

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 535.24; 535.6

**Влияние оптического вихря на случайные смещения Лагерра–Гауссова лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере**

**В.П. Аксенов, Ч.Е. Погуца\***

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 13.12.2011 г.

Посвящена исследованию случайного блуждания центра тяжести вихревого лазерного пучка, распространяющегося в среде с неоднородностями диэлектрической проницаемости. Пучок является циркулярной модой пучка Лагерра–Гаусса  $LG_0^l$ . Нами получены оценки влияния турбулентных условий распространения, дифракционных параметров и азимутального индекса (топологического заряда) пучка на величину дисперсии смещений его центра тяжести. Обнаружен «эффект гироскопа», заключающийся в том, что в режимах слабой и умеренной турбулентности случайные смещения центра тяжести вихревого лазерного пучка оказываются тем меньше, чем больше топологический заряд включенного в пучок оптического вихря.

*Ключевые слова:* смещения центра тяжести, случайные блуждания пучка, турбулентная атмосфера, вихревые пучки; shifts of a center of gravity, random flights of a beam, turbulent atmosphere, vortex beams.

В последние годы значительное число статей, опубликованных в журналах по оптике, посвящается вихревым оптическим пучкам. Эти пучки обладают изолированным минимумом интенсивности (нулем) в своем поперечном сечении. В направлении продольной оси пучка нули интенсивности составляют «нуль-линию». Векторное поле наклонов волнового фронта в окрестности нуля обладает теми же свойствами, которыми обладает вихревое течение идеальной жидкости, поэтому такой физический объект называется оптическим вихрем.

Каждому оптическому вихрю может быть сопоставлен топологический заряд, который представляет собой целое число  $l$  (положительное или отрицательное) в приращении фазы  $S(r) = 2\pi l$  рад [1], которое возникает при обходе нуля интенсивности вдоль замкнутого контура. Дислокации волнового фронта, фазовые сингулярности, особые точки, точки ветвления фазовой функции – это названия закономерностей поведения действительной фазы когерентного светового пучка, несущего оптический вихрь.

Характерным примером пучков с оптическим вихрем является лазерный пучок Лагерра–Гаусса (LG) [2]. Световые лучи в таком пучке имеют вид раскручивающихся спиралей, демонстрируя в пространственных переменных вращательно-поступательное движение световой энергии вокруг его оси при возрастании продольной координаты [1]. Вихревые LG-пучки обладают орбитальным угловым моментом (ОУМ) [1, 3]. ОУМ вихревого лазерного пучка в од-

нородной среде прямо пропорционален топологическому заряду оптического вихря. Топологический заряд оптического вихря, или орбитальный угловой момент, может выступать носителем информации [4].

Как правило, среда, через которую распространяется лазерный пучок, искажает его. Естественно, что для систем связи, применяющих оптические вихри для кодирования информации, возникает необходимость исследовать влияние среды на распространение вихревых лазерных пучков. Примером такого исследования могут служить работы [5–8], в которых анализируется влияние случайных aberrаций, обусловленных турбулентностью атмосферы, на работу системы связи, использующей оптический вихрь. Было установлено, что топологический заряд вихревого пучка является достаточно устойчивой величиной, что позволяет использовать его в атмосферных оптических линиях связи.

В настоящей статье также исследуется распространение вихревого лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Однако внимание уделено не проблемам трансформации сигнального оптического вихря, являющегося носителем информации, не исследованию формирования и эволюции фазовых сингулярностей на волновом фронте пучка (дислокаций волнового фронта), возникших благодаря деструктивной интерференции парциальных волн, а смещениям центра тяжести вихревого пучка как целого, которые происходят под действием крупномасштабных неоднородностей показателя преломления. Ведь функционирование оптической системы связи невозможно планировать без учета флуктуаций направления распространения излучения.

\* Валерий Петрович Аксенов (avp@iao.ru); Чеслав Евгеньевич Погуца (pce@iao.ru).

