

И.Ю. Полякова, А.П. Сухоруков

УГЛОВАЯ РАСХОДИМОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ И МЕТОДЫ ЕЕ КОМПЕНСАЦИИ

Для среды с локальной нелинейностью керровского типа исследована зависимость нелинейной угловой расходимости дефокусированного излучения в дальней зоне от параметров пучка и среды, проведен анализ эффективности различных методов компенсации нелинейных эффектов. Определены области значений параметров, в которых полная угловая расходимость не превышает определенного уровня по отношению к дифракционной. Найдены оптимальные значения начальной фокусировки пучка и мощности излучения, при которых нелинейная расходимость становится минимальной. Результаты представлены графически и аналитически.

В связи с широким применением мощного лазерного излучения в атмосферной оптике, весьма актуальным является исследование различных нелинейных эффектов, искажающих пространственно-временные характеристики излучения, и поиск методов, компенсирующих или уменьшающих нелинейные искажения. Среди нелинейных эффектов, возникающих при прохождении лазерного излучения через атмосферу, важное место занимает самовоздействие [1–3]. Оно связано с зависимостью комплексной диэлектрической проницаемости среды от интенсивности распространяющейся волны [4].

Нелинейность различного типа оказывает существенное, а часто и определяющее влияние [5] на один из параметров излучения — его угловую расходимость. Однако в большинстве работ, посвященных проблемам нелинейной адаптивной оптики, исследовалась оптимальная фокусировка лазерных пучков на мишень в нелинейной среде (см., например, [6–9]), а угловые характеристики пучка, важные для передачи световой энергии на удаленные объекты, практически не рассматривались.

В данной работе подробно исследована угловая расходимость излучения в дальней зоне после прохождения им слоя дефокусирующей среды с керровской нелинейностью. В безабберационном приближении найдено выражение для полной угловой расходимости как функции начальной фокусировки пучка, мощности, толщины нелинейного слоя. Определены области значений параметров пучка и среды, при которых достигается эффективная компенсация нелинейной расходимости, получены выражения для оптимальных значений параметров.

Теоретическая модель для изучения угловой расходимости строится следующим образом. Мощное лазерное излучение попадает на вход нелинейной среды. Начальный радиус кривизны волнового фронта может изменяться с помощью линзы или адаптивного зеркала, за слоем нелинейной среды, в дальнем поле, формируется полная угловая расходимость излучения. Параметры пучка (мощность, начальная фокусировка) изменяются в процессе управления излучением. Рассмотрим два класса задач: 1) определение допустимых значений параметров пучка и среды, при которых расходимость не превышает дифракционную в заданное число раз; 2) нахождение в пределах установленной области оптимальных значений параметров, при которых расходимость достигает минимальной величины.

Поведение светового пучка, имеющего начальный гауссовский профиль, ширину a , начальную расходимость Θ_0 , в нелинейной дефокусирующей среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2 |E|^2$ будем описывать в безабберационном приближении, полагая комплексную амплитуду равной [10]:

$$E(z, r) = \frac{F_0}{f(z)} \exp \left[\frac{-r^2}{a^2 f^2(z)} \right] \exp \left[\frac{-i\kappa r^2}{2f} \frac{df}{dz} + i\varphi(z) \right],$$

где z, r — продольная и поперечная координаты; $f(z)$ — безразмерная ширина пучка, которая удовлетворяет уравнению [10]:

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = \frac{1 + \alpha_{нл}}{f^3} \quad (1)$$

с граничными условиями при $\zeta = 0$: $f(0) = 1$, $\frac{df}{d\zeta} = -\vartheta_0$. Здесь ζ — продольная координата, нормированная на дифракционную длину l_d ; $\alpha_{нл} = \frac{P_0}{P_{св}}$ — параметр нелинейности (отношение начальной

мощности к характерной мощности самовоздействия $P_{св} = \frac{cn_0\lambda^2}{32\pi^2|\varepsilon_2|}$; ϑ_0 — начальная угловая расходимость пучка, нормированная на его дифракционную расходимость Θ_d .

