

Ю.Э. Гейнц

## Влияние деформаций поверхности сферических микрочастиц на добротность их резонансных мод: геометрикооптический подход

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 21.03.2002 г.

Рассмотрен вопрос о влиянии малых деформаций поверхности сферических микрочастиц на величину добротности их собственных колебательных мод. На основе геометрикооптического представления собственной моды сферы как конгруэнции оптических лучей, заключенной между поверхностью частицы и внутренней каустикой, получено простое выражение, связывающее параметр добротности моды с амплитудой деформации поверхности. Проведено сравнение величин добротности деформированных капель воды с аналогичными результатами, полученными по волновой теории методом возмущений.

Сферические частицы микронных размеров в оптическом диапазоне длин волн могут быть рассмотрены как открытые резонаторы, обладающие набором высокодобротных резонансных мод. Добротность некоторых из этих мод, часто называемых модами «шепчущей галереи» (ШГ), теоретически может достигать достаточно больших значений [1]. Однако на практике пока не удалось зафиксировать величины добротности частиц выше  $\sim 10^8$  [2]. Одной из возможных причин данного факта является то, что форма микрочастиц всегда имеет отклонения от идеальной сферы. Для твердых частиц это могут быть неоднородности, полученные в процессе их изготовления. В жидких аэрозольных частицах присутствуют деформации поверхности, вызванные как естественными причинами (флуктуации температуры, воздушные потоки), так и за счет пондеромоторного действия интенсивного оптического поля [3].

Параметр добротности частицы-резонатора  $Q$  является важнейшей характеристикой, оказывающей влияние на процессы нелинейного взаимодействия световых полей в таких системах [4]. При этом сама величина добротности, помимо зависимости от оптических постоянных вещества, существенным образом зависит также от геометрической формы микрорезонатора. Если говорить о сферических частицах, то любые деформации их поверхности в конечном итоге приводят к ухудшению резонансных свойств. Наиболее существенной причиной падения добротности является нарушение условий фазового синхронизма для резонансов оптических мод в частицах при наличии их деформаций [5]. Это вызывает изменение пространственной структуры собственных колебаний и приводит к смещению частотного положения резонансов.

Как известно, открытые резонаторы, к которым можно отнести диэлектрические частицы малого поглощения, обладают дополнительным каналом дисси-

пации запасенной в них электромагнитной энергии, а именно – радиационными потерями. Собственные частоты электромагнитных колебаний в таких системах оказываются существенно комплексными, и для определения их добротности часто используют отношение действительной  $\omega'$  и мнимой  $\omega''$  частей собственной частоты:  $Q = \omega' / 2\omega''$ . В силу этого обстоятельства проблема исследования резонансных характеристик деформированных сферических частиц тесно связана с задачей нахождения частот их собственных электромагнитных колебаний, т.е. решения уравнения Гельмгольца для электрического вектора поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ :

$$\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \epsilon_a \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (1)$$

при задании на возмущенной границе частицы условия непрерывности его тангенциальных компонент:

$$[\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_s(\mathbf{r})] \times \mathbf{n}_r = 0, \quad [\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) - \mathbf{H}_s(\mathbf{r})] \times \mathbf{n}_r = 0, \quad (2)$$

где  $\epsilon_a$  – диэлектрическая проницаемость вещества частицы;  $\mathbf{n}_r$  – внешняя нормаль к ее поверхности;  $c$  – скорость света в вакууме, а индексы « $i$ » и « $s$ » относятся к полю внутри и вне частицы соответственно. Решение уравнений (1), (2) для сферы при  $\epsilon_a = \text{const}$  известно и может быть представлено в виде двух систем ортогональных функций, задающих ТЕ $_{nm}$  и ТН $_{nm}$  электромагнитные моды [6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{s_{nm}}(\mathbf{r}) &= A_{nm} \nabla \times [\mathbf{M}_{nm}(\theta, \varphi) \xi_n(kr)] + \\ &+ B_{nm} \mathbf{M}_{nm}(\theta, \varphi) \xi_n(kr), \\ \mathbf{E}_{i_{nm}}(\mathbf{r}) &= C_{nm} \nabla \times [\mathbf{M}_{nm}(\theta, \varphi) \psi_n(\sqrt{\epsilon_a} kr)] + \\ &+ D_{nm} \mathbf{M}_{nm}(\theta, \varphi) \psi_n(\sqrt{\epsilon_a} kr). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$ ,  $C_{nm}$ ,  $D_{nm}$  – амплитудные коэффициенты;  $\psi_n$ ,  $\xi_n$  – сферические функции Риккати – Бесселя;

$\mathbf{M}_{nm}$  – сферические вектор-гармоники;  $n, m$  – модовые индексы, смысл которых будет обсужден ниже.