Случайные смещения (блужданий) гауссовых лазерных пучков в турбулентной атмосфере хорошо изучены [9, 10]. Эта величина определяется выражением

$$\mathbf{r}_C(z) = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r} I(\mathbf{r}, z) \cdot \mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $I(\mathbf{r}, z)$  – случайное распределение интенсивности в поперечном сечении пучка;  $P_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{p}; z) d\mathbf{p}$  –

его полная мощность. Для расчетов статистических характеристик величины (1) используют численные [11] и аналитические подходы [9, 10].

Будем использовать аналитический подход [12], который базируется на следующем интегральном представлении  $\mathbf{r}_C(z)$ :

$$\mathbf{r}_C(z) = \frac{1}{2P_0} \int_0^z d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2r (z - \xi) I(\mathbf{r}; \xi) \nabla_{\perp r} \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}; \xi). \quad (2)$$

Здесь  $\tilde{\epsilon}(x, y, z)$  – флуктуации диэлектрической проницаемости среды;  $\xi$  – переменная интегрирования. Представление (2) позволяет получить следующее выражение для  $\sigma_C^2 = \langle \mathbf{r}_C^2 \rangle$  – дисперсии вектора  $\mathbf{r}_C(z)$  (при  $\langle \mathbf{r}_C(z) \rangle = 0$ ):

$$\sigma_C^2 = \frac{\pi}{2P_0^2} \int_0^z d\xi (z - \xi)^2 \iint d^2\mathbf{k} \Phi_{\epsilon}(|\mathbf{k}|, \xi) \kappa^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r}_1 \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r}_2 \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\} \langle I(\mathbf{r}_1; \xi) I(\mathbf{r}_2; \xi) \rangle, \quad (3)$$

где  $\Phi_{\epsilon}(|\mathbf{k}|, \xi)$  – спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости среды.

Получило распространение «среднеинтенсивное» приближение, заключающееся в приближенной замене в представлении (3):

$$\langle I(\mathbf{r}_1; \xi) I(\mathbf{r}_2; \xi) \rangle \approx \langle I(\mathbf{r}_1; \xi) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2; \xi) \rangle. \quad (4)$$

Это приближение с хорошими результатами [10] применяется для расчетов флуктуаций «центра тяжести» лазерных пучков в случайно-неоднородной среде.

Нас не должно смущать, что при распространении вихревого пучка в свободной атмосфере интенсивность в его центре обращается в нуль. Формула (4) содержит поперечный профиль интенсивности. Этот профиль при включении в пучок оптического вихря принимает вид «пончика» [1, 2] демонстрируя перераспределение плотности энергии от центра к периферии. По мере распространения пучка в случайно-неоднородной среде начальное распределение «расплывается», оптический вихрь (с нулем интенсивности в центре) смещается случайным образом с начального осевого положения, оптические вихри с  $|l| > 1$  распадаются на совокупность вихрей с  $|l| = 1$ . Тем не менее среднее распределение интенсивности

не достигает нулевых значений ни в одной из точек поперечной плоскости. Используя Фурье-представление

$$J(\mathbf{k}, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint I(\mathbf{r}; z) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^2r \quad (5)$$

для интенсивности

$$I(\mathbf{r}; z) = \iint J(\mathbf{k}, z) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^2\mathbf{k} \quad (6) \\ (J^*(\mathbf{k}, z) = J(-\mathbf{k}, z)),$$

с учетом (4) получим

$$\sigma_C^2 = \frac{8\pi^5}{P_0^2} \int_0^z d\xi (z - \xi)^2 \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} \Phi_{\epsilon}(|\mathbf{k}|, \xi) \kappa^2 \langle J(\mathbf{k}, \xi) \rangle \langle J(-\mathbf{k}, \xi) \rangle. \quad (7)$$

Вычислим на основании выражения (7) средний квадрат смещения центра тяжести пучка LG. Выберем циркулярную моду пучка  $LG_0^l$  с произвольными значениями азимутального индекса  $l$  (топологического заряда оптического вихря). Комплексная амплитуда поля такого пучка в исходной плоскости ( $z = 0$ ) будет иметь вид

$$u(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{8\Phi}{c|l|!}} \left( \frac{r_x + ir_y}{a} \right)^{|l|} \exp\left\{-\frac{r^2}{2a^2}\right\}, \quad (8)$$

где  $a$  – эффективный радиус пучка;  $c$  – скорость света.

