

УДК 551.482.215.1

Численное моделирование гидрологического режима в дельте реки Лены

А.И. Крылова, Е.А. Антипова*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6*

Поступила в редакцию 26.01.2018 г.

Работа посвящена численному моделированию гидравлического режима дельты р. Лены на основе системы уравнений Сен-Венана для неустановившегося движения речного потока в одномерном приближении. Численное решение дифференциальных уравнений Сен-Венана основано на использовании абсолютно устойчивой неявной разностной схемы и специально разработанного метода прогонки по графу типа «дерево» для разветвленных и закольцованных участков речной сети. Представлены результаты расчета распределения расхода воды по основным протокам дельты, а также сравнение результатов моделирования стока на гидрорасходах Оленёкской протоки с данными натурных измерений 2005 г.

Ключевые слова: неустановившееся движение воды, уравнения Сен-Венана, дельта р. Лены, основные протоки, расход воды, уровень свободной поверхности, неявная разностная схема; unsteady flow motion, Saint-Venant equations, Lena River delta, main branch, water discharge, free surface level, implicit difference scheme.

Введение

Почти до конца первого десятилетия XXI в. существовали объективные ограничения для изучения гидрологического режима дельты р. Лены гидродинамическими методами расчета продольной трансформации речного стока. Результаты многочисленных измерений гидрологических и морфометрических характеристик в основных протоках дельты в рамках российско-германского проекта «Система моря Лаптевых» в летние сезоны 2002–2007 гг. [1, 2], а также материалы по многолетнему распределению стока [3] позволили использовать гидродинамические методы описания сложной русловой системы дельты Лены.

В устьевой области речные воды проходят через систему рукавов дельты, где происходят дробление магистрального расхода воды и его перераспределение по рукавам с уменьшением стоковых скоростей, изменяется кинематическая структура основного водотока. С научной и прикладной точек зрения необходимо получение достоверных оценок по распределению стока по протокам русловой сети дельты и изменению его общей величины и скоростей потока от вершины дельты к ее нижнему краю.

Расчет основных характеристик речного стока осуществляется с помощью гидродинамического метода описания неустановившегося движения воды в сложной дельтовой системе р. Лены.

Гидродинамический метод описания водного режима основан на численном решении уравнений Сен-Венана с помощью устойчивой неявной разностной схемы. Методика решения базируется на использовании одномерного математического описания неустановившихся течений в каждом звене речной сети и формулировании условий сопряжения потоков в точках разветвления. При решении используется устойчивый метод прогонки по графу типа «дерево» для разветвленных и закольцованных участков системы русел [4].

Для обеспечения достаточной точности решения уравнений Сен-Венана в условиях естественных водотоков важное значение приобретает подготовка гидравлических и морфометрических данных.

Основной задачей настоящей работы является изучение закономерностей изменения расхода воды и уровня свободной поверхности с помощью математической модели сложно разветвленной дельты р. Лены, описывающей водный режим от пос. Кюсюр в нижнем течении реки до впадения речных вод в море Лаптевых. Исследуется водный режим пяти магистральных протоков дельты: Быковской, Трофимовской, Сардахской, Туматской и Оленёкской.

Постановка задачи

Система гиперболических дифференциальных уравнений, описывающая неустановившееся медленно изменяющееся движение воды в открытом русле без учета ветрового и барического воздействий, без бокового притока и в предположении об одномерности потока, имеет следующий вид:

* Алла Ивановна Крылова (alla@climate.ssc.ru); Екатерина Андреевна Антипова (antipova_aea@mail.ru).

$$B \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{\omega} \right) = -g\omega \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} \right), \quad (2)$$

где x – координата, отсчитываемая вдоль оси русла; t – время; $Q(x, t)$ – расход воды; $Z(x, t)$ – отметка свободной поверхности воды; $B(x, h)$ – ширина свободной поверхности воды при глубине $h(x, t)$; $\omega(x, h)$ – площадь поперечного сечения потока; $K(x, h) = \omega \frac{1}{n} h^{2/3}$ – модуль расхода [5], где $n(x)$ – коэффициент шероховатости; g – ускорение силы тяжести.

Численные методы решения уравнений (1), (2) и методы калировки их параметров по наблюдениям за водным режимом хорошо разработаны и апробированы для многих крупных речных систем, таких как Енисей, Обь, Яна, Колыма и др. [5–8].