После прохождения нелинейного слоя толщиной $L = \frac{l_{ср}}{l_d}$ пучок приобретает полную угловую расходимость:

$$\vartheta^2 = \left. \left(\frac{df}{dz} \right)^2 \right|_{z=L} + \left. \left(\frac{1}{f^2} \right) \right|_{z=L}. \quad (2)$$

Подставляя в (2) известное решение уравнения (1):

$$f^2 = (1 - L\vartheta_0)^2 + L^2(1 + \alpha_{нл}),$$

находим окончательно выражение для угловой расходимости пучка в дальнем поле:

$$\vartheta^2 = \vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл} - \frac{\alpha_{нл}}{(1 - L\vartheta_0)^2 + L^2(1 + \alpha_{нл})}. \quad (3)$$

Из последней формулы видно, что при любой толщине нелинейного слоя расходимость пучка не превышает значения: $\vartheta_\infty^2 = 1 + \vartheta_0^2 + \alpha_{нл}$.

Далее проанализируем полученное выражение (3) для определения области параметров $(\alpha_{нл}, \vartheta_0)$, в которой расходимость пучка не превышает дифракционную более чем в \sqrt{N} раз, т.е. $\Theta^2 \leq N\Theta_d^2$, а также для нахождения оптимальных значений параметров $\alpha_{нл}, \vartheta_0$, при которых достигается минимальная угловая расходимость.

Будем исследовать зависимость полной угловой расходимости (3) от начальной фокусировки пучка и его мощности при фиксированной толщине среды. Подобное рассмотрение было проведено для нескольких значений толщины нелинейного слоя. Рассмотрим один из вариантов: $L = 0,07$. На рис. 1 представлены зависимости нелинейной угловой расходимости излучения ϑ^2 от начальной мощности пучка (или параметра нелинейности $\alpha_{нл}$) при различных значениях начальной фокусировки ϑ_0 . При изменении $\alpha_{нл}$ от 0 до 50, а ϑ_0 от 0 до 6 компенсация дефокусировки пучка является эффективной. Соответствующим подбором $\alpha_{нл}$ и ϑ_0 можно получить минимально возможные значения полной угловой расходимости. Этому соответствует огибающая семейства кривых $\vartheta_{\min}^2(\alpha_{нл})$ (см. рис. 1, штрих-пунктирная линия). В данной области значений $\alpha_{нл}$ и ϑ_0 величина начальной фокусировки, при которой угловая расходимость ϑ^2 становится наименьшей, зависит от параметра нелинейности $\alpha_{нл}$.

При увеличении мощности пучка и начальной фокусировки компенсация нелинейных эффектов становится неэффективной. При больших значениях начальной фокусировки ϑ_0 соответствующая им полная расходимость начинает превышать даже собственную расходимость коллимированного пучка (пунктир на рис. 1). Для $\alpha_{нл} > 50$ огибающая $\vartheta_{\min}^2(\alpha_{нл})$ совпадает с одной из ветвей кривой, для которой $\vartheta_0 = 6$. Это означает, что величина оптимальной фокусировки до, при которой достигается наилучшая компенсация угловой расходимости, перестает зависеть от мощности.

Такой вывод хорошо согласуется с данными рис. 2, на котором представлена зависимость полной угловой расходимости излучения от начальной фокусировки при различных значениях параметра нелинейности. Видно, что при $\alpha_{нл} > 50$ минимальная расходимость излучения достигается при одном и том же значении $\vartheta_0 \approx 6$. При меньших значениях $\alpha_{нл}$ зависимости $\vartheta^2(\vartheta_0)$ имеют несколько минимумов, однако лишь первому из них будет соответствовать эффективная компенсация расходимости дефокусированного излучения.