Для получения функции  $\langle J(\mathbf{k}, \xi) \rangle$  воспользуемся, как это было сделано в [12], представлением

$$\gamma(\mathbf{p}, \mathbf{k}, z) = \gamma\left(\mathbf{p} - \frac{\mathbf{k}z}{k}, \mathbf{k}, 0\right) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(\mathbf{p} - \frac{\mathbf{k}z}{k}(1 - \xi)\right) d\xi\right\}, \quad (9)$$

где

$$\gamma(\mathbf{p}, \mathbf{k}, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint \Gamma_2(\mathbf{p}, \mathbf{R}; z) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}} d^2\mathbf{R}, \quad (10)$$

$$\Gamma_2(\mathbf{p}, \mathbf{R}, z) \equiv \Gamma_2((\mathbf{R} + \mathbf{p}/2, \mathbf{R} - \mathbf{p}/2, z) =$$

$$= \langle u(\mathbf{R} + \mathbf{p}/2, z) u^*(\mathbf{R} - \mathbf{p}/2, z) \rangle = \langle u(\mathbf{r}_1, z) u^*(\mathbf{r}_2, z) \rangle$$

– функция когерентности второго порядка, записанная в координатах центра тяжести  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  и сдвига  $\mathbf{p} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  точек наблюдения;  $k$  – волновое число;

$$H(\mathbf{p}) = 2 \int [1 - \cos \mathbf{k}\mathbf{p}] \Phi_{\epsilon}(|\mathbf{k}|, \xi) d^2\mathbf{k}. \quad (11)$$

С учетом того что  $\gamma\left(-\frac{\mathbf{k}z}{k}, \mathbf{k}, 0\right) = J_0(\mathbf{k}, z)$  – Фурье-спектр интенсивности в свободном пространстве

( $I_0(\mathbf{r}, z)$  — соответствующая интенсивность) [13],  
вместо (9) получим

$$\langle I(\mathbf{R}, z) \rangle = \Gamma_2(0, \mathbf{R}, z) = \int J_0(\mathbf{k}, z) \times \\ \times \exp\left\{i\mathbf{k}\mathbf{R} - \frac{\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(-\frac{\mathbf{k}z}{k}\left(1 - \frac{\zeta}{z}\right)\right) d\zeta\right\} d^2\mathbf{k}. \quad (12)$$

Применяя формулу (6), запишем

$$\langle J(\mathbf{k}, z) \rangle = J_0(\mathbf{k}, z) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(-\frac{\mathbf{k}z}{k}\left(1 - \frac{\zeta}{z}\right)\right) d\zeta\right\}. \quad (13)$$

Чтобы найти  $J_0(\mathbf{k}, \zeta)$ , рассчитаем комплексную амплитуду поля лазерного пучка с исходным распределением (8) в приближении френелевской дифракции:

$$u(\mathbf{r}, z) = \frac{k}{2\pi iz} \iint d\mathbf{p} u(\mathbf{p}, 0) \exp\left\{\frac{ik(\mathbf{p} - \mathbf{r})^2}{2z}\right\},$$

и для  $I_0(\mathbf{r}, z) = |u(\mathbf{r}, z)|^2$  будем иметь

$$I_0(\mathbf{r}, z) = \frac{8\Phi}{c|l|!} \left(\frac{k}{z}\right)^{|l|+1} \frac{\Omega}{g^2(z)} r^{2|l|} \exp\left\{-\frac{k}{z} \frac{\Omega}{g^2(z)} r^2\right\}, \quad (14)$$

где  $g^2(z) = 1 + \Omega^2$ ,  $\Omega = ka^2/z$ .