Для моделирования движения воды в речном русле сложно разветвленный устьевой участок реки представляется в виде плоского графа, на каждом отрезке которого решается система уравнений Сен-Венана (1), (2). Расход воды и уровень свободной поверхности – важнейшие величины, полностью описывающие движение потока воды. Поэтому в качестве неизвестных функций системы выбираются функции $Q(x, t)$ и $Z(x, t)$ как распределенные параметры, а в вершинах графа – $Q_*(t)$ и $Z_*(t)$ как сосредоточенные параметры.

Задача моделирования неустановившегося движения воды в речных руслах является начально-краевой. Начальные условия задаются на отрезках графа, а условия сопряжения – в его вершинах. В начальных и конечных створах русловой сети дельты задаются граничные условия.

Численный метод решения

Эффективными методами решения задач о гидрологическом режиме сложно разветвленных открытых русел являются численные методы, основанные на использовании неявных разностных схем.

В данной работе для решения системы разностных уравнений используется вариант метода прогонки [4], который учитывает тип системы русел и трехдиагональную структуру матрицы разностных уравнений. При решении полученной системы линейных алгебраических уравнений для разветвлений с «кольцами» учитывается структура одномерного графа «дерево», а для простых разветвлений без «колец» используется метод параметрической прогонки.

Сравнение численного решения с аналитическим

При определенных дополнительных ограничениях на параметры русла система уравнений (1), (2) может быть сведена к параболическому дифферен-

циальному уравнению конвекции-диффузии в частных производных:

$$Q_t - aQ_{xx} + bQ_x = 0, \quad (3)$$

где $a = \frac{K^2}{2B|Q|}$ – коэффициент диффузии; $b = \frac{K_h Q}{BK}$ –

скорость конвекции. При постоянных a и b с помощью метода Фурье (метода разделения переменных) может быть построено аналитическое решение полученного уравнения.

Было проведено сравнение аналитического решения уравнения конвекции-диффузии (3) с численным решением системы (1), (2) по данным для участка р. Кубани [9]. Результаты сравнительного анализа представлены на рис. 1.

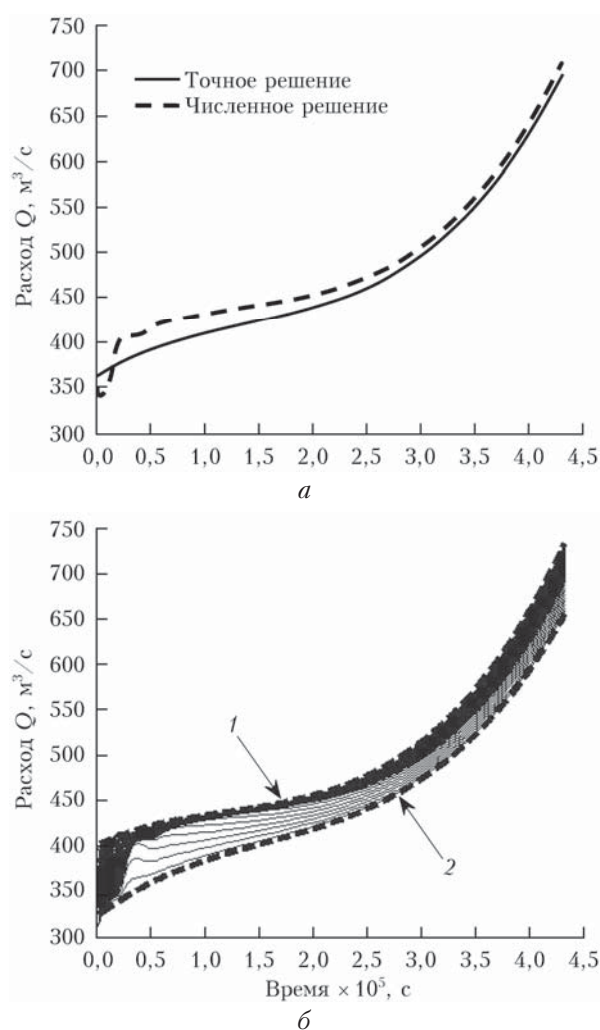


Рис. 1. Сравнение аналитического решения задачи (3) с численным решением задачи (1), (2) в середине участка р. Кубани (а) и в каждом узле расчетной сетки (б); пунктирной линией обозначено изменение расхода по времени в начальной (1) и конечной (2) точках, сплошной – во внутренних узлах сетки

Полученные результаты показывают сходимость численного решения для выбранного режима потока.