При произвольных отклонениях формы частицы от идеальной сферы аналитическое решение (1) становится возможным провести только при небольшой амплитуде деформаций. Каноническим методом решения данной задачи является применение теории возмущений. Этот подход был реализован в работах [7, 8], а также с некоторой модификацией в [9]. Авторы данных работ заменили возмущения поверхности сферической частицы на возмущение ее диэлектрической проницаемости при переходе через границу капли. В результате этого для определения собственных частот была получена система связанных уравнений с интегральными коэффициентами [7], которая для случая симметричных деформаций частицы, описываемых функцией  $f(r, \theta)$ , в первом приближении по малому параметру амплитуды деформаций  $\xi_A$  имеет вид:

$$\frac{\Delta k_{nm}}{k_{nm}} = -\frac{V_n^{mm}}{2G_n}, \quad V_n^{mm} = \int_V d\mathbf{r}' \xi_A f(r'; \theta) |\mathbf{M}_{nm}|^2,$$

$$G_n = (|\varepsilon_a| - 1) \frac{a_0}{2k^2} |\xi_n(x_a)|^2,$$

где  $k_{nm} = \omega_{nm}/c$ ;  $\Delta k_{nm}$  – изменение комплексного волнового числа для собственной моды  $\mathbf{E}_{nm}$  при деформации частицы с радиусом  $a_0$  и параметром дифракции  $x_a = 2\pi a_0/\lambda$ . Добротность частицы при этом может быть представлена в виде ряда по степеням амплитуды возмущений  $\xi_A$  [8]:

$$1/Q = 1/Q_0 + C_1 \xi_A + C_2 \xi_A^2 + \dots, \quad (4)$$

где  $Q_0$  – добротность невозмущенной сферы, а коэффициенты  $C_1, C_2$  зависят от функции  $f(r, \theta)$  и выражаются через угловые интегралы и комбинацию логарифмических производных от сферических функций.

В работах [10–12] для нахождения собственных частот колебаний возмущение вносилось уже не в само уравнение (1), а в граничные условия (2). В этом случае структура собственных функций задачи  $\mathbf{E}_{nm}$  выбиралась аналогично структуре собственных функций невозмущенной сферы, а уравнения на границе частицы записывались с учетом ее деформаций. Обобщением данного подхода на случай произвольных типов неоднородности вещества и возмущения поверхности частицы является метод послойных Т-матриц (матриц преобразования), примененный, например, в работах [13, 14].

Основным недостатком рассмотренных выше методов является достаточно сложная их численная реализация, требующая производительной компьютерной техники и большого объема вычислений, что, на наш взгляд, препятствует использованию результатов данных теоретических работ для целей интерпретации экспериментов. Предлагаемый ниже способ оценки добротности слабо деформированных сферических частиц свободен от указанного недостатка и базируется на лучевой аппроксимации собственных функций уравнения (1), предложенной в [15].

В основе данного подхода лежит предположение о том, что главной причиной падения добротности сферы при возникновении деформаций ее поверхности является смещение резонансной частоты собственных мод от ее первоначального (невозмущенного) значения. Вследствие этого величина добротности частицы, измеряемая на фиксированной частоте собственной моды, при наложении деформаций уменьшается, так как происходит нарушение условий резонанса для этой выбранной частоты. Очевидно, что темп падения добротности в этом случае определяется, главным образом, спектральной формой резонансной кривой, которая, как известно [1, 4], соответствует лоренцеву контуру:

$$Q(x)/Q_0 = 1/[1 + (\Delta x/\Gamma)^2], \quad \Delta x = x - x_a, \quad (5)$$

где  $\Gamma = x_a/Q_0$  – полуширина резонанса;  $x = ka$ . Таким образом, основная задача данного анализа состоит в том, чтобы сопоставить деформации частицы изменению ее параметра дифракции  $\Delta x$ . При этом само определение параметра дифракции как величины, характеризующей оптические свойства прежде всего сферического тела, указывает на необходимость представления деформированной частицы также в виде сферы, но с некоторым другим радиусом, который будет определяться характером и величиной возникших деформаций.