Подставляя (14) в (6), переходя к полярным координатам, интегрируя по угловой переменной, а при интегрировании по радиальной переменной, используя табличный интеграл [14, формула 2.12.9.3], получим

$$J_0(\mathbf{k}, z) = \frac{2\Phi}{c\pi} \exp\left\{-\frac{1}{4} \left(\frac{g^2(z)}{\Omega}\right) \frac{z}{k} \kappa^2\right\} \times \\ \times L_{|l|}^0\left(\frac{1}{4} \left(\frac{g^2(z)}{\Omega}\right) \frac{z}{k} \kappa^2\right). \quad (15)$$

Здесь  $L_{|l|}^0 = \sum_{m=0}^{|l|} (-1)^m \frac{|l|!}{(m!)^2 (|l|-m)!} x^m$  — полином Лагерра [15].

Тогда в соответствии с (13) для Фурье-представления средней интенсивности на дистанции  $z$  в турбулентной среде запишем

$$\langle J(\mathbf{k}, z) \rangle = J_0(\mathbf{k}, z) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{\pi k^2}{4} \int_0^z H\left(-\frac{\mathbf{k}z}{k}\left(1 - \frac{\zeta}{z}\right)\right) d\zeta\right\}. \quad (16)$$

При расчетах  $\sigma_C^2$  используем пространственный спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости среды

$$\Phi_\varepsilon(|\mathbf{k}|, \xi) = 0,033C_\varepsilon^2 \kappa^{-1/3}, \quad (17)$$

где  $C_\varepsilon^2$  — структурная характеристика флуктуаций диэлектрической проницаемости.

С учетом (15)–(17)

$$\langle J(\mathbf{k}, z) \rangle = \frac{2\Phi}{c\pi} L_{|l|}^0 \left(\frac{1}{4a^2} g^2(z) \left(\frac{z}{k}\right)^2 \kappa^2\right) \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{4a^2} g^2(z) \left(\frac{z}{k}\right)^2 \kappa^2 - 0,142\pi\beta_0^2 \left(\frac{z}{k}\right)^{\frac{5}{6}} \kappa^{\frac{5}{3}}\right\}. \quad (18)$$

Здесь  $\beta_0^2 = 0,307C_\varepsilon^2 k^{7/6} z^{11/6}$  — параметр турбулентности. Подставив (17) в (7), получим

$$\sigma_C^2 = 1,06\beta_0^2 \frac{a^2}{\Omega} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-\frac{2}{3}} \left[L_{|l|}^0\left(\frac{(\xi^2 + \Omega^2)}{4\Omega} \kappa^2\right)\right]^2 \times \\ \times \exp\left\{-\frac{(\xi^2 + \Omega^2)}{2\Omega} \kappa^2 - 0,284\pi\beta_0^2 \xi^{\frac{8}{3}} \kappa^{\frac{5}{3}}\right\}. \quad (19)$$

Для сравнения результатов расчета  $\sigma_C^2$  с результатами численного моделирования распространения лазерного пучка методом Монте-Карло [11] перепишем (19), используя вместо параметра  $\beta_0^2$  структурную функцию фазы сферической волны, вычисленную на размере выходной апертуры  $D_s(2a) = 0,275C_\varepsilon^2 k^2 z(2a)^{5/3} = 2,84\beta_0^2 \Omega^{5/6}$ .

В дальнейших численных расчетах используем выражение

$$\sigma_C^2 = 0,373D_s(2a)a^2\Omega^{-11/6} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \times \\ \times \int_0^\infty d\kappa \kappa^{-2/3} \left[L_{|l|}^0\left(\frac{(\xi^2 + \Omega^2)}{4\Omega} \kappa^2\right)\right]^2 \times \\ \times \exp\left\{-\frac{(\xi^2 + \Omega^2)}{2\Omega} \kappa^2 - 0,314D_s(2a)\Omega^{-5/6} \xi^{8/3} \kappa^{5/3}\right\}. \quad (20)$$

На рис. 1 представлены результаты расчета среднеквадратического отклонения  $\sigma_C$  центра тяжести гауссова пучка по формуле (20) и по методу Монте-Карло, описанному в [11].