Численное моделирование неустановившегося движения воды в устье р. Лены

Математическая модель дельты Лены описывает водный режим реки от пос. Кюсюр, где проводятся регулярные гидрологические наблюдения, до впадения реки в море Лаптевых.

Построение топологической модели дельты осуществлялось при помощи географических карт и онлайн-системы Google Earth. По спутниковым фотографиям были выявлены основные наиболее водные протоки дельты, а также второстепенные протоки, которые имеют либо самостоятельный выход к морю, либо не пересыхают во время межени, а увеличивают водность основных протоков. Начальный вариант геометрической схематизации русловой сети дельты р. Лены был взят из работы [10]. В ходе решения задачи схема русловой сети уточняется и на данном этапе исследования (рис. 2) включает пять магистральных протоков: Быковскую, Сардахскую, Трофимовскую, Туматскую и Оленёкскую.

Для численной модели необходимо определить основные морфометрические характеристики русла,

такие как ширина и глубина водотоков и форма поперечного сечения русла. Ширина измерялась в каждом узле системы на основе космических снимков из программы Google Earth. Глубина вычислялась по известной эмпирической формуле $h = 0,42B^{0,33}$ [11], полученной на основе многочисленных натуральных измерений, и уточнялась с промерами глубины из [1, 2, 12, 13]. Форма русла описывалась квадратным трехчленом, за исключением некоторых участков Трофимовской протоки, для которых принималась призматическая форма русла [3].

Ввиду того, что на начальный момент времени значения расхода воды и уровня свободной поверхности в рукавах дельты неизвестны, они были найдены из решения стационарной задачи и задавались в качестве начальных условий при расчете неустановившегося движения. В качестве граничного условия использовались данные ежедневных гидрологических наблюдений ГМЦ на посту 03821 (код пос. Кюсюр) за 2008 г.

На рис. 3 и 4 представлены результаты численного эксперимента. На рис. 3 – результаты измерений и расчетов уровня свободной поверхности на гидропосту в пос. Кюсюр за период отрытой воды в 2008 г., а на рис. 4 – рассчитанные расходы воды

