

В.Г. Ошлаков, В.К. Ошлаков, Т.А. Еремина

Оптимальные поляризационные характеристики приборов, регистрирующих рассеянное излучение

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 1.08.2006 г.

Приводятся формулы для определения оптимальных поляризационных характеристик источника излучения и приемника. Численным методом с помощью этих формул показано влияние поляризационных параметров источника излучения и приемника на отношение сигнал-фон на входе чувствительного элемента приемника. Показано использование поляризации зондирующего сигнала и поляризационных свойств приемника для повышения эффективности активных радио- и оптических локаторов.

Введение

При разработке приборов, регистрирующих сигналы от пространственно-ограниченного источника излучения (оптического диапазона), в общем случае необходимо решать задачу выделения полезного сигнала на фоне засветок. Увеличение отношения сигнал-шум на входе приемника излучения можно достичь путем решения задачи оптимизации поляризационных характеристик приемника и источника с учетом поляризационных фоновых характеристик [1, 2].

Для описания излучения источника и фонового излучения воспользуемся соответствующими векторами Стокса, а для описания свойств среды распространения излучения — матрицей рассеяния, придерживаясь изложенных в [3] обозначений.

Параметры вектора Стокса S_c рассеянного сигнала (рис. 1), попавшего на приемник, определяют выражением

$$S_c = AS_0, \quad (1)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

— матрица рассеяния среды; $S_0 = (I_0 Q_0 U_0 V_0)^T$ — параметры вектора Стокса излучения источника; $S_c = (I_c Q_c U_c V_c)^T$ — параметры вектора Стокса рассеянного сигнала; T — знак транспонирования.

Интенсивность излучения на входе приемника определяется следующим образом:

$$I_c = a_{11}I_0 + a_{12}Q_0 + a_{13}U_0 + a_{14}V_0. \quad (2)$$

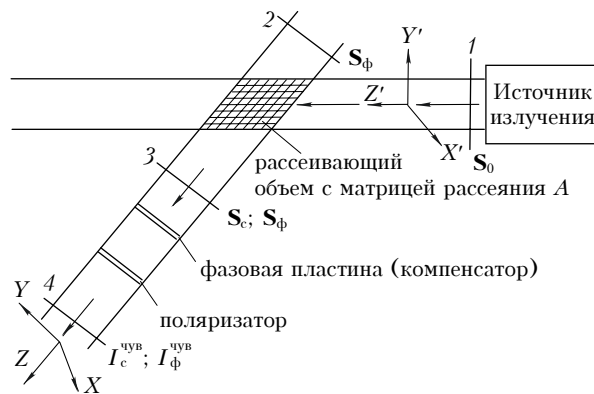


Рис. 1. Оптическая диаграмма: $S_0 = (I_0 Q_0 U_0 V_0)^T$ — вектор Стокса источника излучения в сечении 1; $S_\phi = (I_\phi Q_\phi U_\phi V_\phi)^T$ — вектор Стокса фона в сечениях 2, 3; $S_c = (I_c Q_c U_c V_c)^T$ — вектор Стокса рассеянного сигнала в сечении 3; $I_c^{чув}$ — интенсивность сигнала в сечении 4; $I_\phi^{чув}$ — интенсивность фона в сечении 4

1. Регистрация рассеянного излучения в отсутствие фонов

Если регистрация рассеянного излучения производится в отсутствие фонов, то наиболее выгодно использовать неполяризованный приемник. Из (2) видно, что для получения максимальной величины I_c необходимо учитывать параметры среды a_{11} , a_{12} , a_{13} , a_{14} и выбирать определенным образом параметры Стокса источника излучения.

Расчет оптимальных параметров Стокса, максимизирующих величину I_c , проведем методом множителей Лагранжа.

Если излучение источника полностью поляризовано, то на параметры Стокса излучения источника накладывается дополнительное условие:

$$I_0^2 = Q_0^2 + U_0^2 + V_0^2.$$

Причем значение I_0 путем нормировки всегда можно сделать равным 1.