Для дальнейшего изложения деталей предлагаемого подхода необходимо перейти от волнового к геометрооптическому описанию резонансных колебательных мод диэлектрических сфер.

Эффект резонансного возбуждения оптического поля внутри сферической частицы, как известно, наблюдается при совпадении частоты накачивающего излучения с частотой какой-либо из мод ШГ диэлектрической сферы. Моду ШГ можно представить как стоячую волну, образованную суперпозицией двух волн, распространяющихся навстречу друг другу, которые, отражаясь от границы раздела жидкость – окружающая среда, совершают вдоль поверхности капли полный оборот (или несколько оборотов), попадая в исходную точку в фазе, создавая тем самым положительную обратную связь. Пространственную структуру таких мод принято характеризовать в общем случае тремя целыми индексами: двумя угловыми (номер моды  $n$  и азимутальный индекс  $m$ ) и одним радиальным (порядок моды  $j$ ). При этом электромагнитное поле моды ШГ имеет резко неоднородный пространственный профиль, будучи сосредоточенным как в радиальном направлении вблизи поверхности частицы, так и в широтном направлении (при  $n \gg 1$ ), занимая орбиту, проходящую через центр частицы и расположенную под углом  $\theta_{nm} = \arccos(m/n)$  по отношению к экваториальному сечению (рис. 1). Последнее обстоятельство особенно важно, так как позволяет в дальнейшем при исследовании пространственного распределения полей собственных мод частицы перейти от трехмерной картины к ее двумерному аналогу, ограничивая рассмотрение формированием полей только в плоскости орбиты.

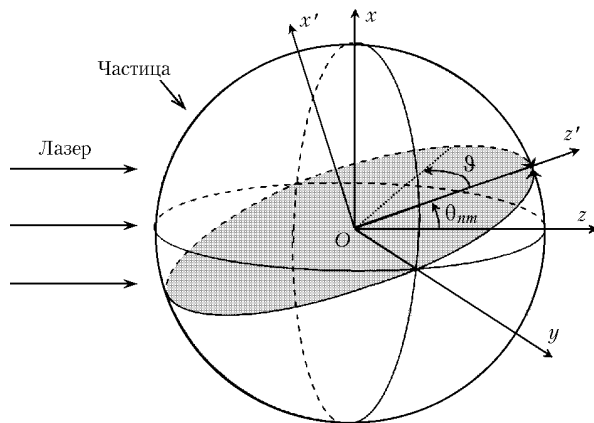


Рис. 1. Схема локализации моды ШГ в сферической частице:  $\theta_{nm}$  – полярный угол наклона орбиты моды;  $\vartheta$  – азимутальный угол в плоскости орбиты моды ШГ

Воспользуемся геометрическим представлением моды ШГ как некоторой конгруэнции (системы) оптических лучей, существующей в замкнутой области, ограниченной кривой  $S$ , которая после конечного числа отражений лучей от границы области переходит сама в себя [15]. Такая система лучей оказывается ограниченной в пространстве каустикой  $C$ , с одной стороны, и поверхностью  $S$  – с другой (рис. 2), а также обладает свойством устойчивости по первому приближению.