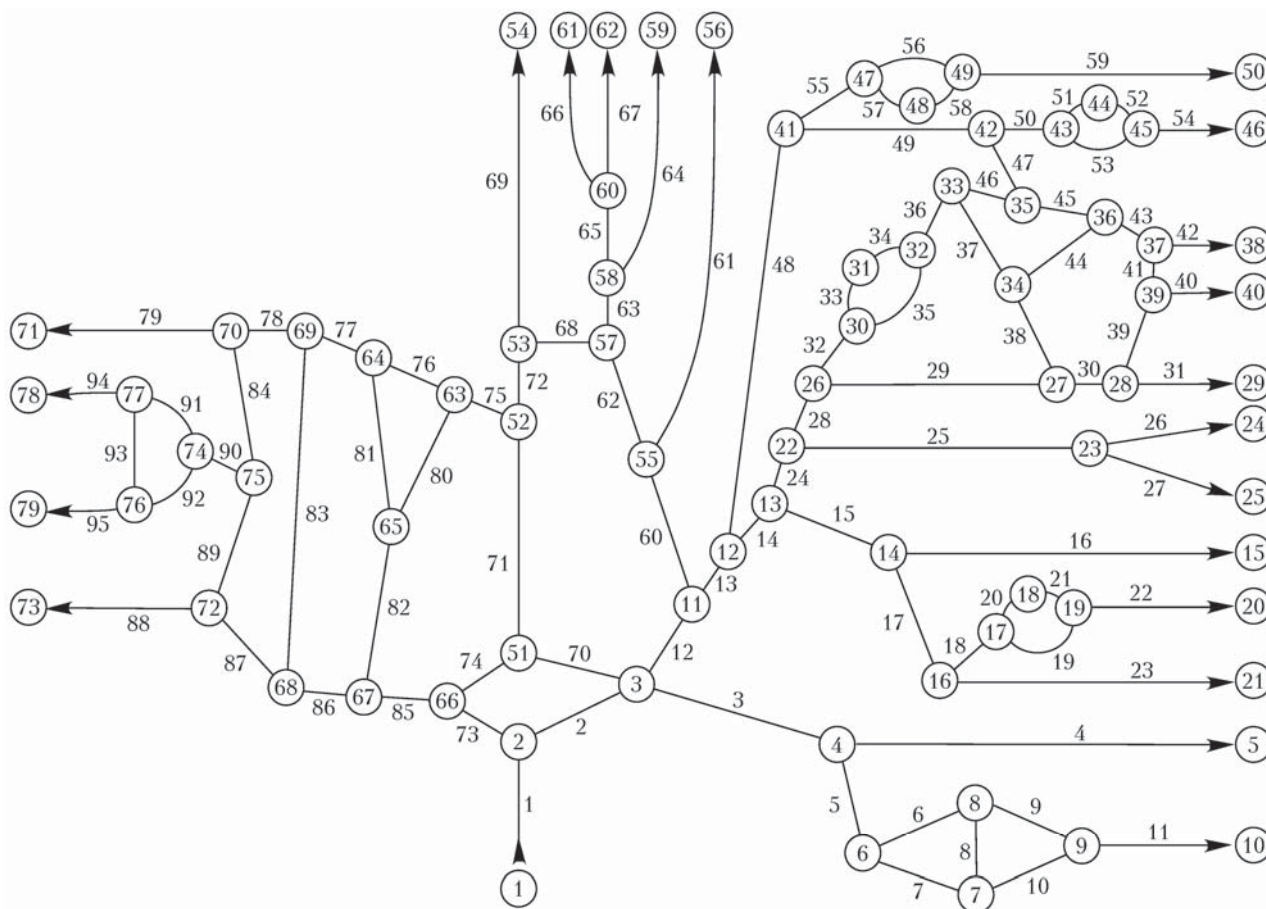


Рис. 2. Схематизация русловой сети дельты р. Лены в виде графа (в кружочках – расположены номера вершин, возле отрезков – номера участков)

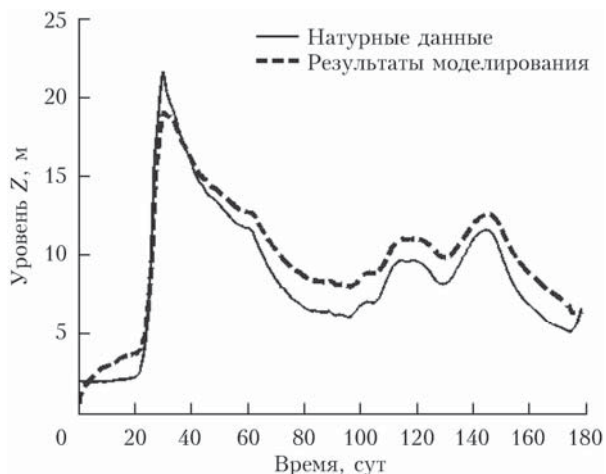


Рис. 3. Динамика уровня свободной поверхности воды: измеренная и смоделированная в пос. Кюсюр за период с мая по октябрь 2008 г.

по пяти главным протокам дельты р. Лены за исследуемый период, включающий две фазы гидрологического режима: половодье и межень.

Средняя абсолютная ошибка при вычислении уровня составила 0,6 м, что представляется допус-

тимым в пределах принятой точности при аппроксимации русловой геометрии. По близости расчетных и измеренных уровней свободной поверхности на гидроступе Кюсюр можно судить о качестве воспроизведения уровня режима (рис. 3) и, следовательно, об адекватности решения задачи в целом (рис. 4).

Моделирование неустановившегося движения воды в сложной устьевой области реки требует кропотливой работы с натурными данными. С помощью гидрологических данных из монографии [3], экспедиционных данных измерений в дельте р. Лены с 2002 по 2012 г. [1, 2, 12, 13], космических снимков из программы Google Earth глубина и ширина русла постоянно корректировались.

В [2] впервые были опубликованы данные измерений 2005 г. в створах Оленёкской протоки от места впадения в нее Булкурской протоки до устья. Это позволило провести моделирование и сравнить его результаты с данными измерений за 2005 г. (табл. 1).