Составим функцию Лагранжа

$$\Phi(Q_0 U_0 V_0) = a_{11} + a_{12} Q_0 + a_{13} U_0 + a_{14} V_0 + \lambda(1 - Q_0^2 - U_0^2 - V_0^2) \quad (3)$$

и выпишем систему уравнений для определения параметра λ и координат возможных точек экстремума:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial Q_0} = a_{12} - 2\lambda Q_0 = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial U_0} = a_{13} - 2\lambda U_0 = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial V_0} = a_{14} - 2\lambda V_0 = 0, \\ 1 - Q_0^2 - U_0^2 - V_0^2 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решая систему уравнений (4) относительно λ , получим

$$1 - \frac{a_{12}^2}{4\lambda^2} - \frac{a_{13}^2}{4\lambda^2} - \frac{a_{14}^2}{4\lambda^2} = 0; \quad \lambda^2 = \frac{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}{4},$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}, \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2} \sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}. \quad (4a)$$

Второй дифференциал функции $\Phi(Q_0 U_0 V_0)$ найдем по формуле

$$\begin{aligned} d^2\Phi &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Q_0^2} dQ_0^2 + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial U_0^2} dU_0^2 + \\ &+ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial V_0^2} dV_0^2 + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Q_0 \partial U_0} dQ_0 dU_0 + \\ &+ 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Q_0 \partial V_0} dQ_0 dV_0 + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial U_0 \partial V_0} dU_0 dV_0. \end{aligned}$$

В нашем случае

$$d^2\Phi = -2\lambda(dQ_0^2 + dU_0^2 + dV_0^2).$$

При λ_1 из (4a) всегда имеем $d^2\Phi < 0$, следовательно, используя λ_1 для определения параметров Стокса излучения источника, будем иметь максимум интенсивности сигнала на входе в приемник.

Оптимальные параметры Стокса излучения источника с учетом нормировки $I_0 = 1$ запишем в виде

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}; \quad U_0 = \frac{a_{13}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}; \\ V_0 &= \frac{a_{14}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Если излучение источника неполяризовано и описывается вектором Стокса $\mathbf{S}_0 = (1000)^T$, то интенсивность сигнала на входе приемника $(I_c)_{\text{неп}} = a_{11}$.

Проигрыш в интенсивности сигнала по сравнению с облучением оптимальным поляризованным

излучением такой же интенсивности можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{(I_c)_{\text{неп}}}{(I_c)_{\text{онт}}} &= \frac{a_{11}}{a_{11} + (a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2) / \sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}} = \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2} / a_{11}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $(I_c)_{\text{онт}}$ — интенсивность сигнала на входе приемника при источнике излучения, имеющем оптимальную поляризацию. Проигрыш будет тем больше, чем больше $a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2$ по сравнению с a_{11}^2 .

Если параметры Стокса излучения источника, соответствующие λ_2 , с учетом нормировки $I_0 = 1$ имеют вид

$$\begin{aligned} Q_0 &= -\frac{a_{12}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}; \quad U_0 = -\frac{a_{13}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}; \\ V_0 &= -\frac{a_{14}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}, \end{aligned}$$

то значение интенсивности излучения на входе приемника

$$(I_c)_{\text{пол. min}} = a_{11} - \sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}.$$

В этом случае проигрыш в интенсивности сигнала на входе приемника по сравнению с облучением неполяризованным излучением, описываемым вектором Стокса $\mathbf{S}_0 = (1000)^T$, составит

$$\frac{(I_c)_{\text{пол. min}}}{(I_c)_{\text{неп}}} = 1 - \frac{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}}{a_{11}}.$$

Проигрыш будет тем больше, чем больше $a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2$ по сравнению с a_{11}^2 .

2. Регистрация рассеянного излучения в присутствии фонов

Если регистрация рассеянного излучения производится на фоне засветки, имеющей вектор Стокса $\mathbf{S}_\Phi = (I_\Phi Q_\Phi U_\Phi V_\Phi)^T$, то возникает задача установить поляризационные характеристики приемника и параметры Стокса источника $\mathbf{S}_0 = (I_0 Q_0 U_0 V_0)^T$, которые позволяют максимально ослабить фон по сравнению с сигналом.