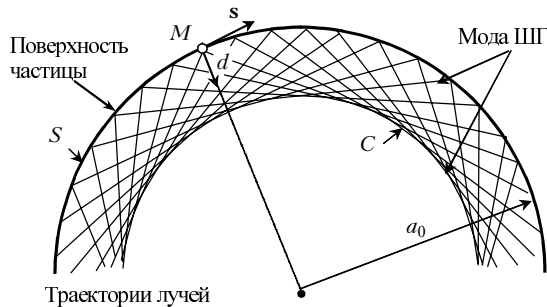


Рис. 2. Геометрооптическое представление моды ШГ в сферической частице:  $C$  – внутренняя каустика;  $S$  – поверхность частицы радиуса  $a_0$ ;  $M$  – произвольная точка на поверхности частицы;  $s$  – единичный вектор касательной к поверхности;  $d$  – расстояние по нормали от поверхности частицы

Структура электромагнитного поля, характеризующего моду ШГ в сфере радиуса  $a_0$ , может быть записана через функцию Эйри [16], что является асимптотическим представлением ( $n > j$ ,  $n \gg 1$ ) традиционного разложения поля собственных мод по сферическим гармоникам (3):

$$E_{nmj} = \frac{\text{Ai}(d/D_{nj} + \alpha_j)}{|\text{Ai}'(\alpha_j)|\sqrt{D_{nj}}} \exp\{ik_{nj} s\},$$

где  $s$  – длина дуги кривой  $S$ , отсчитываемая от некоторой начальной точки до точки  $M$ ;  $\alpha_j$  – корень функции Эйри ( $\text{Ai}(-\alpha_j) = 0$ );  $k_{nj}$  – собственное значение моды. Параметр  $D_{nj} = (2k_{nj}/a_0)^{1/3}$  характеризует толщину слоя, в котором сосредоточено поле моды, при этом уравнение каустики  $C$  соответственно имеет вид

$$d = D_{nj} \alpha_j + O[(n/j)^{4/3}].$$

Заметим, для справки, что угол скольжения луча  $\gamma_{nj}$  при его отражении от поверхности связан с собственным значением моды посредством выражения

$$\gamma_{nj} = \sqrt{\alpha_{nj}} (9/2a_0 k_{nj})^{1/3}.$$

На рис. 3 приведены зависимость положения каустики  $C$  от номера моды ШГ  $n$  для нескольких значений ее порядка  $j$ . Видно, что с ростом номера моды расстояние от каустики до поверхности капли уменьшается, соответственно и объем пространства занимаемый модой ШГ сужается. Аналогично ведет себя зависимость и с уменьшением порядка резонансной моды.

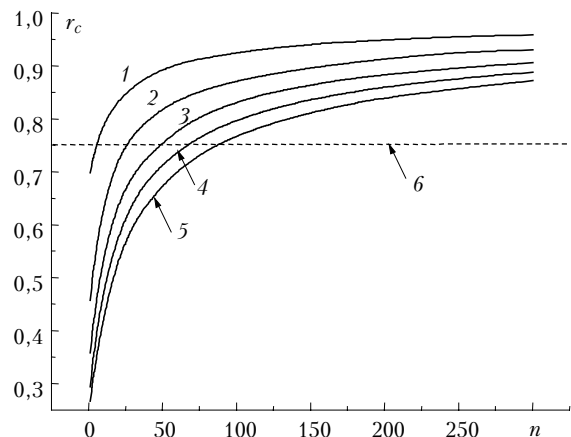


Рис. 3. Зависимость относительной радиальной координаты положения каустики  $r_c = (a_0 - d)/a_0$  от номера моды ШГ  $n$  для различных значений ее порядка  $j$  (цифры у кривых). Пунктирная линия (6) определяет положение каустики для угла полного внутреннего отражения

Для того чтобы сформировалась устойчивая система лучей, представляющая моду ШГ, необходимо потребовать выполнение условий фазового синхронизма, которые на языке геометрической оптики соответствуют так называемым условиям квантования фазы лучей:

$$k\Lambda = 2\pi n, \quad k\eta = 2\pi(j + 3/4), \quad (6)$$

где  $\Lambda$  – длина каустики  $C$ ;  $\eta$  – сумма длин лучей, отраженных от поверхности  $S$ , за вычетом отрезка каустики, заключенного между их точками касания. Решение системы (6) методом последовательных приближений дает выражение для собственных значений  $k_{nj}$  мод ШГ в виде разложения по дробным степеням:

$$k_{nj} = k_{nj}^0 [1 + A_2(k_{nj}^0)^{-2/3} + A_4(k_{nj}^0)^{-4/3} + \dots], \quad n \gg 1. \quad (7)$$