В табл. 2 представлены результаты моделирования процентного распределения стока воды по магистральным протокам дельты р. Лены в сравнении с данными многолетних наблюдений за период 1953–1990 гг. [9].

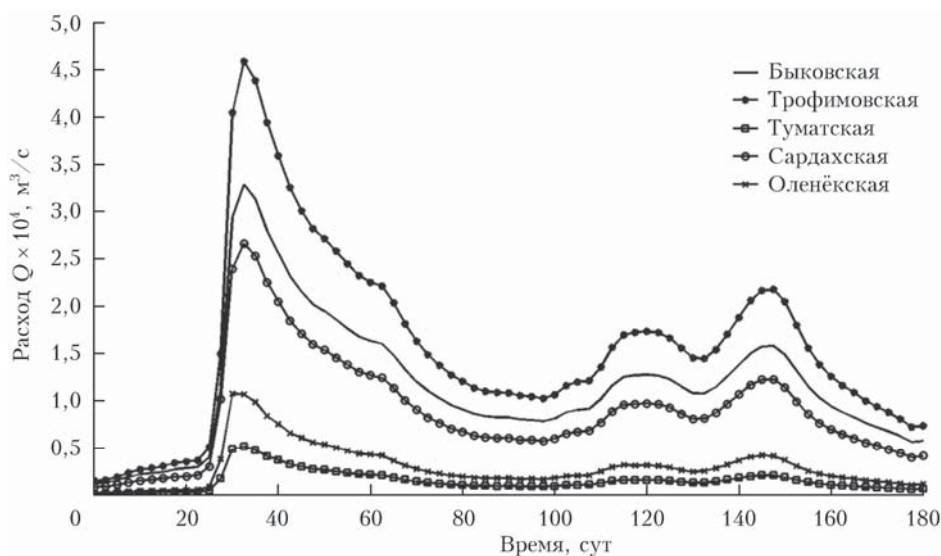


Рис. 4. Смоделированная динамика расхода воды в пяти главных протоках дельты р. Лены за период открытой воды 2008 г.

Таблица 1

Расход воды на гидрометрических створах Оленёкской протоки в августе 2005 г.

| Дата замера | Долгота, °в.д. | Широта, °с.ш. | Измеренный расход Q , м ³ /с | Расход, смоделированный после уточнения* Q , м ³ /с | Расход, смоделированный до уточнения* Q , м ³ /с |
|-------------|----------------|---------------|---|--|---|
| 15–17 | 72,88008 | 123,2149 | 956,53 | 1113,1 | 647,04 |
| 18 | 72,75706 | 123,6484 | 1343,27 | 1266,9 | 672,58 |
| 19 | 72,65700 | 124,3391 | 1810,29 | 1844,0 | 847,62 |
| 19 | 72,50581 | 125,2862 | 2065,19 | 1893,1 | 867,51 |
| 20 | 72,35900 | 125,6712 | 1510,71 | 1535,5 | 826,40 |
| 20 | 72,29614 | 126,0944 | 1700,53 | 1535,5 | 826,40 |

* До и после уточнения глубины и ширины Оленёкской протоки в расчетных узлах на основе данных измерений удалось улучшить результаты моделирования.

Распределение расхода воды по протокам относительно суммарного количества поступающей в дельту воды (%)

| Период (1953–1990 гг.) | Главные протоки | | | | | | | |
|----------------------------------|-----------------|----|---------------------------|----|-----------|----|------------|---|
| | Быковская | | Трофимовская и Сардахская | | Туматская | | Оленёкская | |
| | а | б | а | б | а | б | а | б |
| Половодье (20 мая – 5 июня) | 23,4 | 28 | 63,5 | 54 | 6,2 | 10 | 6,9 | 8 |
| Межень (15 июля – 15 августа) | 24,1 | 25 | 63,8 | 65 | 5,5 | 5 | 6,6 | 5 |
| Период открытой воды | 23,8 | 27 | 63,7 | 57 | 5,8 | 9 | 6,8 | 7 |

Примечание. а – результаты моделирования; б – данные [9].