Зная решение уравнения (1), можно определить расстояние, на котором будет находиться перетяжка пучка при различных значениях $\alpha_{нл}$ и ϑ_0 :

$$\xi_{пер} = \xi_{пер} = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_0^2 + 1 + \alpha_{нл}}$$

Расчеты показывают, что при $\alpha_{нл} \leq 50$ перетяжка находится на границе среды, т.е. $\xi_{пер} = L$. При большей нелинейности перетяжка оказывается внутри среды.

Проведенное рассмотрение позволяет в итоге решить первый класс задач: определить области значений параметров ϑ_0 и $\alpha_{нл}$, в которых выполнено условие $\Theta^2 \leq N\Theta_d^2$ или $\vartheta^2 \leq N$. На рис. 3 в координатах $(\vartheta_0, \alpha_{нл})$ изображены линии уровней полной угловой расходимости ϑ^2 . Они служат границами искомых областей. Используя (3), получаем аналитическое выражение для данного семейства кривых:

$$\frac{2\vartheta_0(1-L\vartheta_0)+L(N-2)-\sqrt{D}}{2L} \leq \alpha_{\text{нл}} \leq \frac{2\vartheta_0(1-L\vartheta_0)+L(N-2)+\sqrt{D}}{2L};$$

Обратимся теперь ко второму классу задач. В каждой из областей можно достичь минимальной расходимости, выбирая значения параметров ϑ_0 и $\alpha_{\text{нл}}$, которые принадлежат кривым *A* или *B*. С помощью кривой *A* осуществляется подбор оптимального значения параметра нелинейности $\alpha_{\text{нл,опт}}$ при заданной величине начальной фокусировки пучка ϑ_0 . Если же необходимо выбрать оптимальное значение начальной фокусировки, оптимизация осуществляется с помощью кривой *B*.

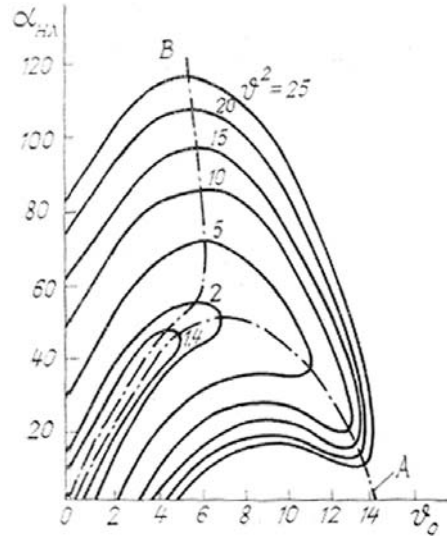


Рис. 3

Используя данные рис. 1, 2, 3, получаем, что компенсация нелинейной дефокусировки является эффективной в той области параметров ϑ_0 и $\alpha_{\text{нл}}$, где кривые *A* и *B* очень близки друг к другу, почти совпадают. В этом случае перетяжка пучка находится на задней границе среды, а полная угловая расходимость превышает дифракционную не более чем в $\sqrt{2}$ раз, т.е. $\Theta^2 \leq 2\Theta_{\text{д}}$. Так как данная область представляет наибольший практический интерес, а угловая расходимость и нелинейность здесь малы, использование безабберационного приближения для описания поведения светового пучка является оправданным.

При существенном расхождении кривых *A* и *B* перетяжка смещается внутрь нелинейной среды, и компенсация полной угловой расходимости становится неэффективной.