Реально осуществимые поляризационные характеристики приемника можно получить компенсатором с разностью хода $\tau = (0 \dots 2\pi)$, быстрая ось которого составляет угол α с плоскостью пропускания поляризатора. Если плоскость пропускания поляризатора совпадает с осью x , то интенсивности фона $I_\Phi^{\text{чуб}}$ и сигнала $I_c^{\text{чуб}}$ на чувствительном элементе определяются в виде [4]:

$$\begin{aligned} \frac{I_\Phi^{\text{чуб}}}{C} &= I_\Phi + \frac{1 + \cos \tau}{2} Q_\Phi + \frac{1 - \cos \tau}{2} Q_\Phi \cos 4\alpha + \\ &+ \frac{1 - \cos \tau}{2} U_\Phi \sin 4\alpha - V_\Phi \sin \tau \sin 2\alpha, \end{aligned}$$

$$\frac{I_c^{nyb}}{C} = I_c + \frac{1 + \cos \tau}{2} Q_c + \frac{1 - \cos \tau}{2} Q_c \cos 4\alpha + \frac{1 - \cos \tau}{2} U_c \sin 4\alpha - V_c \sin \tau \sin 2\alpha, \quad (7)$$

где I_c , Q_c , U_c , V_c – параметры вектора Стокса сигнала, попадающего на приемник:

$$\begin{pmatrix} I_c \\ Q_c \\ U_c \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_0 \\ Q_0 \\ U_0 \\ V_0 \end{pmatrix};$$

C – коэффициент пропорциональности.

Используя элементы матрицы рассеяния A , с учетом условия нормировки $I_0 = 1$, можно написать

$$\frac{I_c^{nyb}}{C} = A_1 + A_2 Q_0 + A_3 U_0 + A_4 V_0, \quad (7a)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= a_{11} + a_{21} \frac{1 + \cos \tau}{2} + a_{31} \frac{1 - \cos \tau}{2} \cos 4\alpha + \\ &+ a_{41} \frac{1 - \cos \tau}{2} \sin 4\alpha - a_{41} \sin \tau \sin 2\alpha, \\ A_2 &= a_{12} + a_{22} \frac{1 + \cos \tau}{2} + a_{32} \frac{1 - \cos \tau}{2} \cos 4\alpha + \\ &+ a_{42} \frac{1 - \cos \tau}{2} \sin 4\alpha - a_{42} \sin \tau \sin 2\alpha, \\ A_3 &= a_{13} + a_{23} \frac{1 + \cos \tau}{2} + a_{33} \frac{1 - \cos \tau}{2} \cos 4\alpha + \\ &+ a_{43} \frac{1 - \cos \tau}{2} \sin 4\alpha - a_{43} \sin \tau \sin 2\alpha, \\ A_4 &= a_{14} + a_{24} \frac{1 + \cos \tau}{2} + a_{34} \frac{1 - \cos \tau}{2} \cos 4\alpha + \\ &+ a_{44} \frac{1 - \cos \tau}{2} \sin 4\alpha - a_{44} \sin \tau \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

Определение параметров Стокса источника излучения $\mathbf{S}_0 = (I_0 Q_0 U_0 V_0)^T$ и параметров τ , α приемника, обеспечивающих максимум отношения I_c^{nyb}/I_Φ^{nyb} , проведем методом множителей Лагранжа.

Составим функцию Лагранжа

$$\Phi(Q_0, U_0, V_0, \tau, \alpha) = I_c^{nyb}/I_\Phi^{nyb} + \tilde{\lambda}(1 - Q_0^2 - U_0^2 - V_0^2), \quad (8)$$

для исследования которой на безусловный экстремум составляется система из 5 уравнений:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Q_0} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial U_0} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial V_0} = 0,$$

из которой определяются значения $\tilde{\lambda}$ и Q_0, U_0, V_0 .

Из первого уравнения, используя (7) и (7a), получим

$$(B_1 + B_2 Q_0 + B_3 U_0 + B_4 V_0) I_\Phi^{nyb} -$$

$$- \left[\frac{\sin \tau}{2} (\cos 4\alpha - 1) Q_\Phi + \frac{\sin \tau}{2} (\sin 4\alpha) U_\Phi - \cos \tau (\sin 2\alpha) V_\Phi \right] I_c^{nyb} = 0, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} B_1 &= [a_{21}(\cos 4\alpha - 1) + a_{31} \sin 4\alpha] \frac{\sin \tau}{2} - a_{41} \cos \tau \sin 2\alpha, \\ B_2 &= [a_{22}(\cos 4\alpha - 1) + a_{32} \sin 4\alpha] \frac{\sin \tau}{2} - a_{42} \cos \tau \sin 2\alpha, \\ B_3 &= [a_{23}(\cos 4\alpha - 1) + a_{33} \sin 4\alpha] \frac{\sin \tau}{2} - a_{43} \cos \tau \sin 2\alpha, \\ B_4 &= [a_{24}(\cos 4\alpha - 1) + a_{34} \sin 4\alpha] \frac{\sin \tau}{2} - a_{44} \cos \tau \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

