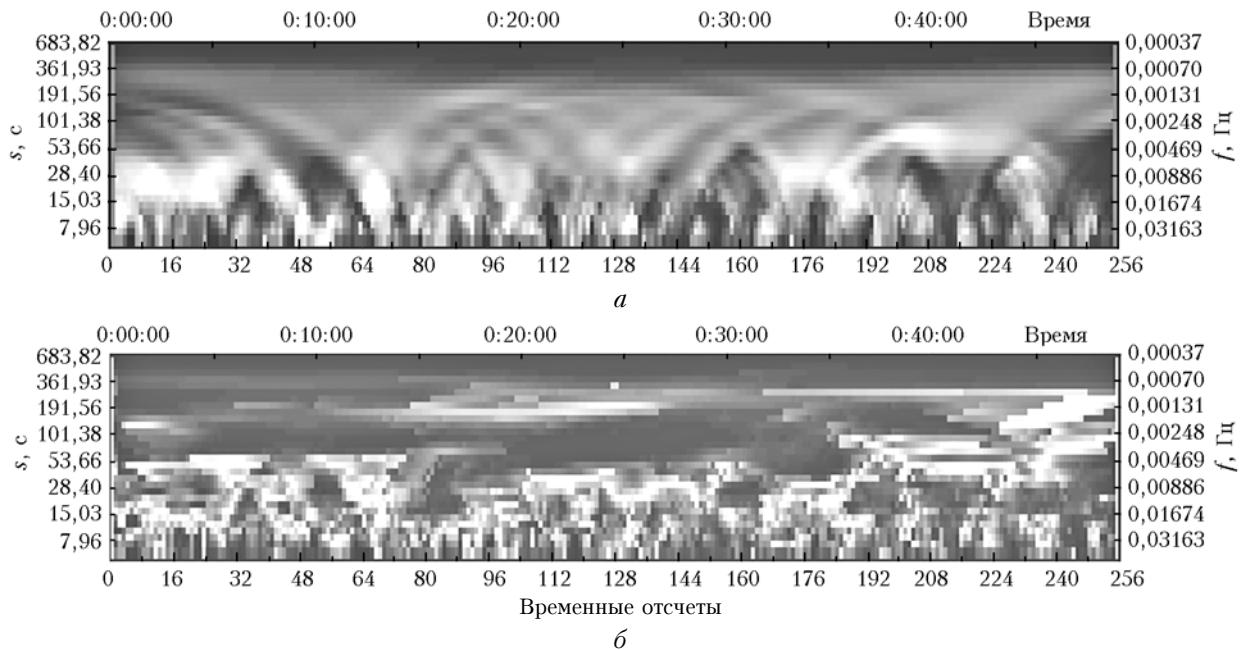


Рис. 9. Локальная когерентность вейвлет-преобразований сигналов  $V_1$  и  $V_2$  без подстройки (а) и при подстройке (б) фаз

За исключением верхней части рис. 9,а, где на масштабах, сравнимых с длиной реализации, проявляется синхронность низкочастотного тренда в обоих сигналах, темные области (с высокой когерентностью) занимают лишь небольшие участки в координатах «масштаб—время» и отделяются друг от друга белыми (некогерентными) полосками. В средней части рассматриваемого диапазона масштабов выделить продолжительные во времени участки с высокой когерентностью не удается.

На рис. 9,б представлена функция когерентности, рассчитанная по формуле (3) с применением локальной подстройки фаз сигналов, т.е. с использованием сдвигов на рис. 8. Видно, что после локальной подстройки фаз вейвлет-преобразования в диапазоне масштабов 60–180 с в окрестности соответствующих точек  $\tau'_i$  и  $\tau'_i \pm l_{1,2}(\tau'_i, s)$  оказываются когерентными почти во всем рассматриваемом временном диапазоне. То есть функция локальной когерентности принимает предельные значения 1 и 0 на довольно большой части частотно-временной плоскости, окрашенной черным для  $\text{Coh}_{1,2}(\tau, s; l_{1,2}) = 1$  и белым для  $\text{Coh}_{1,2}(\tau, s; l_{1,2}) = 0$  цветами. Величина локальной когерентности применительно к скорости ветра может трактоваться как мера устойчивости вихря скорости [2]. Это означает, что после выравнивания локальных сдвигов фазы вихри скорости соответствующих масштабов на временных интервалах, для которых характерна высокая когерентность, эволюционируют синхронным образом с постоянной во времени разностью фаз, т.е. представляя собой когерентные структуры.