Здесь  $k_{nj}^0 = 2\pi n/L$ ,  $L$  – длина контура  $S$ , а коэффициенты  $A_l$  зависят от кривизны поверхности  $S$ :

$$A_2 = \frac{\alpha_j}{2^{1/3}} \frac{L}{L} \int_0^L \frac{ds}{[\rho(s)]^{2/3}}, \quad A_4 \approx 1/3 A_2^2,$$

где  $\rho(s)$  – радиус кривизны поверхности в точке с координатой  $s$ .

Деформации поверхности  $S$ , очевидно, изменят фазовые соотношения в прежней конгруэнции лучей и приведут к тому, что условия квантования (6) будут удовлетворяться уже для несколько иных значений  $k_{nj}$ . Из структуры разложения (7) видно, что основная зависимость собственных значений  $k_{nj}$  от геометрии отражающей поверхности заключена в параметре длины контура  $L$ . Поэтому если пренебречь зависимостью коэффициентов  $A_l$  от  $L$  (а это можно сделать, поскольку радиус кривизны имеет более слабую зависимость от формы поверхности  $S$  по сравнению с длиной ее контура  $L$ ) и через  $\delta L$  обозначить малое изменение длины контура  $S$ , то соответствующее смещение собственных чисел  $\delta k_{nj}$  можно записать как

$$\frac{\delta k_{nj}}{k_{nj}^0} \approx -\frac{\delta L}{L} [1 + 1/3 A_2 (k_{nj}^0)^{-2/3} - 1/3 A_4 (k_{nj}^0)^{-4/3} + \dots].$$

Нетрудно видеть, что если контур  $L$  является окружностью, то  $A_2 = \frac{\alpha_j}{2^{1/3} n^{2/3}}$ , и при условии  $n \gg 1$  справедливо  $A_2 \ll 1$ . Следовательно, в «нулевом» приближении (по степеням  $k_{nj}^0$ ) для приращения волнового числа  $\delta k_{nj}$  будем иметь

$$\frac{\delta k_{nj}}{k_{nj}^0} = -\frac{\delta L}{L}. \quad (8)$$

Зададим возмущение поверхности сферической капли в виде функции  $\xi_A f_{nm}(\vartheta)$ , где  $\xi_A$  – некоторая амплитуда возмущения ( $\xi_A \ll a_0$ ),  $\vartheta$  – угол в плоскости орбиты моды  $E_{nmj}$  ( $\vartheta \in [0, 2\pi]$ ), а  $f_{nm}(\vartheta)$  будем считать дифференцируемой достаточное число раз по переменной  $\vartheta$  и, кроме того,  $|f_{nm}| < 1$ . Тогда радиус деформированной частицы запишется как

$$r(\vartheta) = a_0 [1 + \bar{\xi}_A f_{nm}(\vartheta)], \quad \bar{\xi}_A = \xi_A / a_0. \quad (9)$$

Задание формы поверхности в виде (9) позволяет воспользоваться известным выражением для дифференциала дуги произвольной кривой [17]:

$$ds = \sqrt{r^2 + (r')^2},$$

где

$$r' = dr/d\vartheta. \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10), для приращения длины контура  $\delta L$  получим следующее выражение:

$$\delta L \approx \xi_A \int_0^{2\pi} [(f_{nm}(\vartheta) + \bar{\xi}_A/2 \{f_{nm}^2(\vartheta) + [f'_{nm}(\vartheta)]^2\})] d\vartheta,$$

$$f' = df/d\vartheta.$$

В предположении малости смещения поверхности частицы  $\bar{\xi}_A$  будем считать, что форма деформированного контура также является окружностью с некоторым эффективным радиусом  $a_{ef}$ :

$$a_{ef} = a_0 \left[ 1 + \frac{\delta L}{2\pi a_0} \right] = a_0 [1 + \bar{\xi}_A q_{nm}]. \quad (11)$$

Здесь  $q_{nm} = \frac{\delta L}{2\pi \bar{\xi}_A} = q_{nm}^0 + \bar{\xi}_A q_{nm}^1$  – коэффициент преобразования. Тогда соответствующее изменение параметра дифракции новой эффективной сферы по сравнению с исходным его значением  $x_a$  может быть записано как  $(\delta x/x_a) = \bar{\xi}_A q_{nm}$ .