Из второго уравнения, используя (7) и (7a), получим

$$\begin{aligned} &(C_1 + C_2 Q_0 + C_3 U_0 + C_4 V_0) I_\Phi^{nyb} + \\ &+ [Q_\Phi(1 - \cos \tau) \sin 4\alpha - U_\Phi(1 - \cos \tau) \cos 4\alpha + \\ &+ V_\Phi \sin \tau \cos 2\alpha] I_c^{nyb} = 0, \quad (10) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= -a_{21}(1 - \cos \tau) \sin 4\alpha + \\ &+ a_{31}(1 - \cos \tau) \cos 4\alpha - a_{41} \sin \tau \cos 2\alpha, \\ C_2 &= -a_{22}(1 - \cos \tau) \sin 4\alpha + \\ &+ a_{32}(1 - \cos \tau) \cos 4\alpha - a_{42} \sin \tau \cos 2\alpha, \\ C_3 &= -a_{23}(1 - \cos \tau) \sin 4\alpha + \\ &+ a_{33}(1 - \cos \tau) \cos 4\alpha - a_{43} \sin \tau \cos 2\alpha, \\ C_4 &= -a_{24}(1 - \cos \tau) \sin 4\alpha + \\ &+ a_{34}(1 - \cos \tau) \cos 4\alpha - a_{44} \sin \tau \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Используя (8), третье уравнение можем записать:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_0} = \frac{\partial I_c^{nyb}}{\partial Q_0} / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} Q_0 = C A_2 / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} Q_0 = 0.$$

Аналогично запишем четвертое и пятое уравнения:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial U_0} = C A_3 / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} U_0 = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial V_0} = C A_4 / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} V_0 = 0.$$

Определим $\tilde{\lambda}$ из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial Q_0} = C A_2 / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} Q_0 = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial U_0} = C A_3 / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} U_0 = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial V_0} = C A_4 / I_\Phi^{nyb} - 2\tilde{\lambda} V_0 = 0, \\ 1 - Q_0^2 - U_0^2 - V_0^2 = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Из этой системы получим

$$\tilde{\lambda}^2 = \frac{C^2(A_2^2 + A_3^2 + A_4^2)}{4(I_\Phi^{\text{чуб}})^2},$$

и, следовательно,

$$\tilde{\lambda}_1 = \frac{C}{2I_\Phi^{\text{чуб}}} \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}, \quad \tilde{\lambda}_2 = -\frac{C}{2I_\Phi^{\text{чуб}}} \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}.$$

Второй дифференциал функции Φ найдем по формуле

$$d^2\Phi = -2\tilde{\lambda}(dQ_0^2 + dU_0^2 + dV_0^2).$$

При $\tilde{\lambda} > 0$ будет $d^2\Phi < 0$, следовательно:

$$\tilde{\lambda}_1 = \frac{1}{2I_\Phi^{\text{чуб}}} \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}$$

дает максимум Φ при любых Q_0, U_0, V_0 .

Параметры Стокса источника, обеспечивающие максимум отношения $I_c^{\text{чуб}}/I_\Phi^{\text{чуб}}$, запишем в виде

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{A_2}{2I_\Phi^{\text{чуб}}\tilde{\lambda}_1} = \frac{A_2}{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}}; \\ U_0 &= \frac{A_3}{2I_\Phi^{\text{чуб}}\tilde{\lambda}_1} = \frac{A_3}{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}}; \\ V_0 &= \frac{A_4}{2I_\Phi^{\text{чуб}}\tilde{\lambda}_1} = \frac{A_4}{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}}. \end{aligned} \quad (11a)$$

Из (11a) можно сделать вывод, что параметры Стокса Q_0, U_0, V_0 , обеспечивающие максимум отношения $I_c^{\text{чуб}}/I_\Phi^{\text{чуб}}$, определяются параметрами приемника τ, α и матрицей рассеяния A и не зависят от $\mathbf{S}_\Phi = (I_\Phi Q_\Phi U_\Phi V_\Phi)^T$. Следовательно, для любых τ, α и A может быть только один оптимальный вектор

$$\mathbf{S}_0 = \left(1, \frac{A_2}{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}}, \frac{A_3}{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}}, \frac{A_4}{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}} \right),$$