Если интересоваться поведением вихрей скорости определенного масштаба, то можно, выбирая на графике локальных сдвигов соответствующие масштабы и игнорируя остальные (т.е. осуществляя локальную подстройку фазы на масштабах вихрей),

с помощью (3) определить частотно-временные интервалы когерентности этих вихрей.

Таким образом, при анализе пространственно-временных рядов скорости ветра, измеренных на различных высотах (дальностях), могут быть выявлены регулярные компоненты с согласованным поведением, оценены их масштабы, определены области временной и частотной локализации. Очевидно, что описанная процедура может использоваться не только для протяженных во времени периодических сигналов, но также и для оценки величины периода и скорости распространения отдельных ветровых возмущений. Предлагаемый подход может оказаться полезным при исследовании нестационарных случайных процессов, в том числе для выявления и исследования динамики когерентных образований в атмосфере.

Авторы выражают признательность А.Д. Ершову и А.В. Фалицу за помощь в работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 03-05-64194-а, 06-05-64445-а.

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.
2. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Мацкевич М.К. Измерение компонент завихренности в нижнем 300-метровом слое атмосферы // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 1996. Т. 32. № 3. С. 323–328.
3. Шур Г.Н. О природе когерентных структур в поле атмосферной турбулентности // Метеорол. и гидрол. 1994. № 1. С. 5–11.
4. Bakas N.A., Ioannou P.J., Kefaliakos G.E. The emergence of coherent structures in stratified shear flow // J. Atmos. Sci. 2001. V. 58. P. 2790–2906.
5. Алексеевко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: ИТФ им. С.С. Кутателадзе СО РАН, 2003. 502 с.

6. *Иванов В.Н., Бызова Н.Л.* Когерентные структуры в пограничном слое атмосферы // *Метеорол. и гидрол.* 2001. № 1. С. 5–25.
7. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: спектральный анализ локальных возмущений (основы теории и примеры применения) // *Изв. вузов. ПНД.* 1996. Т. 4. № 2. С. 3–39.
8. *Terradellas E., Morales G., Cuxart J., Yagüe C.* Wavelet methods: application to the study of the stable atmospheric boundary layer under non-stationary conditions // *Dyn. Atmos. and Oceans.* 2001. V. 34. P. 225–244.
9. *Petenko I.V., Bezverkhniy V.A.* Temporal scales of convective coherent structures derived from sodar data // *Meteorol. and Atmos. Phys.* 1999. V. 71. P. 195–216.
10. *Ress J.M., Staszewski W.J., Winkler J.R.* Case study of a wave event in the stable atmospheric boundary layer overlying an Antarctic Ice Shelf using the orthogonal wavelet transform // *Dyn. Atmos. and Oceans.* 2001. V. 34. P. 245–261.
11. *Petenko I.V.* Advanced combination of spectral and wavelet analysis («Spavelet» analysis) // *Boundary-Layer Meteorol.* 2001. V. 100. P. 287–299.
12. *Безверхний В.А.* Развитие метода вейвлет-преобразования для анализа геофизических данных // *Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана.* 2001. Т. 37. № 5. С. 630–638.
13. *Банах В.А., Фалиц А.В., Смалыхо И.Н., Рам Ш.* Оценка параметров турбулентности из измерений скорости ветра импульсным когерентным доплеровским лидаром // *Оптика атмосфер. и океана.* 2005. Т. 18. № 12. С. 1062–1065.

*A.L. Afanasiev, V.A. Banakh.* **Application of the wavelet transform to analysis of spatio-temporal structure of the wind velocity field.**

The analysis of time series of the wind velocity measured by Doppler lidar was performed based on the local coherence function of the signal wavelet transform (*Izvestiya Rus. Acad. Sci.* 2001. Vol. 37. N 5. P. 630–638). Feasibility of selection of wind data groups with coordinated behavior is demonstrated. It is shown that the coherence function allows determination 2-D time-frequency areas where the wind velocity data coherence is high, at preliminary compensation of local shifts phase of the same scale. The approach can be used in detection and study of dynamics of coherent structures in atmosphere.