Подстановка (11) в формулу для лоренцева контура резонансной кривой (5) дает искомое выражение для добротности деформированной сферы:

$$\frac{1}{Q_D} = \frac{1}{Q_0} + C_2 \bar{\xi}_A^2 + C_3 \bar{\xi}_A^3 + C_4 \bar{\xi}_A^4, \quad (12)$$

где

$$C_2 = Q_0 [q_{nm}^0]^2, \quad C_3 = 2Q_0 q_{nm}^0 q_{nm}^1, \quad C_4 = Q_0 [q_{nm}^1]^2.$$

Заметим, что данное выражение аналогично по виду приведенному выше разложению (4), которое получено методом теории возмущений и свидетельствует о том, что добротность деформированной сферы для выбранной моды может изменяться только в сторону ее уменьшения.

Перейдем к рассмотрению ряда конкретных случаев.

## 1. Сфероидальные деформации частицы

Форма деформированной поверхности задается в виде

$$r(\vartheta) = a_0 [1 + 2e \cos^2(\vartheta)]^{1/2}, \quad (13)$$

где  $e = 1 - [1/(1 + \bar{\xi}_A)]^2$ , а  $a_0$  и  $a_0(1 + \bar{\xi}_A)$  – длины главных осей сфероида соответственно. Данный тип деформаций характерен, например, для начальной фазы пондеромоторных колебаний капли, когда она вытягивается преимущественно по направлению действия излучения [3].

Сопоставляя выражения (9) и (13), найдем, что в этом случае

$$f_{nm}(\vartheta) \approx \frac{\bar{\xi}_A + 2}{(2\bar{\xi}_A + 1)^2} \cos^2(\vartheta),$$

а коэффициент преобразования с точностью до слагаемых порядка  $\bar{\xi}_A^2$  равен

$$q_{nm} \approx 1/4 \frac{\bar{\xi}_A + 2}{(2\bar{\xi}_A + 1)} \approx 1/2, \quad \text{при } \bar{\xi}_A \ll 1. \quad (14)$$

## 2. Комбинированные (эллипсоидальные) деформации

Запишем деформации капли в виде

$$r(\vartheta) = a_0 [1 + \bar{\xi}_A \cos(N\vartheta)], \quad (15)$$

где  $N$  – целое число. В отличие от рассмотренного выше случая, форма искаженной поверхности, зада-

ваемая выражением (15), достаточно близко описывает естественные деформации жидких частиц, вызванные либо их падением в воздухе, либо термической неустойчивостью их поверхности. При  $N = 1$  данный вид деформаций соответствует «классическим» эллипсоидальным деформациям капли, наблюдающимся при ее свободных колебаниях на фундаментальной (рэлеевской) частоте [18].

Проводя аналогичные преобразования, получим

$$f_{nm}(\vartheta) = \cos(N\vartheta),$$

$$q_{nm} = 1/4 \bar{\xi}_A^2 (1 + N^2). \quad (16)$$

Видно, что вследствие периодичности функции  $f_{nm}$  по углу  $\vartheta$  коэффициенты разложения  $C_2$  и  $C_3$  равны нулю.

На рис. 4 приведен график добротности двух резонансных мод  $TE_{97}^1$  и  $TE_{94}^2$  в зависимости от величины наложенных деформаций на каплю, рассчитанных