Будем иметь в виду, что моделирование в [11] проведено в рамках кармановского спектра атмосферной турбулентности  $\Phi_\varepsilon(|\mathbf{k}|, \xi) = 0,033C_\varepsilon^2 = (\kappa^2 + (2\pi/M)^2)^{-11/6}$  с конечным внешним масштабом  $M$ , а взятая нами модель спектра отвечает кармановской модели с бесконечным внешним масштабом [9]. Расхождения между зависимостями, полученными на основе нашего рассмотрения и с помощью метода Монте-Карло, укладываются в указанный диапазон погрешности [10] «среднеинтенсивного» приближения (4).

Результаты расчетов  $\sigma_C$ , пучков Лагерра–Гаусса с различными значениями азимутального индекса  $l$  продемонстрированы на рис. 2.

Они свидетельствуют о большей устойчивости вихревых пучков к воздействию турбулентной атмосферы по сравнению с гауссовым пучком, не несущим

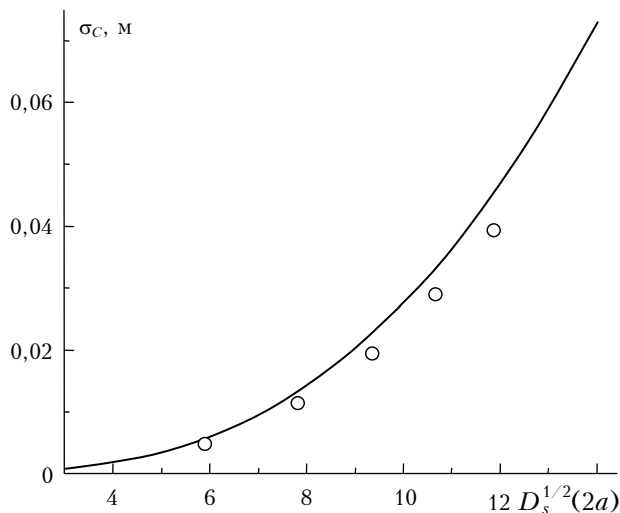


Рис. 1. Зависимость  $\sigma_c$  ( $l = 0$ ) от параметра турбулентности  $D_s^{1/2}(2a)$  для коллимированного пучка с  $a = 0,02$  м,  $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$  м, распространяющегося по приземной трассе с параметром турбулентности  $C_\epsilon^2 = 4,31 \cdot 10^{-13} \text{ м}^{-2/3}$ . Кривая – расчет по формуле (19). Кружочки – зависимости, полученные методом Монте-Карло [14] для пучка с аналогичными параметрами и внешним масштабом турбулентности  $M = 50$  м

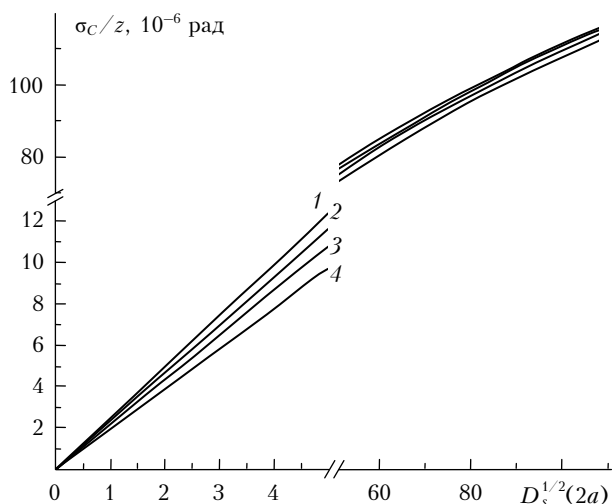


Рис. 2. Угловое среднеквадратическое отклонение  $\sigma_c/z$  центра тяжести LG-пучков в зависимости от параметра  $D_s^{1/2}(2a)$  для коллимированных пучков с начальным радиусом  $a = 0,02$  м,  $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$  м, распространяющихся по приземной трассе с параметром  $C_\epsilon^2 = 4,31 \cdot 10^{-13} \text{ м}^{-2/3}$ . Кривая 1 –  $l = 0$ ; 2 – 1; 3 – 4; 4 – 18

