

УДК 535.42

Алгоритм Modified beam-splitting 1 (MBS-1) для решения задачи рассеяния света на невыпуклых ледяных атмосферных частицах

Д.Н. Тимофеев¹, А.В. Коношонкин^{1,2}, Н.В. Кустова^{1*}

¹ *Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

² *Национальный исследовательский Томский государственный университет
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36*

Поступила в редакцию 31.01.2018 г.

Представлен новый алгоритм для решения задачи рассеяния света на невыпуклых кристаллических частицах, характерных для перистых облаков. За основу был взят разработанный в ИОА СО РАН алгоритм трассировки пучков для частиц выпуклой формы. Новый алгоритм применен для решения задачи рассеяния света на частицах типа «столбик с углублениями» (hollow-column) и агрегатах гексагональных ледяных столбиков. Алгоритм находится в свободном доступе с открытым исходным кодом.

Ключевые слова: алгоритм, невыпуклые частицы, агрегаты, физическая оптика, геометрическая оптика, перистые облака; algorithm, concave particles, aggregates, physical optics, geometrical optics, cirrus clouds.

Введение

Примерно одна треть облаков, покрывающих поверхность Земли, являются перистыми. В силу своих оптических свойств они существенно влияют на процесс переноса солнечной энергии. Данные, получаемые в ходе исследования оптических свойств этих облаков, необходимы для уточнения глобальных климатических моделей [1].

Для решения задачи рассеяния света на ледяных частицах перистых облаков не удастся применить точные численные методы, такие как, например, метод конечных разностей во временной области [2, 3] или метод дискретных диполей [4, 5], ввиду их высоких требований к вычислительным ресурсам [6, 7]. Поэтому такая задача часто решается в приближении геометрической оптики [8, 9].

Стоит отметить, что при использовании метода геометрической оптики у типичных для перистых облаков гексагональных ледяных кристаллов на индикатрисе рассеяния света появляется сингулярный пик интенсивности в окрестности направления рассеяния назад [10] вследствие пренебрежения волновыми свойствами света. Этот пик существенно затрудняет интерпретацию экспериментальных данных лазерного зондирования [11]. Для разрешения

сингулярности было предложено использовать приближенный метод физической оптики [12–13], основанный на разработанном в ИОА СО РАН алгоритме трассировки пучков [14–16], который применим только для выпуклых кристаллических частиц.

Метод физической оптики [12–13] успешно применяется во многих задачах. В частности, с его помощью решена задача рассеяния света на гексагональных ледяных частицах в окрестности направления рассеяния назад [17–18]; исследовано влияние пространственной ориентации частиц на характеристики обратного рассеяния света [19]; проведено моделирование сигнала сканирующего лидара [20] и т.д.

В работе [21] показано существенное влияние *формы* кристалла на его оптические характеристики. Автор отмечает, что незначительное искажение прямого двугранного угла, образованного основанием и боковыми гранями кристалла, приводит к существенным изменениям как интенсивности, так и поляризации рассеянного излучения.

Для перистых облаков характерными формами частиц, наряду с выпуклыми гексагональными пластинками и столбиками, являются невыпуклые bullet-rosettes, столбики с углублениями (hollow-columns) и агрегаты. Поэтому для адекватного учета влияния формы кристалла на оптические характеристики рассеянного излучения необходимо получить решение задачи рассеяния света для кристаллов *невыпуклой* формы.

* Дмитрий Николаевич Тимофеев (tdn@iao.ru); Александр Владимирович Коношонкин (sasha_tvo@iao.ru); Наталья Валентиновна Кустова (kustova@iao.ru).

Данная работа посвящена алгоритму Modified beam-splitting algorithm 1 (MBS-1), который позволяет решать задачу рассеяния света в приближении геометрической оптики и физической оптики как для выпуклых, так и невыпуклых кристаллических частиц. Этот алгоритм успешно апробирован и использован для построения базы данных матриц обратного рассеяния света (МОРС), доступной на ftp-сервере ИОА СО РАН [22].

Формы частиц

Разработанный алгоритм рассчитан на работу с частицами выпуклой и невыпуклой формы. Согласно приведенной в [23] формулировке к выпуклым частицам относится любой многогранник, который лежит только с одной стороны от плоскости каждой своей грани, например гексагональные столбики или пластинки, «пули» и др. (рис. 1, а). К невыпуклым частицам относятся те, которые не удовлетворяют данному условию. К ним можно отнести агрегаты частиц при условии, что весь агрегат рассматривается как единая частица. Под агрегатом здесь и далее понимается частица, состоящая из нескольких частиц, касающихся друг друга в одной или множестве точек (рис. 1, б, справа).