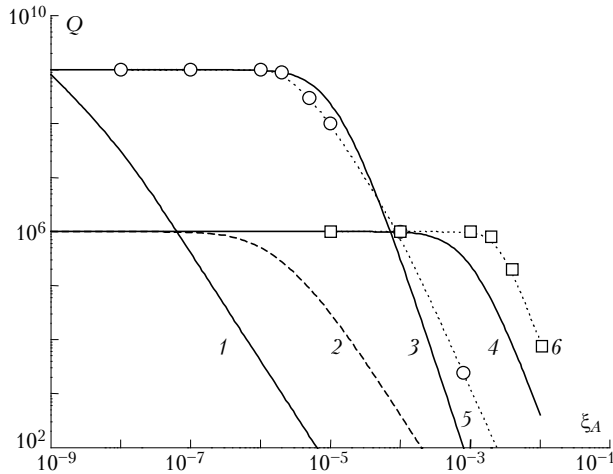


Рис. 4. Зависимость добротности двух мод ШГ  $TE_{97}^1$  (кривые 1, 3, 5) и  $TE_{94}^2$  (кривые 2, 4, 6) в зависимости от величины наложенных деформаций на поверхность капли воды. Кривые 1, 2 построены по формуле (14); кривые 3, 4 – по (16); кривые 5, 6 – по данным [11]

по формулам (14) и (16). Для сравнения здесь же нанесены результаты численных расчетов данной величины, взятые из работы [11]. Из рисунка следует, что при прочих равных условиях сфероидальный тип деформаций частицы приводит к более резкому падению добротности резонансных мод по сравнению с комбинированными эллипсоидальными возмущениями поверхности капли. Отличие в значениях добротности от результатов [11] особенно для низкодобротных резонансов является следствием использованного приближения эффективной сферы для лоренцева контура, что дает более высокие значения коэффициента  $C_4$ , чем в методе малых возмущений. Однако в целом полученные результаты указывают на верную тенденцию, что наиболее сильно деформации частицы сказываются именно на высокодобротных резонансных модах, электромагнитное поле которых сосредоточено ближе к поверхности (меньшие значения  $D_{nj}$ ).

Выражения (14) и (16) были получены только для частного случая главного сечения частицы ( $\theta_{nm} = 0$ ), соответствующего модам ШГ с азимутальным индексом  $m = \pm n$ . Электромагнитное поле мод с  $m \neq n$ , как было отмечено выше, преимущественно локализовано в плоскостях, наклоненных относительно главного сечения частицы под углами  $\theta_{nm} \neq 0$ . Поэтому для них необходимо провести коррекцию выражений (14) и (16).

Воспользуемся для этих целей известными формулами преобразования пространственных координат [17]. Свяжем с орбитой какой-либо собственной моды новую систему координат, фактически представляющую собой первоначальную координатную систему, оси  $x'$ ,  $z'$  которой повернуты вокруг оси  $y$  на угол  $\theta_{nm}$  (см. рис. 1). Для такого преобразования справедливы следующие соотношения между координатами:

$$\sin \theta' \cos \varphi' = \sin \theta \cos \varphi \cos \theta_{nm} - \cos \theta \sin \theta_{nm},$$

$$\sin \theta' \sin \varphi' = \sin \theta \sin \varphi,$$

$$\cos \theta' = \sin \theta \cos \varphi \sin \theta_{nm} + \cos \theta \cos \theta_{nm}.$$

Здесь штрихом обозначены сферические углы в новой системе координат. При учете очевидного условия  $\varphi' = \pi/2$  данные соотношения преобразуются в выражение, связывающее полярные углы  $\theta$  и  $\theta'$ :

$$\cos \theta = \cos \theta' \cos \theta_{nm}.$$

Тогда окончательно получим

$$q_{nm} \approx 1/2 (m^2/n^2)$$

– для сфероидальных деформаций,

$$q_{nm} \approx 1/2 \bar{\xi}_A^2 (m^2/n^2)$$

– для комбинированных деформаций ( $N = 1$ ).

Данные выражения указывают на снятие вырождения по азимутальному индексу (в смысле собственных частот) при наличии деформаций сферической частицы, причем отсутствие изменения добротности резонансных мод с  $m = 0$  является следствием отсутствия деформаций поверхности при  $\theta_{nm} = \pi/2$  (выражения (13) и (15)).

Таким образом, вследствие деформаций поверхности частиц происходит своеобразная селекция возбуждающихся мод ШГ, что имеет первостепенное значение, например для поддержания процессов вынужденного рассеяния света. Очевидно, что в идеальной сфере вопрос о конкуренции резонансных мод при прочих равных условиях будет решаться всегда в пользу наиболее высокодобротных электромагнитных колебаний с наименьшим порядком. Ситуация в корне меняется, если поверхность жидкой частицы начинает деформироваться. В этом случае преимущество получают моды с меньшими значениями добротности, но наиболее устойчивые к деформациям поверхности частицы-резонатора.