оптического вихря. Однако эта тенденция проявляется лишь в области слабой и умеренной турбулентности атмосферы. При увеличении параметра турбулентности  $D_s^{1/2}(2a)$  флуктуации центра тяжести вихревых пучков перестают зависеть от значений топологического заряда и сравниваются с флуктуациями гауссова пучка.

Можно оценить степень этой устойчивости, составив отношение  $\sigma_{cl}/\sigma_{c0}$  среднеквадратических отклонений LG-пучка с азимутальным индексом  $l$  и с нулевым индексом (гауссова пучка) при задан-

ных значениях параметров  $\beta_0^2$  или  $D_s(2a)$ . Сделаем это для условий слабых флуктуаций интенсивности ( $\beta_0^2 \ll 1$ ). С использованием [14, формула 2.19.14.5] вычислим несобственный интеграл в представлении (19). В результате получим

$$(\sigma_{cl}/\sigma_{c0})^2 = \frac{1}{|l|!} \frac{\partial^{|l|}}{\partial h^{|l|}} \left[ (1-h)^{-5/6} {}_2F_1\left(\frac{1}{12}, \frac{7}{12}; 1; h\right) \right]_{h=0}, \quad (21)$$

где  ${}_2F_1(a, b; c; x)$  – гипергеометрическая функция Гаусса [15]. Можно показать, что формула (21) может быть переписана в виде

$$(\sigma_{cl}/\sigma_{c0})^2 = \sum_{i=0}^{|l|} \left[ \frac{\Gamma\left(\frac{1}{12} + |l| - i\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{12}\right)\Gamma(1 + |l| - i)} \times \frac{\Gamma\left(\frac{7}{12} + |l| - i\right)}{\Gamma\left(\frac{7}{12}\right)\Gamma(1 + |l| - i)} \frac{\Gamma\left(\frac{5}{6} + i\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)\Gamma(1 + i)} \right], \quad (22)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция. Вид функций (21), (22), рассчитанных до значений  $l = 170$ , представлен на рис. 3.

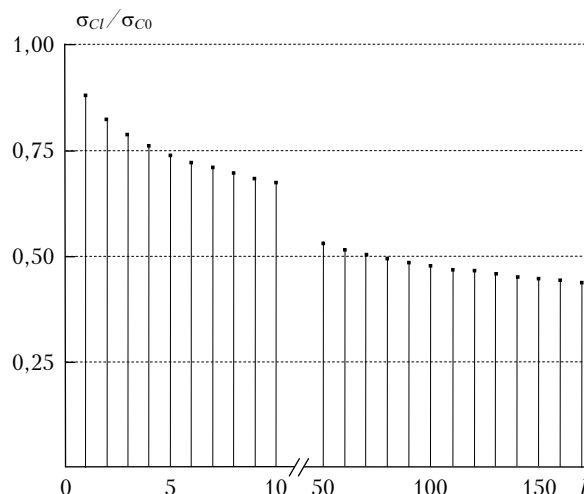


Рис. 3. Квадрат отношения  $\sigma_{cl}/\sigma_{c0}$  среднеквадратических отклонений пучка LG с азимутальным индексом  $l$  и гауссова пучка (с нулевым индексом), вычисленный по формулам (20), (21)

Формально, полученные нами зависимости  $\sigma_c$  от параметра  $l$  связаны с поведением функций – пространственных фильтров, составляющих подынтегральное выражение в (20). С другой стороны, если принять во внимание, что лазерный пучок Лагерра–Гаусса изначально обладает орбитальным угловым моментом, пропорциональным топологическому заряду оптического вихря  $l$  и при взаимодействии излучения и среды выполняется закон сохранения ОУМ, то большую устойчивость LG $_0^l$ -пучка к воздействию случайных атмосферных неоднородностей диэлектрической проницаемости среды по сравнению с гауссовым пучком можно интерпретировать как эффект,

подобный устойчивости раскрученного волчка — гироскопа — к сторонним возмущающим действиям [16].