который дает максимум $I_c^{\text{чуб}}/I_\Phi^{\text{чуб}}$ независимо от \mathbf{S}_Φ . Этот максимум можно увеличить (т.е. получить максимум максимум), если τ и α выбрать из системы уравнений

$$\begin{cases} \partial\Phi/\partial\tau = 0, \\ \partial\Phi/\partial\alpha = 0. \end{cases}$$

Используя (9), (10), эту систему уравнений можно записать в виде

$$\begin{cases} (B_1 + B_2Q_0 + B_3U_0 + B_4V_0)I_\Phi^{\text{чуб}} - \left[\frac{\sin\tau}{2}(\cos 4\alpha - 1)Q_\Phi + \right. \\ \left. + \frac{\sin\tau}{2}(\sin 4\alpha)U_\Phi - \cos\tau(\sin 2\alpha)V_\Phi \right] I_c^{\text{чуб}} = 0, \\ (C_1 + C_2Q_0 + C_3U_0 + C_4V_0)I_\Phi^{\text{чуб}} + [Q_\Phi(1 - \cos\tau)\sin 4\alpha - \\ - U_\Phi(1 - \cos\tau)\cos 4\alpha + V_\Phi \sin\tau \cos 2\alpha] I_c^{\text{чуб}} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Если параметры вектора Стокса источника Q_0, U_0, V_0 связаны соотношениями (11a) при всех τ и α , то $I_c^{\text{чуб}}/C = A_1 + \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}$ и отношение $I_c^{\text{чуб}}/I_\Phi^{\text{чуб}}$, являющееся функцией τ и α , запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{I_c^{\text{чуб}}}{I_\Phi^{\text{чуб}}} &= \left(A_1 + \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2} \right) \left/ \left(I_\Phi + Q_\Phi \frac{1 + \cos\tau}{2} + \right. \right. \\ &+ Q_\Phi \frac{1 - \cos\tau}{2} \cos 4\alpha + U_\Phi \frac{1 - \cos\tau}{2} \sin 4\alpha - \\ &\left. \left. - V_\Phi \sin\tau \sin 2\alpha \right) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

3. Пример

Матрица рассеяния A – матрица Рэлея:

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \gamma^2 & \gamma^2 - 1 & 0 & 0 \\ \gamma^2 - 1 & 1 + \gamma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\gamma \end{pmatrix}, \quad \gamma \in [-1, 1].$$

Возьмем $\gamma = 0,5$, тогда

$$A = \begin{pmatrix} 1,25 & -0,75 & 0 & 0 \\ -0,75 & 1,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_{11} &= 1,25, \\ a_{12} &= -0,75, \\ a_{21} &= -0,75, \\ a_{22} &= 1,25, \\ a_{33} &= 1, \\ a_{44} &= 1. \end{aligned}$$

Фон имеет вектор Стокса \mathbf{S}_Φ :

$$(\mathbf{S}_\Phi) = (1; 0,3; 0,5; 0,5)^T;$$

$$I_\Phi = 1; Q_\Phi = 0,3; U_\Phi = 0,5; V_\Phi = 0,5.$$

Соотношение

$$I_\Phi^2 \geq Q_\Phi^2 + U_\Phi^2 + V_\Phi^2 = 0,09 + 0,25 + 0,25 = 0,59$$

выполнено, следовательно, \mathbf{S}_Φ может быть вектором Стокса.

Максимально возможную интенсивность рассеянного сигнала $I_{\text{сmax}}$ на фотоприемнике с учетом (2), (5) запишем в виде

$$\begin{aligned} I_{\text{сmax}} &= a_{11}I_0 + a_{12}Q_0 + a_{13}U_0 + a_{14}V_0 = \\ &= a_{11} \cdot 1 + a_{12} \frac{a_{12}}{\sqrt{a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2}} = 1,25 + (-0,75)(-1) = 2. \end{aligned}$$

Если приемник не поляризационный, то можно получить максимальное отношение $I_{\text{сmax}}/I_\Phi = 2/1 = 2$.

Поиск τ и α , обеспечивающих максимум $I_c^{\text{чуб}}/I_\Phi^{\text{чуб}}$, проведем численным методом путем перебора в (13) с наперед заданным шагом изменения значений указанных переменных в диапазоне $0 \leq \tau \leq 2\pi$ рад, $0 \leq \alpha \leq \pi$ рад.