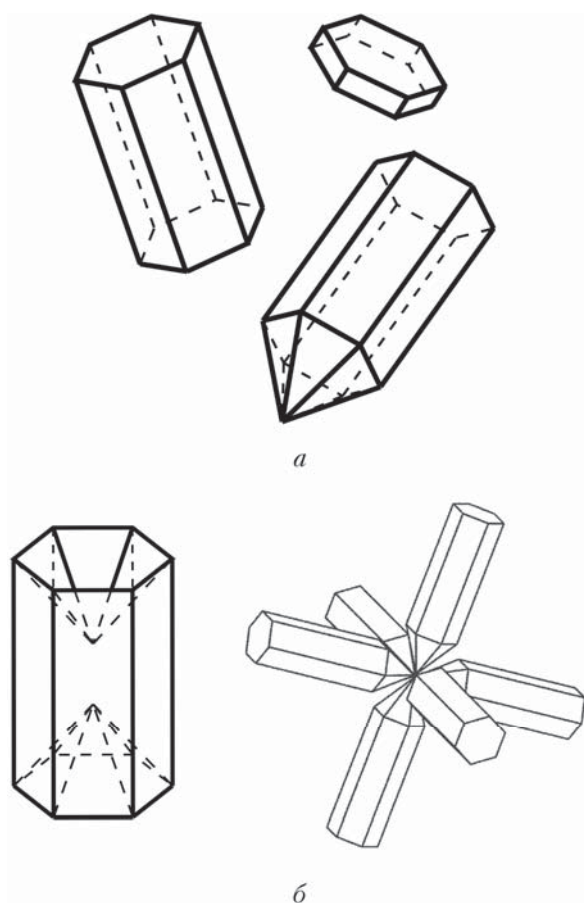


Рис. 1. Ледяные атмосферные частицы: а – выпуклые; б – невыпуклые

Описание алгоритма

Алгоритм MBS-1 предназначен для расчета матриц рассеяния света для частиц, крупных по сравнению с длиной волны света. Принцип его работы аналогичен принципу работы традиционного алгоритма трассировки пучков [15], за исключением *этапа рассеяния* света на частице. Сначала задаются параметры частицы: форма, размеры, положение в пространстве и показатель преломления. Затем выполняется этап рассеяния, на котором свет, падающий на частицу, преобразуется в совокупность вышедших из частицы оптических пучков. В начале этапа рассеяния на частицу, поверхность которой состоит из плоских граней, попадает *плоскопараллельная волна* падающего излучения. Предполагается, что эта волна не имеет границ, т.е. ее площадь достаточна для покрытия частицы при любой ее ориентации. Затем происходит акт отражения/преломления волны от поверхности каждой *видимой грани*. Под видимой гранью будем понимать грань частицы, нормаль к которой образует с вектором падающего света угол $\alpha > 90^\circ$, при этом остальные грани частицы не должны полностью «затенять» данную грань от падающего излучения.

После каждого акта отражения/преломления образуются соответственно отраженный и преломленный *плоскопараллельные пучки света*. При этом учитывается случай полного внутреннего отражения, когда образуется только отраженный пучок. Форма пучков совпадает с формой освещенной части грани, так как для невыпуклых частиц грань может быть освещена не полностью вследствие «затенения» другими гранями. Далее пучок, распространяющийся внутри частицы, падает на «видимые им» грани частицы и происходит следующий акт отражения/преломления. Форма порождаемых им пучков света определяется контуром пересечения пучка с соответствующей гранью. Пучок, вышедший из частицы, уходит в дальнюю зону рассеяния, если частица является выпуклой. Если же частица невыпуклая, то пучок может частично попасть на грань частицы и уйти в дальнюю зону рассеяния не полностью.

Этап рассеяния продолжается до тех пор, пока для каждого оптического пучка света не выполнится одно из трех условий: 1) пучок полностью уйдет в дальнюю зону; 2) количество актов отражения/преломления превысит пороговое значение, заданное пользователем; 3) энергия текущего пучка в траектории станет меньше заданного минимального значения.

После этапа рассеяния выполняется *этап обработки* пучков, ушедших в дальнюю зону. Этот этап проходит по-разному в зависимости от выбранного метода.

При выборе метода физической оптики сфера направления рассеяния предполагается разделенной на ячейки заданного размера, т.е. угол рассеяния представляется двумя координатами (θ, φ) . После выхода из частицы оптические пучки света испытывают дифракцию, поэтому интенсивность в различных ячейках, на которые попал один и тот же

пучок света, может отличаться. После учета дифракции для всех пучков вычисляются матрицы Мюллера, которые затем усредняются по ориентациям частицы.

В методе геометрической оптики пучки света попадают на сферу направления рассеяния без изменения, сама сфера рассеяния представляется разделенной на кольца заданной ширины (в градусах), а угол рассеяния представляется только одной координатой (θ). Для вышедших пучков рассчитываются матрицы Мюллера и происходит усреднение по ориентациям частицы.

После окончания трассировки значения элементов матриц Мюллера, усредненные для каждой точки сферы направлений рассеяния, согласно заданному закону распределения по ориентации, выводятся в файл.

Особенности алгоритма

На этапе рассеяния для частиц невыпуклой формы возникает ряд особых случаев, которые не характерны для выпуклых частиц. Рассмотрим четыре основных случая.

1. Образование пучков света сложной формы.