1. *Bekshaev A., Soskin M., Vasnetsov M.* Paraxial Light Beams with Angular Momentum. N.Y.: Nova Science, 2008. 112 p.
2. *Ананьев Ю.А.* Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М.: Наука, 1979. 328 с.
3. *Molina-Terriza G., Torres J.P., Torner L.* Twisted photons // *Nature Phys.* 2007. V. 3, N 3. P. 307–310.
4. *Gibson G., Courtial J., Padgett M., Vasnetsov M., Pas'ko V., Barnett S.M., Franke-Arnold S.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum // *Opt. Express.* 2004. V. 12. P. 5448–5456.
5. *Аксенов В.П., Погуца Ч.Е.* Флуктуации орбитального углового момента лазерного пучка, несущего оптический вихрь, в турбулентной атмосфере // *Квант. электрон.* 2008. Т. 38, № 4. С. 343–348.
6. *Gbur G., Tyson R.K.* Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2008. V. 25. P. 225–3030.
7. *Aksenov V.P., Kanev F.Y., Pogutsa C.E.* Mean energy distribution and averaged pattern of optical vortices of a partially coherent light beam propagating in a randomly inhomogeneous atmosphere // *Proc. SPIE.* 2010. V. 7388. P. 738807.
8. *Аксенов В.П., Канев Ф.Ю., Погуца Ч.Е.* Пространственная когерентность, средний наклон волнового фронта и средний локальный волновой вектор лазерного пучка Лагерра–Гаусса за случайным фазовым экраном // *Оптика атмосфер. и океана.* 2010. Т. 23, № 5. С. 383–391.
9. *Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В.* Оптика турбулентной атмосферы. Т. 5. Л.: Гидрометеониздат, 1988. 269 с.
10. *Носов В.В.* Рефракция оптических волн в атмосферно-оптических системах: Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. Томск: ИОА им. В.Е. Зуева СО РАН, 2009. 34 с.
11. *Кандидов В.П., Тамаров М.П., Шленов С.А.* Влияние внешнего масштаба атмосферной турбулентности на дисперсию смещений центра тяжести лазерного пучка // *Оптика атмосфер. и океана.* 1998. Т. 12, № 1. С. 27–33.
12. *Кляцкин В.И., Кон А.И.* О смещениях пространственно-ограниченных световых пучков в турбулентной среде в приближении марковского случайного процесса // *Изв. вузов. Радиофиз.* 1972. Т. 15, № 9. С. 1381–1388.
13. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
14. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 750 с.
15. *Градштейн И.С., Рыжик И.С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
16. *Bekshaev A.Ya., Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* Centrifugal transformation of the transverse structure of freely propagating paraxial light beams // *Opt. Lett.* 2006. V. 31, N 6. P. 694–696.

*V.P. Aksenov, Ch.E. Pogutsa.* **The effect of an optical vortex on the random shifts of a Laguerre–Gaussian laser beam propagating in the turbulent atmosphere.**

This paper describes the results of the investigation of a random flight of a center of gravity of a vortex laser beam, propagating in a medium with heterogeneities of a dielectric constant. The beam is a circular mode of the Laguerre–Gaussian beam  $LG_0^l$ . We estimated the effect of turbulent conditions of propagation, diffraction parameters, and azimuth index (topological charge) of the beam on the magnitude of variance of shifts of its center of gravity. The effect of a gyroscope has been detected, which lies in the fact that in the modes of weak and moderate turbulence the random shifts of center of gravity of the vortex laser beam are found to be the less, the greater is the topological charge of the beam optical vortex.