После того как находилось максимальное значение $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$ среди узловых точек сетки значений переменных при данном шаге изменения их значений, проводилось уменьшение шага изменения переменных и проводился снова перебор значений указанных переменных в небольшой области вокруг найденной ранее узловой точки сетки значений переменных и снова находилась узловая точка значений переменных, в которой $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$ имеет максимальное значение.

Результат численного анализа иллюстрирует рис. 2, на котором видны два четко выраженных максимума: в первом максимуме $I_c^{yв}/I_\phi^{yв} = 13,67692$ при $\alpha_1 \approx 2,549657$ рад и $\tau_1 \approx 3,86$ рад, а во втором максимуме $I_c^{yв}/I_\phi^{yв} = 13,67692$ при $\alpha_2 \approx 0,9788703$ рад и $\tau_2 \approx 2,42$ рад.

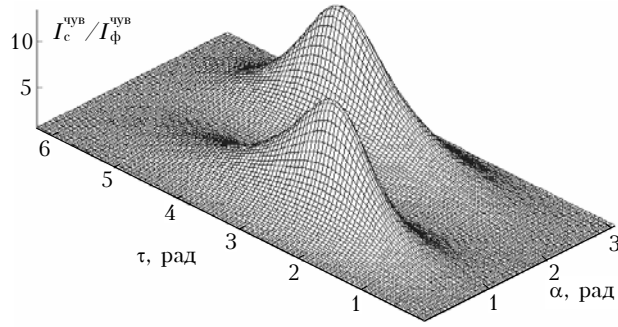


Рис. 2. Зависимость функции $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$, определяемая по (13) для случая $(\mathbf{S}_\phi) = (1; 0,3; 0,5; 0,5)^T$

Формы вершин первого и второго максимумов по оси τ более пологие, чем по оси α (табл. 1, 2).

Таблица 1

Форма вершины первого максимума $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$		
α , рад	τ , рад	$I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$
2,549627	3,863004 ÷ 3,863725	13,67692
2,549687	3,862944 ÷ 3,863725	13,67692
2,549747	3,862944 ÷ 3,863665	13,67692

Таблица 2

Форма вершины второго максимума $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$		
α , рад	τ , рад	$I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$
0,9787803	2,419733 ÷ 2,419853	13,67692
0,9788403	2,419433 ÷ 2,420414	13,67692
0,9789003	2,419433 ÷ 2,420274	13,67692
0,9789603	2,419613 ÷ 2,420214	13,67692

Величины $\tilde{\tau}$ и $\tilde{\alpha}$, являющиеся решениями системы (12), позволяют определить

$$\tilde{I}_\phi^{yв} = C \left(I_\phi + \frac{1 + \cos \tilde{\tau}}{2} Q_\phi + \frac{1 - \cos \tilde{\tau}}{2} Q_\phi \cos 4\tilde{\alpha} + \frac{1 - \cos \tilde{\tau}}{2} U_\phi \sin 4\tilde{\alpha} - V_\phi \sin \tilde{\tau} \sin 2\tilde{\alpha} \right).$$

Используя $\tilde{Q}_0, \tilde{U}_0, \tilde{V}_0$, определенные из (11а), а также коэффициенты $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \tilde{A}_4, \tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \tilde{B}_3,$

$\tilde{B}_4, \tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3, \tilde{C}_4$, вычисленные при $\tilde{\tau}$ и $\tilde{\alpha}$, можно записать (12) в виде

$$\begin{cases} \tilde{d}_1 \tilde{I}_\phi^{yв} - \tilde{d}_3 c (\tilde{A}_1 + \sqrt{\tilde{A}_2^2 + \tilde{A}_3^2 + \tilde{A}_4^2}) = 0, \\ \tilde{d}_2 \tilde{I}_\phi^{yв} + \tilde{d}_4 c (\tilde{A}_1 + \sqrt{\tilde{A}_2^2 + \tilde{A}_3^2 + \tilde{A}_4^2}) = 0, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\tilde{d}_1 = \tilde{B}_1 + \frac{\tilde{B}_2 \tilde{A}_2 + \tilde{B}_3 \tilde{A}_3 + \tilde{B}_4 \tilde{A}_4}{\sqrt{\tilde{A}_2^2 + \tilde{A}_3^2 + \tilde{A}_4^2}},$$