Образование невыпуклых пучков света крайне нежелательно, так как это приводит к усложнению

алгоритма нахождения пересечения пучка с гранью и, как следствие, к увеличению времени расчета. У частиц выпуклой формы исключено образование невыпуклых пучков, однако наличие *вогнутостей* в частице может этому поспособствовать. Под вогнутостью будем понимать совокупность смежных граней частицы, плоскости которых пересекают поверхность частицы. На рис. 2, *а* изображены вогнутость (вид сбоку) частицы невыпуклой формы и пучок света, направленный от нас. В данном случае пучок обрезается, проходя через вогнутость, принимая невыпуклую форму.

Некоторые невыпуклые частицы также не исключают образование отверстий в пучках света, что усложняет способ их описания в программном коде и обработку, поэтому они также нежелательны. На рис. 2, *б* показана шестиугольная грань частицы (верхнее основание) с отверстием посередине. При попадании пучка света на эту грань он разделяется на две части, одна принимает форму отверстия, а вторая образует пучок с отверстием, представленный на рисунке.

Для предотвращения возникновения вышеописанных пучков в алгоритме MBS-1 предусмотрено деление пучка света на выпуклые части во время его пересечения с гранью частицы, реализованное алгоритмом Сазерленда–Ходгмана [24].

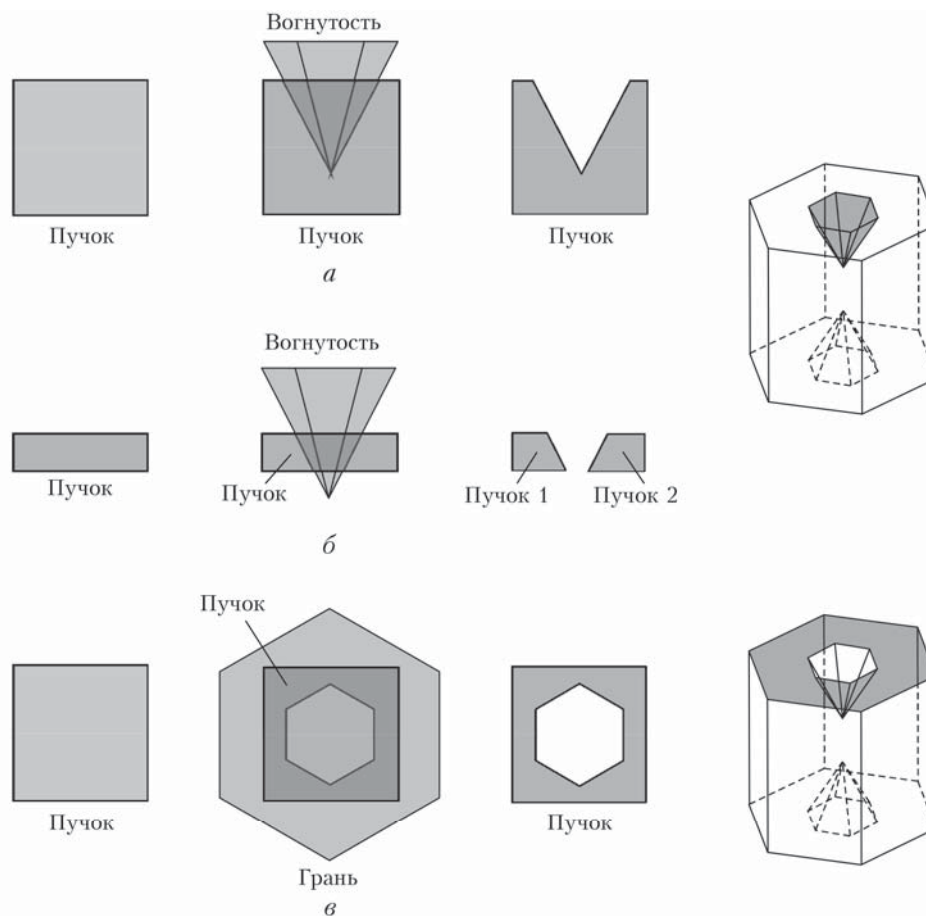


Рис. 2. Особые случаи в алгоритме MBS-1: *а* – образование невыпуклого пучка света; *б* – деление пучка света; *в* – образование пучка света с отверстием

2. Деление пучка света на части с одинаковыми характеристиками. Наличие вогнутостей на пути распространения пучка также может привести к его разделению. При определенной форме и размере пучка он может поделиться на две части, как показано на рис. 2, б. При этом обе части будут иметь одинаковые оптические характеристики и направление распространения. Образование множества пучков предусмотрено в алгоритме пересечения пучка с гранью.

3. Повторное попадание вышедшего пучка света в частицу. В традиционном алгоритме трассировки пучков вышедшие из частицы пучки непосредственно переходят в этап обработки. Однако в новом алгоритме учтен случай, когда вышедший пучок может попасть в частицу снова, например при выходе из одной грани вогнутости и попадании в другую. Таким образом, в новом алгоритме даже после выхода пучка света из частицы происходит проверка на его пересечение с видимыми для него гранями частицы.

4. Частичное или полное «затенение» одних граней частицы другими. При падении оптического пучка на частицу невыпуклой формы одни грани могут перекрывать другие на пути распространения света как частично, так и полностью (рис. 3).

