

В.В. Воробьев

**О ГЕНЕРАЦИИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ МОДУЛИРОВАННЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ С ДЛИНОЙ ВОЛНЫ  $\lambda = 10,6$  мкм**

Получены простые формулы для зависимости амплитуды давления звука, возникающего при поглощении лазерного излучения в воздухе, от частоты модуляции лазерного пучка, пространственного спектра распределения интенсивности в нем, а также от параметров кинетического охлаждения воздуха.

Экспериментальное исследование генерации монохроматического звука при поглощении модулированного излучения  $\text{CO}_2$ -лазера в воздухе [1] показало, что этот звук можно надежно регистрировать на фоне акустических шумов. Поскольку амплитуда и фаза звуковых волн несут информацию как о распределении интенсивности в лазерном пучке, так и о процессе поглощения лазерного излучения атмосферными газами и аэрозолями, акустические измерения могут быть использованы для получения этой информации.

В данной статье получены простые соотношения для зависимостей амплитуды и фазы звуковой волны от частоты модуляции лазерного излучения, пространственного спектра распределения его интенсивности и от параметров, определяющих кинетику поглощения. Эти соотношения могут быть полезными как для расчета интенсивности звука, возбуждаемого лазерными пучками с произвольным распределением интенсивности в их поперечных сечениях, так и для решения обратных задач восстановления распределения интенсивности в пучках, либо параметров поглощения.

Изменение давления  $P$ , плотности  $\rho$ , энтальпии  $h$ , внутренней энергии  $E_v$  и скорости движения воздуха  $\mathbf{V}$  при поглощении им излучения с плотностью мощности  $I$ , описываются уравнениями:

$$\partial \rho / \partial t + \rho \operatorname{div} \mathbf{V} + \mathbf{V} \nabla \rho = 0; \quad (1)$$

$$\partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = -\nabla P / \rho; \quad (2)$$

$$\rho (\partial h / \partial t + \mathbf{V} \nabla h) - (\partial P / \partial t + \mathbf{V} \nabla P) = \alpha_t I; \quad (3)$$

$$\rho (\partial E_v / \partial t + \mathbf{V} \nabla E_v) + \rho E_v / \tau = 2,44 \alpha_{\text{CO}_2} I; \quad (4)$$

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} + E_v. \quad (5)$$

В этих уравнениях  $\alpha_t$  — суммарный коэффициент поглощения лазерного излучения водяным паром, углекислым газом и другими поглощающими примесями в атмосфере;  $\alpha_{\text{CO}_2}$  — коэффициент поглощения углекислым газом (он выделен в связи с тем, что поглощенная им энергия не переходит сразу в тепло, а вначале резонансно возбуждает колебания молекул азота на частоте, в 2,44 раза превышающей частоту перехода молекулы  $\text{CO}_2$ , соответствующую длине волны 10,6 мкм);  $\tau$  — время термализации (время жизни молекул азота в возбужденном состоянии);  $\gamma$  — отношение теплоемкостей  $C_p / C_v$ .

Линеаризуя уравнения (1)–(5) относительно начальных значений величин  $P_0$ ,  $\rho_0$ ,  $h_0$ , полагая  $\mathbf{V}_0 = 0$ ,  $E_{v,0} = 0$ , для изменения давления  $p$  при воздействии цилиндрического лазерного пучка получим следующие уравнения:

$$\partial^2 p / \partial t^2 - u^2 \Delta_{\perp} p = \alpha_t (\gamma - 1) (\partial I / \partial t - \partial^2 E / \partial t^2), \quad (6)$$

$$\partial E / \partial t + (1/\tau) E = CI, \quad (7)$$

где  $u^2 = \gamma P_0 / \rho_0$ ,  $E = \rho_0 E_v$ ,  $C = 2,44 \alpha_{\text{CO}_2} / \alpha_t$ .