Работа выполнена при финансовой поддержке комплексного интеграционного проекта № 8 СО РАН и гранта РФФИ № 01-02-16908.

1. *Chang R.K., Campillo A.J.* Optical Processes in Microcavities. Singapore: World Scientific, 1996.
2. *Pinnick R.G., Biswas A., Pendleton J., Armstrong R.L.* Aerosol induced laser breakdown thresholds: effect of resonant particles // *Appl. Opt.* 1992. V. 31. № 3. P. 311–317.
3. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А.* Поверхностный эффект пондеромоторного действия лазерного излучения на жидкие частицы // *Оптика атмосф. и океана.* 1996. Т. 9. № 10. С. 1345–1352.
4. *Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Зуев В.Е., Кабанов А.М., Погодаев В.А.* Нелинейная оптика атмосферного аэрозоля. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 260 с.
5. *Землянов А.А., Гейнц Ю.Э.* Нелинейные эффекты вынужденного рассеяния света в сферических частицах // *Оптика атмосф. и океана.* 1999. Т. 12. № 10. С. 935–944.
6. *Kerker M.* The scattering of light and other electromagnetic radiation. New York: Academic Press, 1969.
7. *Lai H.M., Leung P.T., Young K., Barber P.W., Hill S.C.* Time-independent perturbation for leaking electromagnetic modes in open systems with application to resonances in microdroplets // *Phys. Rev. A.* 1990. V. 41. P. 5187–5198.
8. *Lai H.M., Lam C.C., Leung P.T., Young K.* Effect of perturbations on the width of narrow morphology dependent resonances in Mie scattering // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 1991. V. 8. P. 1962–1973.
9. *Datsyuk V.V., Izmailov I.A., Kochelap V.A.* Anomalous luminescence of dispersed media during stimulated emission into whispering gallery modes // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 1993. V. 10. № 10. P. 1941–1946.
10. *Barton J.P., Alexander D.R.* Electromagnetic fields for an irregularly-shaped, near-spherical particle illuminated by a focused laser beam // *J. Appl. Phys.* 1991. V. 69. № 12. P. 7973–7986.
11. *Barton J.P.* Effects of surface perturbations on the quality and the focused beam excitation of microsphere resonances // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1999. V. 16. № 8. P. 1974–1980.
12. *Lock J.A.* Excitation of morphology-dependent resonances and van de Hulst's localization principle // *Opt. Lett.* 1999. V. 24. № 7. P. 427–429.
13. *Barber P.W., Yeh C.* Scattering of electromagnetic waves by arbitrarily shaped dielectric bodies // *Appl. Opt.* 1975. V. 14. № 12. P. 2864–2872.
14. *Mazumder Md.M., Hill S.C., Barber P.W.* Morphology-dependent resonances in homogeneous spheres: comparison of the layered T-matrix method and the time-independent perturbation method // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1992. V. 9. № 10. P. 1844–1853.
15. *Бабич В.М., Булдырев В.С.* Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972. 295 с.
16. *Braud J.P.* Whispering-gallery mirrors: fabrication tolerances and the effects of surface imperfections // *Appl. Opt.* 1992. V. 31. № 24. P. 4979–4986.
17. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1980. 976 с.
18. *Ландау Л.Д., Lifshits E.M.* Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953. 788 с.

***Yu.E. Geints. Effect of surface deformations of spherical microparticles on Q-factor of their resonance modes: geometrooptical approach.***

The effect of small surface deformations of spherical microparticles on  $Q$ -factor of their proper resonance modes is under consideration. Based on the geometrooptical representation of normal mode of a sphere as a congruence of optical rays confined between the particle surface and the intrinsic caustic, a simple expression is derived for connection of the mode  $Q$ -factor with the surface deformation amplitude. The magnitudes of  $Q$ -factor of deformed water drops are compared with similar results obtained by the perturbation method of wave theory.