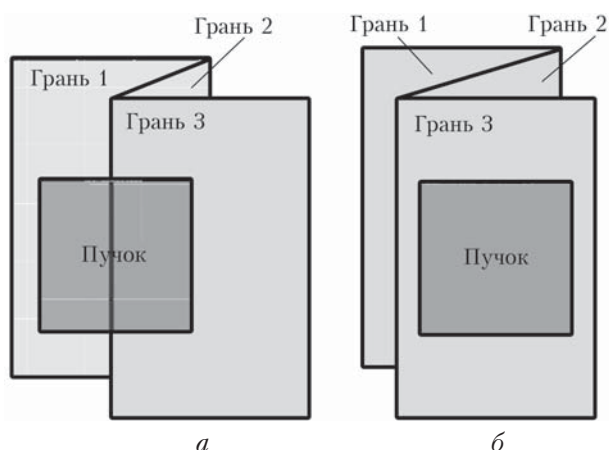


Рис. 3. Затенение грани частицы: а — частичное; б — полное

В этом случае важен порядок падения оптического пучка на грани. Рассмотрим случай на рис. 3, а. Пучок должен пересечься с гранью 3, затем своей оставшейся частью попасть на грань 1. Однако если не учитывать порядок граней, то пучок может полностью попасть на грань 1, минуя грань 3, что будет являться ошибкой. Для устранения таких ошибок в алгоритме MBS-1 выполняется сортировка граней частицы по расстоянию от источника света. В результате пучок последовательно попадает на грани частицы, начиная с ближних и заканчивая дальними. После падения пучка на каждую видимую грань из него удаляется их пересечение. Для удаления пересечения из пучка был модифицирован вышеупомянутый алгоритм Сазерленда—Ходсмана, изначально ориентированный

только на нахождение контура пересечения многоугольников.

Вышеописанные случаи показывают, что при разработке алгоритма возникало множество трудностей, связанных с геометрией пучков, однако все они были преодолены. Стоит также отметить, что для эффективной реализации алгоритма MBS-1 потребовалась основательная переработка структуры традиционного алгоритма.

Алгоритм сортировки граней по расстоянию

Для корректного нахождения контура пересечения пучков света с гранями частицы был разработан алгоритм *сортировки граней*. Он состоит из двух этапов. На первом этапе для каждой грани находится ближайшая к источнику света вершина. На втором эти вершины сортируются по расстоянию от источника, при этом сохраняется номер грани, которой они принадлежат. Таким образом мы получаем список граней, упорядоченный по близости к источнику света.

Однако определение расстояния до источника света является ресурсоемкой операцией из-за необходимости вычисления длины векторов от источника до каждой из вершин граней. Поэтому, в целях оптимизации алгоритма, вместо сравнения расстояния выполняется *сравнение углов* между вектором направления распространения света и векторами, соединяющими вершины грани. Здесь используется следующий принцип. Пусть существуют два вектора AB и CD такие, что вектор CD находится в «поле зрения» вектора AB , т.е. углы между векторами AB и AC и между векторами AB и AD по модулю меньше 90° (рис. 4). Тогда если угол между AB и CD меньше 90° , то точка C вектора CD будет расположена ближе к плоскости α , перпендикулярной вектору AB , чем точка D . По этому принципу, если провести вектор от одной вершины грани до другой, то можно определить, какая из вершин ближе к источнику света.

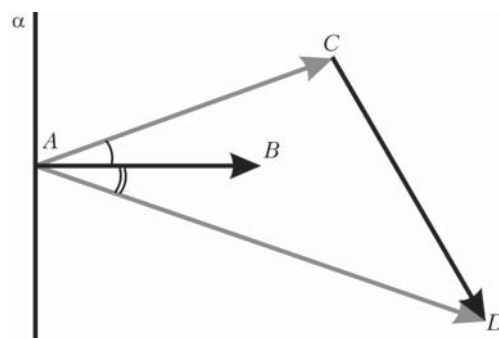


Рис. 4. Определение точки одного вектора, ближайшей к плоскости, перпендикулярной другому вектору

На рис. 5 изображены источник оптического пучка и отдельно взятая шестиугольная грань частицы. Поиск ближайшей вершины грани происходит следующим образом. Примем вершину v_0 за бли-

жайшую. Проводим вектор \mathbf{n}_1 от нее к вершине v_1 . Если угол между вектором \mathbf{n}_1 и вектором направления света \mathbf{i} меньше 90° , то v_0 остается ближайшей вершиной и на следующем шаге проводим вектор \mathbf{n}_2 от v_0 до следующей вершины, иначе вершина v_1 принимается за ближайшую и вектор до следующей вершины проводится из нее. На последнем шаге обнаруживается, что угол между векторами \mathbf{n}_5 и \mathbf{i} больше 90° , следовательно, v_5 — ближайшая к источнику света. Если бы мы взяли первой вершиной v_5 , она продолжала бы оставаться ближайшей, так как угол между вектором, проведенным от нее до любой другой вершины, и вектором \mathbf{i} меньше 90° . Определив ближайшую вершину для каждой грани, получаем список вершин g_1, g_2, \dots, g_n (n — количество граней частицы), каждая из которых связана со своей гранью.