Решением уравнений (6)–(7) в полярной системе координат  $(r, \varphi)$  с центром в точке измерения звукового давления  $M$  при гармонической модуляции интенсивности лазерного излучения  $I(r, \varphi, t) = I_0(r, \varphi) \exp(i\omega t)$  будет

$$p(M, t) = [\alpha_t(\gamma - 1)/4u^2] \omega g(\omega\tau) e^{i\omega t} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_0^{\infty} I_0 f(r, \varphi) H_0^{(2)}(\omega r/u) r dr, \quad (8)$$

где  $g(\omega\tau) = [1 + i(1 - C)\omega\tau]/(1 + i\omega\tau)$ ;  $H_0^{(2)}$  — функция Ганкеля.

Если интенсивность в пучке отлична от нуля в области, размеры которой много меньше, чем расстояние  $r_0$  от точки наблюдения до центра тяжести пучка, а частота модуляции  $\omega$  такова, что  $\omega r_0 \gg u$ , функцию  $H_0^{(2)}$  можно заменить ее асимптотикой

$$H_0^{(2)}(\omega r/u) \approx \sqrt{2u/(\pi\omega r)} \exp(-i\omega r/u - i\pi/4), \quad (9)$$

$\sqrt{r}$  на  $\sqrt{r_0}$  и нижний предел интегрирования по  $r$  в (8) заменить на  $-\infty$ .

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_0^{\infty} f(r, \varphi) H_0^{(2)}(\omega r/u) r dr \approx \sqrt{2r_0 u / \pi \omega} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(r) \exp(-i\omega r/u - i\pi/4) dr, \quad (10)$$

где  $f_1(r) = \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) d\varphi$ .

В декартовой системе координат  $x, y$  при больших расстояниях от пучка до точки наблюдения, т.е. при  $r_0 \gg a$ , где  $a$  — эффективный радиус пучка,

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} f(r, \varphi) e^{-i\omega r/u} dr \approx \frac{1}{r} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i\omega x/u} dx.$$

Итак, приближенная формула для расчета давления имеет следующий вид:

$$p(M, t) \approx \frac{\alpha_t(\gamma - 1)}{4u^2} g(\omega\tau) \sqrt{\frac{2u\omega}{\pi r_0}} e^{i(\omega t - \pi/4)} (2\pi^2) \Phi_I(x_x = \omega/u, x_y = 0), \quad (11)$$

где  $\Phi_I(x_x, x_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \exp(-ix_x x - ix_y y) dx dy$  — двумерный пространственный спектр распределения интенсивности в поперечном сечении лазерного пучка.

Для того чтобы оценить погрешность формулы (11), были проведены расчеты звукового давления от пучков с равномерным распределением интенсивности в поперечном сечении и с гауссовым распределением. При равномерном распределении интенсивности в пучке

$$I(x, y) = \begin{cases} I_0 & \text{внутри круга } (x - r_0)^2 + y^2 = a^2 \\ 0 & \text{вне этого круга,} \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dy = 2I_0 \sqrt{a^2 - (x - r_0)^2}, \text{ при } |x - r_0| < a$$

$$\Phi(x_x, 0) = I_0 \frac{a^2}{2\pi} \frac{J_1(ax_x)}{(ax_x)} \exp(-ix_x r_0),$$

где  $J_1$  — функция Бесселя.

$$p(M, t) \approx \alpha_t(\gamma - 1) I_0 \frac{a}{u} g(\omega\tau) \sqrt{\frac{\pi a}{2r_0} \frac{a\omega}{u} \frac{J_1(a\omega/u)}{(a\omega/u)}} \exp(i(\omega t - \omega r_0/u - \pi/4)). \quad (12)$$

Точным решением уравнений (6), (7), которое несложно найти, используя преобразование Фурье, по поперечным координатам, при  $r_0 > a$  будет

$$p(M, t) = \alpha_t(\gamma - 1) I_0 \frac{a}{u} g(\omega\tau) \frac{\pi\omega a}{2u} \frac{J_1(a\omega/u)}{(a\omega/u)} H_0^{(2)}(r_0\omega/u) \exp(i\omega t). \quad (13)$$

Точность формулы (12) определяется, следовательно, только точностью асимптотики (9) для функции Ганкеля.