$$\tilde{d}_2 = \tilde{C}_1 + \frac{\tilde{C}_2 \tilde{A}_2 + \tilde{C}_3 \tilde{A}_3 + \tilde{C}_4 \tilde{A}_4}{\sqrt{\tilde{A}_2^2 + \tilde{A}_3^2 + \tilde{A}_4^2}},$$

$$\tilde{d}_3 = \frac{\sin \tilde{\tau}}{2} Q_\phi (\cos 4\tilde{\alpha} - 1) + \frac{\sin \tilde{\tau}}{2} U_\phi \sin 4\tilde{\alpha} - \cos \tilde{\tau} V_\phi \sin 2\tilde{\alpha},$$

$$\tilde{d}_4 = Q_\phi (1 - \cos \tilde{\alpha}) \sin 4\tilde{\tau} - U_\phi (1 - \cos \tilde{\tau}) \cos 4\tilde{\alpha} + V_\phi \sin \tilde{\tau} \cos 2\tilde{\alpha}.$$

Следовательно, если $\tilde{\tau}$ и $\tilde{\alpha}$ являются точками максимума максимума, то выполняется равенство

$$\begin{aligned} & \left(\tilde{A}_1 + \sqrt{\tilde{A}_2^2 + \tilde{A}_3^2 + \tilde{A}_4^2} \right) / \left(I_\phi + \frac{1 + \cos \tilde{\tau}}{2} Q_\phi + \right. \\ & \left. + \frac{1 - \cos \tilde{\tau}}{2} Q_\phi \cos 4\tilde{\alpha} + \frac{1 - \cos \tilde{\tau}}{2} U_\phi \sin 4\tilde{\alpha} - \right. \\ & \left. - V_\phi \sin \tilde{\tau} \sin 2\tilde{\alpha} \right) = \frac{\tilde{d}_1}{\tilde{d}_3} = -\frac{\tilde{d}_2}{\tilde{d}_4}. \end{aligned}$$

Коэффициенты $\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \tilde{d}_3, \tilde{d}_4$, подсчитанные при значениях τ_1 и α_1 первого максимума: $\tilde{d}_1^{(1)} = 0,849877, \tilde{d}_2^{(1)} = -1,835606, \tilde{d}_3^{(1)} = 0,633002, \tilde{d}_4^{(1)} = 0,383507$, а при значениях τ_2 и α_2 второго максимума $\tilde{d}_1^{(2)} = -0,849863, \tilde{d}_2^{(2)} = -1,835633, \tilde{d}_3^{(2)} = -0,633001, \tilde{d}_4^{(2)} = 0,383498$. Для первого и второго максимумов с хорошей точностью выполняются равенства

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{d}_1^{(1)}}{\tilde{d}_3^{(1)}} = -\frac{\tilde{d}_2^{(1)}}{\tilde{d}_4^{(1)}} = \frac{\tilde{d}_1^{(2)}}{\tilde{d}_3^{(2)}} = -\frac{\tilde{d}_2^{(2)}}{\tilde{d}_4^{(2)}} = \\ & = \left(A_1 + \sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2} \right) / \left(I_\phi + \frac{1 + \cos \tau}{2} Q_\phi + \right. \\ & \left. + \frac{1 - \cos \tau}{2} Q_\phi \cos 4\alpha + \frac{1 - \cos \tau}{2} U_\phi \sin 4\alpha - \right. \\ & \left. - V_\phi \sin \tau \sin 2\alpha \right) = 13,67692. \end{aligned}$$

Следовательно, τ_1 и α_1, τ_2 и α_2 обеспечивают максимум максимума $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$.

Численный анализ показывает, что использование поляризационного приемника позволяет улучшить отношение $I_c^{yв}/I_\phi^{yв}$ более чем в 6 раз по сравнению с приемником, не обладающим поляризационными свойствами.

Рассмотрим случай, когда фон является неполяризованным излучением с вектором Стокса \mathbf{S}_Φ :

$$(\mathbf{S}_\Phi) = (1; 0, 0, 0)^T; \quad I_\Phi = 1; \quad Q_\Phi = U_\Phi = V_\Phi = 0.$$

Поиск τ , α , обеспечивающих максимум $I_c^{чув}/I_\Phi^{чув}$, проведем аналогично рассмотренному выше численным методом.