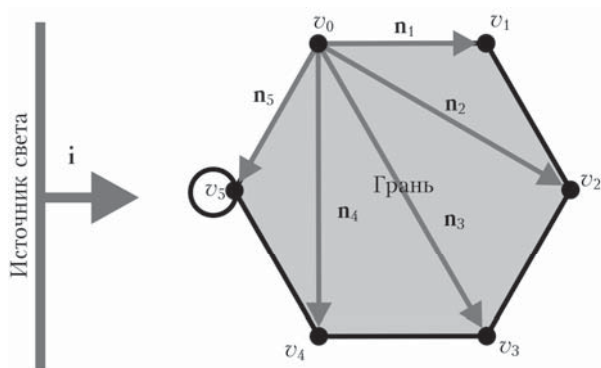


Рис. 5. Определение ближайшей к источнику света вершины грани

На втором этапе используется алгоритм быстрой сортировки [25], в который авторы данной статьи внесли некоторые изменения. Объектами сортировки являются вершины g_1, g_2, \dots, g_n , однако в основе сортировки будет лежать не сравнение значений расстояний от этих вершин до источника света, а сравнения углов между векторами, как на предыдущем этапе. По такому принципу вершина g_1 будет ближе к источнику света, чем g_2 , если угол между вектором \mathbf{i} и вектором, проведенным от g_1 к g_2 , меньше 90° . Отсортированный таким образом список вершин определяет порядок падения пучка света на грани, которым эти вершины принадлежат.

Программная реализация алгоритма

Авторами была разработана программа расчета матриц рассеяния света в приближениях геометрической и физической оптики, реализующую алгоритм MBS-1.

Входными данными программы являются параметры частицы (форма, размеры, показатель преломления), параметры трассировки (интервалы углов вращения частицы, число столкновений оптических пучков с гранями и т.д.) и параметры обработки (метод, длина волны и т.д.). Программа работает при фиксированной или хаотической ориентации частицы. Есть возможность использовать файл с ограниченным списком траекторий оптических пучков, расчет которых занимает намного меньше времени, чем расчет по всем возможным траекториям.

Выходные данные представляют собой один или несколько файлов с матрицами рассеяния света в зависимости от выбранных параметров обработки. В частности, при выборе метода геометрической оптики для хаотической ориентации частицы на выходе программы будет создан файл с таблицей, в первом столбце которой будет записан угол рассеяния, а в остальных шестнадцати столбцах — значения элементов матрицы рассеяния ($M_{11} - M_{44}$).

Программа запускается из командной строки. При запуске необходимо ввести входные параметры либо непосредственно в командной строке, либо с помощью файла скрипта (например, файл с расширением .bat в ОС Windows).

После запуска программа работает в автоматическом режиме, и до окончания расчета от пользователя не требуется дополнительных действий. Вначале в командной строке пишется дата и время запуска программы. Затем, на следующей строке, выводится прогресс расчета в процентах и время, прошедшее с его запуска. Строка обновляется после расчета очередной ориентации частицы (в случае хаотической ориентации). После окончания расчета в командную строку выводится дата и время начала и окончания расчета, полное время расчета и количество ориентаций частицы (рис. 6). Время расчета зависит от типа частицы (выпуклая/невыпуклая), количества ее граней, метода расчета, количества ориентаций и заданного предела количества актов отражения / преломления.

```

D:\to_server\Dmitry\aggregate\certait_aggregate\go\my_new\BeamSplitting.exe
Started at Wed Mar 21 10:01:50 2018
100% 8h 43m 18s
Start of calculation = Wed Mar 21 10:01:50 2018
End of calculation = Wed Mar 21 18:45:09 2018

Total time of calculation = 8h 43m 18s
Total number of body orientation = 259200
Total scattering energy = 46718.335982
Total incoming energy = 55324.707202
Total outgoing energy = 46718.335982
Energy passed = 84.443892%
done_
  
```

Рис. 6. Окно программы после окончания расчета

Программа написана в среде разработки Qt Creator 4.3 на языке C++ (стандарт 11) с использованием стандартной библиотеки. Код компилируется в операционных системах Windows и Linux. В коде в целях ускорения вычислений используются инструкции SSE 4.2 (поддерживаются, например, процессорами Intel), поэтому запуск программы рекомендуется исключительно на процессорах с поддержкой данной технологии. Программа доступна по лицензии GNU GPL v.2.0 [26].

Тестирование

Для проверки корректности работы программы ее результаты сравнивались с результатами работы хорошо известной программы А. Маске [29], реализующей метод трассировки лучей. В первом случае для сравнения была выбрана частица типа «гексагональный столбик» высотой 100 мкм, с диаметром окружности, описанной вокруг основания, 50 мкм и показателем преломления 1,31. Во втором случае был взят аналогичный столбик с углублениями с углом 15°. Результаты показаны на рис. 7.