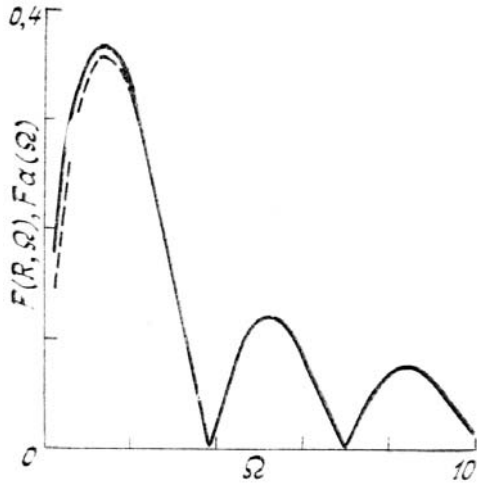


Рис. 1. Зависимости амплитуды звукового давления от безразмерной частоты модуляции лазерного излучения  $\Omega = \omega a / u$ , при равномерном распределении интенсивности в лазерном пучке. Сплошная линия — расчет по приближенной формуле (12), штриховая — по точной формуле (13) и значению безразмерного расстояния  $R = r_0 / a = 1$

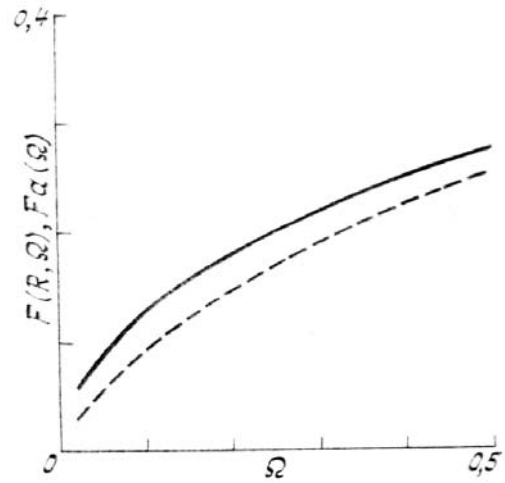


Рис. 2. То же, что и на рис. 1 при  $\Omega < 0,5$

На рис. 1 и 2 изображены спектры амплитуды давления: точный —  $F(R, \Omega) = \sqrt{R} |J_1(\Omega)| |H_0(R\Omega)|$ , где  $R = r_0 / a$ ,  $\Omega = \omega a / u$ , и приближенный  $F_a(\Omega) = \sqrt{2 / \pi \Omega} |J_1(\Omega)|$ .

Относительная ошибка приближенной формулы составляет в области первого максимума ( $\Omega \approx 1,4$ ) менее 2% при  $R = 1$  и менее 0,5% при  $R \geq 3$ . В области малых частот  $\Omega \leq 0,5$  относительная ошибка увеличивается.

При воздействии пучка с гауссовым распределением интенсивности

$$I(x, y) = I_0 \exp[-y^2/a^2 - (x-r_0)^2/a^2]$$

приближенная формула для давления имеет вид

$$p(M, t) \approx \alpha_t (\gamma - 1) I_0 \frac{a}{2u} g(\omega\tau) \sqrt{\frac{\pi a}{2r_0} \frac{\omega a}{u}} \exp\left[-\frac{\omega^2 a^2}{4u^2} + i\left(\omega t - \frac{\omega r_0}{u} - \frac{\pi}{4}\right)\right]. \quad (14)$$

Точность этой формулы проверялась с помощью численного интегрирования выражения

$$\dot{p}(M, t) = \alpha_t (\gamma - 1) I_0 a^2 g(\omega\tau) i\omega \int_0^\infty \frac{J_0(xr) x dx}{2(x^2 u^2 - \omega^2)} \exp\left(-\frac{x^2 a^2}{4} + i\omega t\right), \quad (15)$$

являющегося решением уравнений (6), (7), полученным с помощью преобразования Фурье по поперечным координатам. Точность приближенной формулы (14) оказалась приблизительно такой же, как и в случае пучка с равномерным распределением интенсивности.