Заключение

Анализ результатов расчета расходов и уровней воды в дельте р. Лены по представленной модели и их сравнение с данными измерений показали, что модель удовлетворительно описывает распределение расходов воды по основным протокам дельты. Причинами расхождения результатов расчета и данных могут быть: 1) принятая схематизация русловой сети дельты; 2) погрешность значений исходных гидравлично-морфометрических характеристик основных проток дельты; 3) учет только руслового потока без пойменной составляющей и бокового притока. Уточнение морфометрических характеристик русла приводит к более реалистичному моделированию неустановившегося движения воды в дельте р. Лены. Численное моделирование гидрологического режима, основанное на гидродинамическом методе расчета неустановившегося движения воды, позволяет получить характеристики одномерного потока, которые сложно измерить в натуральных условиях.

1. Федорова И.В., Большианов Д.Ю., Макаров А.С., Третьяков М.В., Четверова А.А. Современное гидрологическое состояние дельты р. Лены // Система моря Лаптевых и прилегающих морей Арктики: современное состояние и история развития. М.: Изд-во МГУ, 2009. С. 278–291.
2. Большианов Д.Ю., Макаров А.С., Шнайдер В., Штоф Г. Происхождение и развитие дельты реки Лена. СПб.: Ренова, 2013. 267 с.
3. Гуков А.Ю. Гидрология устьевой области реки Лена. М.: Научный мир, 2001. 288 с.
4. Воеводин А.Ф., Никуфоровская В.С., Овчарова А.С. Численные методы решения задачи о неустановившемся движении воды на устьевых участках рек // Тр. ААНИИ. 1983. Т. 378. С. 23–34.

5. Иванов В.В., Котрехов Е.П. Опыт численного моделирования неустановившегося движения воды в многорукавной дельте реки // Тр. ААНИИ. 1971. Т. 314. С. 16–35.
6. Иванов В.В., Котрехов Е.П. Оценка влияния речного стока на режим уровней устьевого участка Енисея // Тр. ААНИИ. 1976. Т. 314. С. 120–151.
7. Иванов В.В., Михалев М.А., Марченко А.С., Пискун А.А., Чернин К.Е. Гидравлический метод расчета водного и руслового режима в многорукавных руслах рек // Тр. ААНИИ. 1983. Т. 378. С. 5–22.
8. Алешкин С.А., Бабич Д.Б., Михайлов В.Н. Математическая модель распределения расходов воды по рукавам дельты реки Яны // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 5. География. 2002. № 5. С. 43–49.
9. Семенчин Е.А., Вандина Н.В. Анализ системы уравнений Сен-Венана аналитическими и численными методами // Науч. журн. КубГАУ. 2010. № 64(10). С. 1–14.
10. Shlychkov V.A., Platov G.A., Krylova A.I. A coupled hydrodynamic system of the Lena River delta and the Laptev Sea shelf zone: The model tuning and preliminary results of numerical simulation // Bull. Non. Comp. Center, Num. Model. in Atmosph., etc. 2014. V. 14. P. 81–103.
11. Чалов Р.С., Панченко В.М., Зернов С.Я. Водные пути бассейна Лены. М.: МИКИС, 1995. 600 с.
12. Алексеевский Н.И., Магрицкий Д.В., Айбулатов Д.Н. Особенности и оценки пространственно-временной изменчивости речного стока в многорукавной дельте р. Лены // Меняющийся климат и социально-экономический потенциал Российской Арктики. М.: Лига-Вент, 2016. Т. 2. С. 65–95.
13. Fedorova I., Chetverova A., Bolshiyakov D., Makarov A., Boike J., Heim B., Morgenstern A., Overduin P., Wegner C., Kashina V., Enlenburg A., Dobrotina E., Sidorina I. Lena Delta hydrology and geochemistry: Long-term hydrological data and recent field observations // Biogeosci. 2015. V. 12. P. 345–363.

A.I. Krylova, E.A. Antipova. Numerical simulation of the hydraulic regime of the Lena River delta.

The work is devoted to numerical simulation of the hydraulic regime of the Lena River delta based on the system of Saint-Venant equations. This system describes the unsteady motion of the river flow in one-dimensional approximation. The numerical solution of Saint-Venant differential equations is based on the use of an absolutely stable implicit difference scheme and a specially developed method of Gaussian elimination for a “tree” graph of branched and looped sections of the river network. The calculated water discharge distribution over the main branches of Lena River delta and the comparison between modeling runoff at the Olenekskaya hydro-metric cross sections with the field data in 2005 are presented.