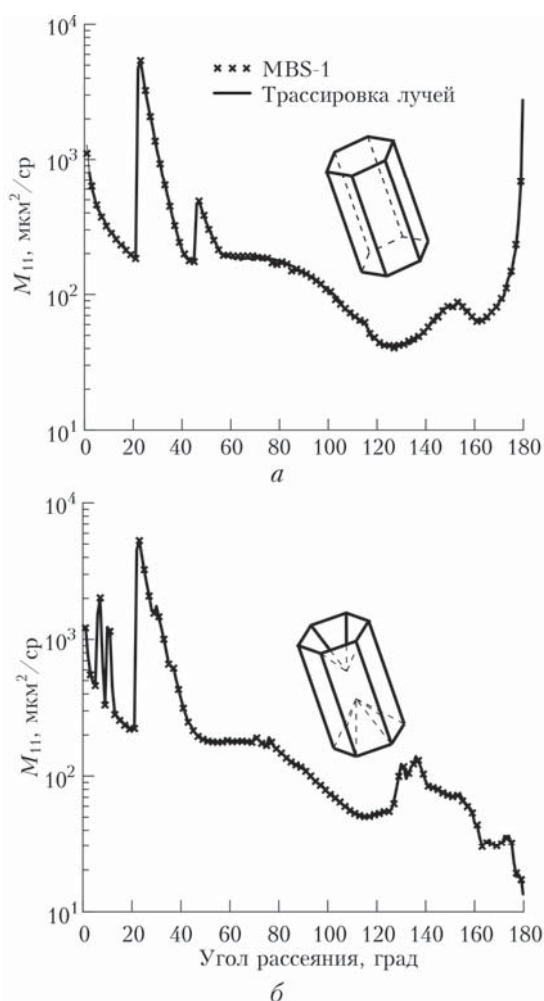


Рис. 7. Сравнение индикатрис рассеяния света, рассчитанных с помощью MBS-1 и метода трассировки лучей, для двух частиц: *a* – гексагональный столбик; *b* – столбик с углублениями

Расчеты проводились для хаотически ориентированной частицы с ограничением в четыре внутренних акта отражения/преломления. Коэффициент корреляции для индикатрис рассеяния двух алгоритмов больше 0,999 в обоих случаях.

Расчеты в рамках приближения физической оптики

Основное преимущество алгоритма MBS-1 заключается в том, что на его основе может быть легко реализован метод физической оптики для невыпуклых частиц, что практически невозможно сделать на основе алгоритма трассировки лучей из-за проблем с учетом дифракции света на лучах [16]. Подробно реализация метода физической оптики изложена в статье [13], где использовался традиционный алгоритм трассировки пучков, неприменимый для невыпуклых частиц. В задачах лазерного зондирования приближение геометрической оптики может быть использовано лишь для узкого круга проблем, подробно рассмотренных в [27]; во всех остальных случаях, характерных для реальных задач, необходимо применять метод физической оптики.

В качестве примера на рис. 8 приведена зависимость характеристик обратного рассеяния света от глубины вогнутости в кристалле типа «столбик с углублениями» и угла наклона (зенит) частицы. Расчет проводился для хаотически ориентированной частицы высотой 31,62 мкм, диаметром 22,14 мкм, с показателем преломления 1,3116. Длина волны падающего излучения равнялась 0,532 мкм. Решение, полученное алгоритмом MBS-1 в рамках метода физической оптики для идеального гексагонального столбика (угол вогнутости 0°), хорошо совпадает с решением, которое получено разработанным ранее методом физической оптики А.Г. Борового, А.В. Коношонкина, Н.В. Кустовой [13, 14] для выпуклых частиц (коэффициент корреляции для индикатрис рассеяния света более 0,999).

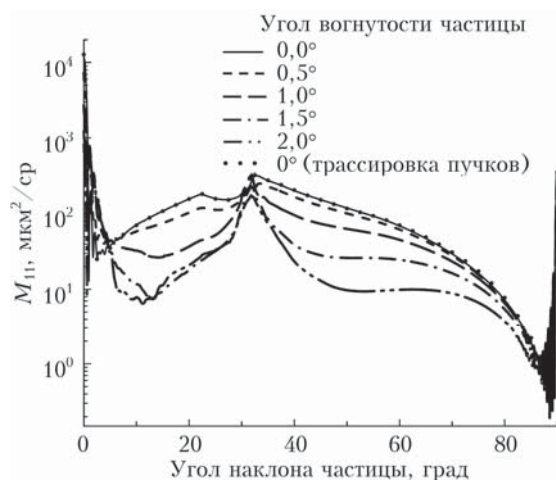


Рис. 8. Зависимость элемента M_{11} матрицы рассеяния света от угла наклона частицы типа «столбик с углублениями» при разных углах вогнутости кристалла

На основе данных матриц рассеяния света из вышеописанного расчета была составлена таблица со значениями лидарного (LR) и деполяризационного (DR) отношений. Видно, что с увеличением угла вогнутости частицы наблюдается рост LR и DR , что согласуется с результатами экспериментальных наблюдений.