Отметим, что формула (14) дает зависимость амплитуды давления от частоты, отличающуюся от приведенной на рис. 2 из [1], рассчитанной также для гауссова пучка, тем, в частности, что согласно [1] частота  $\omega_0$ , на которой амплитуда максимальна, равна  $\omega_0 = 2\pi f_0 \approx 2,8u/a$ . Согласно же формуле (14)  $\omega_0 \approx u/a$ . В расчетах [1] были допущены ошибки. Частотная зависимость давления в [1] для  $r_0 = 0$  получается из (15), если при вычислении интеграла пренебречь мнимой частью. Кроме того, использовалось ошибочное предположение о том, что частотные зависимости  $p(r_0, \omega)$  и  $p(0, \omega)$  пропорциональны. Поскольку наблюдаемая в эксперименте [1] зависимость  $p(r_0, \omega)$  удовлетворительно согласуется с некорректно рассчитанной, постольку в качестве одного из объяснений этого факта можно предположить, что распределение интенсивности излучения в той области трассы, где проводились измерения звука, не было гауссовым. Причиной тому, при геометрии эксперимента [1], может быть, например, отражение лазерного пучка от зеркала.

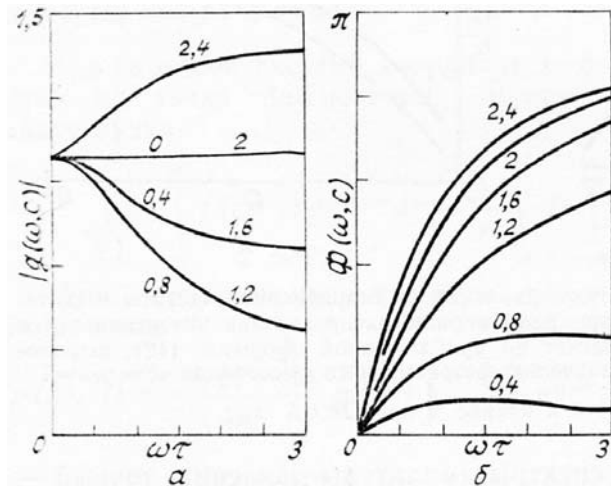


Рис. 3. Модуль (а) и аргумент (б) функции  $g(\omega\tau)$  при значениях параметра  $C$ , указанных у кривых

Заметно на частотной зависимости может сказаться и эффект кинетического охлаждения, влияние которого на форму звукового импульса, возбуждаемого в воздухе, наблюдалось ранее [3]. Зависимости амплитуды и фазы функции  $g(\omega\tau)$ , описывающей влияние кинетического охлаждения, при различных значениях параметра  $C$  (он может меняться в пределах  $0-2,44$ ) приведены на рис. 3 а, б.

При  $C < 2$  кинетическое охлаждение приводит к уменьшению амплитуды звукового давления и сдвигу максимума  $p(\omega)$  в область более низких частот по сравнению с его положением в отсутствие эффекта охлаждения. При  $C = 1$  амплитуда звукового давления стремится к нулю, когда  $\omega\tau \rightarrow \infty$ . В этом случае нагрев из-за поглощения излучения  $10,6 \mu\text{м}$  водяным паром и аэрозолем компенсируется охлаждением из-за поглощения углекислым газом. При  $C > 2$  функция  $|g(\omega\tau)|$  монотонно возрастает, поэтому возможен сдвиг максимума  $p(\omega)$  в область высоких частот.

Если применять акустические измерения для определения параметров  $C$  и  $\tau$ , то предпочтительнее для этой цели использовать фазовые измерения, т.к. на фазовом сдвиге не сказывается форма распределения интенсивности в поперечном сечении лазерного пучка.

1. Колосов В.В., Кузиковский А.В. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 3. С. 57–60.
2. Wallace J., Samas M. // J. Opt. Soc. Am. 1970. V. 60. № 12. P. 1587–1594.
3. Воробьев В.В., Гурвич А.С., Дьяков А.С., Покасов В.В., Пряничников В.С. // Квантовая электроника. 1989. Т. 16. № 5. С. 1052–1053.

Институт физики атмосферы АН СССР,  
Москва

Поступила в редакцию  
27 февраля 1990 г.

#### V. V. Vorob'ev. Sound Generation in Air by Modulated Laser Radiation at $10.6 \mu\text{m}$ Wavelength.

Simple formulas are obtained in the paper for the dependence of pressure amplitude in a sound wave produced due to absorption of laser radiation on the frequency of laser beam modulation, spatial spectrum of the intensity distribution over the beam and on the kinetic cooling parameters.