Теперь получим выражения для оптимальных значений параметров пучка. Условие минимума расходимости (3) дает выражение для оптимальной мощности пучка:

$$\alpha_{\text{нл,опт}} = (f_0 - f_0^2/L^2),$$

где $f_0 = \sqrt{(1-L\vartheta_0)^2 + L^2}$ — ширина пучка на выходе из среды в отсутствие нелинейности. Полная угловая расходимость в оптимальном режиме выражается следующим образом:

$$\vartheta^2(\alpha_{\text{нл,опт}}) = 2(L\vartheta_0 + f_0 - 1)/L^2.$$

Оптимальное управление начальной фокусировкой пучка для компенсации нелинейных искажений наиболее часто применяется на практике. Однако в данном случае получить точное выражение для оптимального значения параметра наиболее сложно, поэтому наряду с аналитическими расчетами, применялся численный эксперимент. Значение начальной расходимости в оптимальном режиме ($\vartheta/\vartheta_{0,\text{опт}} = 0$) находится из следующего уравнения 5-й степени:

$$\eta_{0,\text{опт}} = \frac{L\alpha_{\text{нл}}}{f^4 + L^2\alpha_{\text{нл}}}, \quad (4)$$

где f представляет собой решение уравнения (1). Данное уравнение (4) решалось численными методами. Полученные результаты использовались для построения линий уровней $\vartheta_{0,\text{опт}}$.

В большинстве практически важных случаев параметр нелинейности велик ($\alpha_{\text{нл}} \gg 1$) и оптимальная фокусировка эффективна лишь для относительно тонких слоев нелинейной среды ($L \ll 1$).

На малых длинах ширина пучка практически не изменяется. Поэтому в (4) полагаем ширину пучка в первом приближении $f_1 \approx 1$, после чего находим:

$$\vartheta_{0,\text{опт}}^{(1)} = L\alpha_{\text{нл}} / (1 + L^2\alpha_{\text{нл}}). \quad (5)$$

Во втором приближении, подставляя (5) в выражение для безразмерной ширины f , имеем:

$$f_1^2|_{z=L} = (1 + L^2\alpha_{\text{нл}})^{-2} + L^2(1 + \alpha_{\text{нл}}).$$

Отсюда, используя (4), получим вторую аппроксимационную формулу:

$$\vartheta_{0,\text{опт}}^{(2)} = L\alpha_{\text{нл}} / [(1 + L^2\alpha_{\text{нл}})^{-2} + L^2(1 + \alpha_{\text{нл}})]^2 + L^2\alpha_{\text{нл}}]. \quad (6)$$

Сравнение результатов численных расчетов $\vartheta_{0,\text{опт}}$ со значениями $\vartheta_{0,\text{опт}}^2$, полученными из выражения (6), дает хорошее соответствие.

1. Лукин В. П. Атмосферная адаптивная оптика. — Новосибирск: Наука, 1986.
2. Распространение лазерного пучка в атмосфере./Под ред. Д. Стробена. — М.: Мир, 1981.
3. Проблемы оптики атмосферы/Под ред. В.Е. Зуева. — Новосибирск: Наука, 1983.
4. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. — УФН, 1967, т. 93, № 1, с. 19.
5. Белоусова И. М., Высотина Н. В., Григорьев В. А. и др. — Изв. АН СССР. Сер. Физич., 1984, т. 48, № 12, с. 2299.
6. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П. — Изв. АН СССР. Сер. Физич., 1978, т. 42, № 12, с. 2547.
7. Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Изв. АН СССР. Сер. Физич. 1982, т. 46, № 10, с. 1933.
8. Выслоух В. А., Егоров К. Д., Кандидов В. П. — Изв. вузов. Радиофизика, 1979, т. 22, № 4, с. 434.
9. Bradley L. C., Hermann J. — Appl. Optics, 1974. v. 13, № 2, p. 331.
10. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. — М: Наука, 1979.

Московский госуниверситет
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
21 марта 1988 г.

I. Yu. Polyakova, A. P. Sukhorukov. **Optical Beam Divergence in Kerr-Nonlinearity Medium and Relevant Compensation Techniques.**

Optical beam angular spread in a medium characterized by the local Kerr nonlinearity and the relevant compensation techniques were examined in some detail. The resulting numerical data on the nonlinear spread as a function of the beam and medium parameters were compared with the diffraction divergence. Analytic expressions for optimal initial beam focusing and power were derived for which the nonlinear distortions in the far field were minimized.