Угол вогнутости, град	LR	DR
0,0	15,76	0,17
0,5	18,68	0,19
1,0	27,84	0,24
1,5	48,27	0,30
2,0	68,38	0,35

В некоторых задачах требуется вычисление матрицы обратного рассеяния света для *агрегатов частиц*. В качестве примера на рис. 9 показана зависимость элементов МОРС M_{11} и M_{22} для хаотически ориентированного агрегата, состоящего из восьми гексагональных столбиков, от его размера. Агрегат соответствует представленному в статье [28]. Из рисунка следует, что зависимость элементов матрицы от размера частицы является степенной. Этот факт можно использовать для уменьшения количества производимых расчетов.

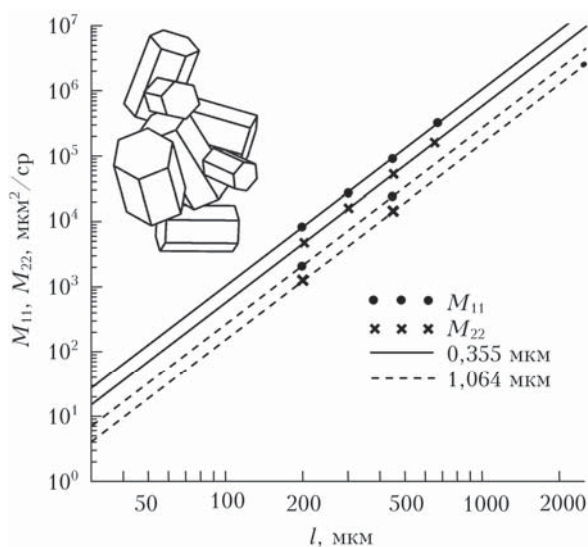


Рис. 9. Зависимость элементов МОРС M_{11} и M_{22} для агрегата, состоящего из восьми гексагональных столбиков, от его размера (l) на длинах волн 0,355 и 1,064 мкм

Заключение

Разработан алгоритм MBS-1 для решения задачи рассеяния света на ледяных атмосферных не сферических частицах *невыпуклой формы* на основе имеющегося в ИОА СО РАН алгоритма трассировки пучков для выпуклых частиц. Алгоритм учитывает особенности, присущие невыпуклым частицам, такие как «затенение» граней, образование пучков света сложной формы и т.д. Создана программа для расчета матрицы рассеяния света в приближениях геометрической оптики и физической оптики, реализующая данный алгоритм. Про-

ведено тестирование алгоритма путем сравнения индикатрис рассеяния, рассчитанных для разных типов частиц, с аналогичными расчетами, полученными широко известным методом трассировки лучей А. Маске. Результаты сравнения показали хорошее согласие.

На основе разработанного алгоритма реализован метод физической оптики. Новая реализация метода хорошо согласуется с уже имеющейся реализацией А.Г. Борового, А.В. Коношонкина, Н.В. Кустовой и может быть использована для решения задачи рассеяния света в окрестности направления рассеяния назад для невыпуклых частиц. Результаты имеют существенное значение для интерпретации данных лазерного зондирования перистых облаков.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-35-60089, 18-05-00568, 18-55-53046) и Президента РФ (грант № МК-2495.2017.5).

1. Liou K.-N. An Introduction to Atmospheric Radiation. San Diego: Acad. Press, 2002. 583 p.
2. Kunz K.S., Luebbers R.J. Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics. Boca Raton: FL CRC Press, 1993. 448 p.
3. Taflov A. Advances in Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. Boston: Artech House, 1998. 735 p.
4. Purcell E.M., Pennypacker C.R. Scattering and absorption of light by nonspherical dielectric grains // Astrophys. J. 1973. V. 186. P. 705–714.
5. Yurkin M.A., Maltsev V.P., Hoekstra A.G. The discrete dipole approximation for simulation of light scattering by particles much larger than the wavelength // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2007. V. 106. P. 546–557.
6. Yurkin M.A., Hoekstra A.G. The discrete-dipole approximation code ADDA: Capabilities and known limitations // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2011. V. 112. P. 2234–2247.
7. Yurkin M.A., Hoekstra A.G. User manual for the discrete dipole approximation code ADDA 1.3b4 [Electronic resources]. URL: http://a-dda.googlecode.com/svn/tags/rel_1.3b4/doc/manual.pdf (last access: 27.07.2017).
8. Cai Q., Liou K.-N. Polarized light scattering by hexagonal ice crystals: Theory // Appl. Opt. 1982. V. 21. P. 3569–3580.
9. Волковицкий О.А., Павлова Л.Н., Петрушин А.Г. Оптические свойства кристаллических облаков. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 198 с.
10. Macke A. Scattering of light by polyhedral ice crystals // Appl. Opt. 1993. V. 32. P. 2780–2788.
11. Ромашов Д.Н. Матрица обратного рассеяния для монодисперсных ансамблей гексагональных ледяных кристаллов // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12, № 5. С. 392–400.
12. Borovoi A.G., Grishin I.A. Scattering matrices for large ice crystal particles // J. Opt. Soc. Am. A. 2003. V. 20. P. 2071–2080.
13. Borovoi A., Konoshonkin A., Kustova N. The physics-optics approximation and its application to light backscattering by hexagonal ice crystals // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2014. V. 146. P. 181–189.
14. Konoshonkin A.V., Kustova N.V., Borovoi A.G. Beam-splitting code for light scattering by ice crystal particles