Результат численного анализа иллюстрирует рис. 3, на котором видны два четко выраженных максимума: первый максимум имеет $I_c^{чув}/I_\Phi^{чув} = 4,0$ при $\alpha_1 \approx 0,78$ рад и $\tau_1 \approx 3,14$ рад, а второй — $I_c^{чув}/I_\Phi^{чув} = 4$ при $\alpha_2 \approx 2,36$ рад и $\tau_2 \approx 3,14$ рад.

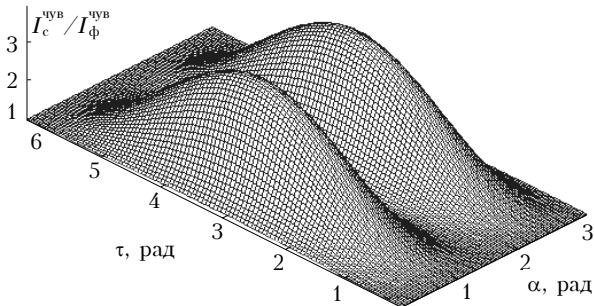


Рис. 3. Зависимость функции $I_c^{чув}/I_\Phi^{чув}$, определяемая по (13) для случая $(\mathbf{S}_\Phi) = (1; 0; 0; 0)^T$

4. Повышение контрастности цели в активной радио- и оптической локациях

Одной из наиболее важных проблем обнаружения в радио- и оптической локациях является отыскание оптимальных способов выделения сигналов цели на фоне помех.

В активной радио- и оптической локации вектор Стокса сигнала цели $\mathbf{S}_c = (I_c Q_c U_c V_c)^T$ и вектор Стокса фона $\mathbf{S}_\Phi = (I_\Phi Q_\Phi U_\Phi V_\Phi)^T$ определяются вектором Стокса излучателя самого лоатора $\mathbf{S}_l = (I_l Q_l U_l V_l)^T$. Матрица рассеяния цели A_c может быть *априори* известна, поэтому вектор Стокса сигнала цели

$$\mathbf{S}_c = A_c \mathbf{S}_l.$$

Аналогично определяется вектор Стокса фона:

$$\mathbf{S}_\Phi = A_\Phi \mathbf{S}_l,$$

где A_Φ — матрица рассеяния подстилающей поверхности.

Матрицу рассеяния подстилающей поверхности A_Φ *априори* определить труднее, чем A_c , ввиду многообразия типов подстилающей поверхности, поэтому возьмем случай, когда \mathbf{S}_Φ неизвестно.

Характеристики обнаружения цели радиолокатором (вероятность ложной тревоги, вероятность пропуска цели) улучшаются, если увеличить контрастность цели, т.е. сделать максимальным отношение I_c/I_Φ .

Так как оптимальное значение \mathbf{S}_l при любых поляризационных характеристиках приемника (τ и α) и любой матрице рассеяния цели A_c не зависит от \mathbf{S}_Φ , а определяются только τ , α и A_c , то перебором τ и α с установкой каждый раз для них \mathbf{S}_l можно подобрать такие τ и α , при которых I_c/I_Φ достигнет максимума максимума, т.е. контраст цели будет максимальным.

Конечно, поляризационные элементы, выполняющие аналогичные функции в радио- и оптическом диапазоне, конструктивно отличаются.

Авторы выражают признательность С.М. Чернявскому за полезное обсуждение статьи и замечания.

1. Ошлаков В.Г. Оптимальные характеристики приборов, регистрирующих рассеянное излучение // 6-й Всес. симп. по распротр. лазерного излучения в атмосфере: Тезисы докл. 1981. Ч. 2. Томск. С. 245.
2. Oshlakov V.G., Oshlakov V.K., Eryomina T.A. Optimal polarization characteristics of instruments recording the scattered radiation // Proc. SPIE. 2006. V. 6160. Part I. P. 616014-1–616014-10.
3. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
4. Горчаков Г.И. Матрица рассеяния света призмным воздухом // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1966. № 6. С. 595–605.

V.G. Oshlakov, V.K. Oshlakov, T.A. Eryomina. **Optimal polarization characteristics of instruments recording the scattered radiation.**

The formulae for determining the optimal polarization characteristics of the radiation source and the receiver are described. Using the numerical method, the effect was shown of polarization parameters of the radiation source and the receiver on the signal-to-background ratio at the input of the receiver sensitive element.