- within geometric-optics approximation // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*. 2015. V. 164. P. 175–183.
15. Коношонкин А.В., Кустова Н.В., Боровой А.Г. Алгоритм трассировки пучков для задачи рассеяния света на атмосферных ледяных кристаллах. Часть 1. Теоретические основы алгоритма // *Оптика атмосфер. и океана*. 2015. Т. 28, № 4. С. 324–330; *Konoshonkin A.V., Kustova N.V., Borovoi A.G. Beam splitting algorithm for the problem of light scattering by atmospheric ice crystals. Part 1. Theoretical foundations of the algorithm // Atmos. Ocean. Opt.* 2015. V. 28, N 5. P. 441–447.
 16. Коношонкин А.В., Кустова Н.В., Боровой А.Г. Алгоритм трассировки пучков для задачи рассеяния света на атмосферных ледяных кристаллах. Часть 2. Сравнение с алгоритмом трассировки лучей // *Оптика атмосфер. и океана*. 2015. Т. 28, № 4. С. 331–337; *Konoshonkin A.V., Kustova N.V., Borovoi A.G. Beam splitting algorithm for the problem of light scattering by atmospheric ice crystals. Part 2. Comparison with the ray tracing algorithm // Atmos. Ocean. Opt.* 2015. V. 28, N 5. P. 448–454.
 17. Borovoi A., Konoshonkin A., Kustova N. Backscattering by hexagonal ice crystals of cirrus clouds // *Opt. Lett.* 2013. V. 38, N 15. P. 2881–1884.
 18. Коношонкин А.В., Кустова Н.В., Боровой А.Г. Особенности в деполаризационном отношении лидарных сигналов для хаотически ориентированных ледяных кристаллов перистых облаков // *Оптика атмосфер. и океана*. 2013. Т. 26, № 5. С. 385–387.
 19. Konoshonkin A., Wang Z., Borovoi A., Kustova N., Liu D., Xie C. Backscatter by azimuthally oriented ice crystals of cirrus clouds // *Opt. Express*. 2016. V. 24, N 18. P. A1257–A1268.
 20. Коношонкин А.В. Моделирование сигнала сканирующего лидара от монодисперсного облака квазигоризонтально ориентированных частиц // *Оптика атмосфер. и океана*. 2016. Т. 29, № 12. С. 1053–1060.
 21. Коношонкин А.В. Оптические характеристики деформированных атмосферных ледяных столбиков // *Оптика атмосфер. и океана*. 2017. Т. 30, № 7. С. 543–551; *Konoshonkin A.V. Optical characteristics of irregular ice columns // Atmos. Ocean. Opt.* 2017. V. 30, N 6. P. 508–516.
 22. База данных матриц обратного рассеяния рассчитанных в рамках физической оптики [Электронный ресурс]. URL: ftp://ftp.iao.ru/pub/GWDT/Physical_optics/Backscattering/ (дата обращения: 30.01.2018).
 23. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Стереометрия. Геометрия в пространстве. Висагинас: Alfa, 1998. 576 с.
 24. Sutherland I., Hodgman G. Reentrant polygon clipping // *Commun. ACM*. 1974. V. 17. P. 32–42.
 25. Hoare C. Quicksort // *Comput. J.* 1962. V. 5, N 1. P. 16–19.
 26. *Beam-Splitting-concave* [Electronic resource]. URL: <https://github.com/Heart-Under-Blade/Beam-Splitting-concave/> (last access: 30.01.2018).
 27. Коношонкин А.В., Кустова Н.В., Боровой А.Г. Граница применимости приближения геометрической оптики для решения задачи обратного рассеяния света на квазигоризонтально ориентированных гексагональных ледяных пластинках // *Оптика атмосфер. и океана*. 2014. Т. 27, № 8. С. 705–712; *Konoshonkin A.V., Kustova N.V., Borovoi A.G. Limits to applicability of geometrical optics approximation to light backscattering by quasihorizontally oriented hexagonal ice plates // Atmos. Ocean. Opt.* 2015. V. 28, N 1. P. 74–81.
 28. Yang P., Bi L., Baum B.A., Liou K.N., Kattawar G.W., Mishchenko M.I., Cole B. Spectrally consistent scattering, absorption, and polarization properties of atmospheric ice crystals at wavelengths from 0.2 to 100 μm // *J. Atmos. Sci.* 2013. V. 70. P. 330–347.
 29. Macke A., Mueller J., Raschke E. Single scattering properties of atmospheric ice crystal // *J. Atmos. Sci.* 1996. V. 53, N 19. P. 2813–2825.

D.N. Timofeev, A.V. Konoshonkin, N.V. Kustova. Modified beam-splitting 1 algorithm for solving the problem of light scattering on concave atmospheric ice crystals

A modified beam-splitting algorithm for solving the problem of light scattering on atmospheric concave ice crystals being typical for cirrus clouds is developed. It is based on the beam-splitting algorithm for convex crystals that was created at Institute of Atmospheric Optics SB RAS. The algorithm is used for the solution of the light scattering problem for hollow-column particles and hexagonal column aggregates. The algorithm is on open access with open source code.