«Оптика атмосферы и океана», **17**, № 5–6 (2004)

УДК 541.182

В.Г. Черняк, Н.С. Киселева

Движение аэрозольной частицы в звуковом поле

Уральский государственный университет, г. Екатеринбург

Поступила в редакцию 25.11.2003 г.

Изучаются колебательное движение и дрейф аэрозольной частицы в озвученном газе при произвольных числах Кнудсена. Рассчитываются время релаксации, коэффициент увлечения, сдвиг фаз колебаний газа и частицы и дрейфовая скорость в зависимости от числа Кнудсена и частоты звуковой волны. Показано, что при промежуточных числах Кнудсена скорость дрейфа аэрозольных частиц может изменять свое направление.

Введение

Одним из возможных путей решения проблемы осаждения аэрозолей является воздействие на аэродисперсные системы высокоинтенсивными звуковыми волнами. Достаточно полный обзор фундаментальных экспериментальных и теоретических исследований в области акустического осаждения аэрозолей приведен в [1]. Заметим, что результаты этих исследований и в настоящее время не только не потеряли своей актуальности, но остаются основным источником информации о движении аэрозолей под действием звука. В последние годы этой проблеме уделялось мало внимания по той причине, что теория хорошо согласовалась с экспериментальными данными [2], полученными при атмосферном давлении для крупных частиц радиусом от 1 до 4 мкм.

В озвучиваемой газообразной среде частицы принимают то или иное участие в колебательном движении газа и одновременно двигаются поступательно, т.е. совершают дрейф под действием некоторых эффектов второго порядка (радиационное давление, асимметрия формы звуковой волны и др.).

В настоящее время удовлетворительно развита лишь гидродинамическая теория движения аэрозолей в озвученном газе. Как известно, гидродинамическое описание движения аэрозолей основано на решении уравнений Навье–Стокса с граничным условием «прилипания» газа к поверхности частицы. Очевидно, такая теория не может описывать движение субмикронных аэрозольных частиц, для которых число Кнудсена (Kn — отношение средней длины свободного пробега молекул газа l к радиусу частицы r) не является малым. Поэтому представляется актуальным разработать модель, применимую к аэрозольным частицам любых размеров, для любых давлений газа и длин волн.

Цель работы состояла в теоретическом изучении колебательного движения и дрейфа аэрозольной частицы в звуковом поле в зависимости от числа Kn и частоты звуковой волны.

Постановка задачи

Рассмотрим сферическую частицу радиуса r, находящуюся в газе, состояние которого возмущено бегущей или стоячей звуковой волной. Пусть ω — циклическая частота, $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина волны, c — скорость звука в газе.

Ограничимся случаем, когда средняя длина свободного пробега молекул газа l много меньше длины звуковой волны λ. Это означает, что по отношению к распространению звука газ является сплошной средой. С другой стороны, будем считать, что средняя длина свободного пробега молекул газа может быть любой по отношению к радиусу аэрозольной частицы (произвольное число Кнудсена $\mathrm{Kn} = l/r$). Это означает, что по отношению к аэрозольной частице газ является разреженным. Следовательно, гидродинамическая теория движения частиц в газе неприменима.

Пусть радиус частицы много меньше длины звуковой волны. Это реалистичное условие. Действительно, для частиц размером порядка одного микрона оно выполняется в широком диапазоне длин волн, включая область ультразвука.

Таким образом, постановка задачи соответствует следующим отношениям радиуса частицы, средней длины свободного пробега молекул в газе и длины звуковой волны:

$$l \ll \lambda,\ r \forall l,\ r \ll \lambda.$$

Табл. 1 иллюстрирует область применимости теории при нормальных условиях ($p = 10^5$ Па, $l = 0{,}1$ мкм).

Таблица 1

Размеры частицы и области длин волн, соответствующие постановке задачи, при нормальных условиях ($p = 10^5$ Па, $l = 0{,}1$ мкм)

Kn	r, мкм	λ, мкм
0,01	10	≥ 100
0,1	1	≥ 10
1	0,1	≥ 1
10	0,01	≥ 1

Отсюда видно, что принятое приближение в случае нормальных условий охватывает практически весь диапазон дисперсности атмосферного аэрозоля и весь диапазон длин волн за исключением узкой полосы верхней границы ультразвуковой области (минимальная длина волны равна 0,3 мкм). В последней строке при Kn = 10 указан диапазон длин волн $\lambda \geq 1$ мкм, так как меньшие значения λ нарушают принятое неравенство $\lambda \gg l$.

Колебательное движение

Скорость газа, совершающего гармонические колебания вдоль оси x, изменяется по закону

$$u_g = U_g \sin\omega t, \tag{1}$$

где U_g — амплитуда изменения скорости. При этом на частицу действуют «статическая» и «кинематическая» силы [3]. Первые связаны с градиентом давления в звуковой волне, пропорциональны массе вытесненного газа и потому малы. Последние обусловлены, главным образом, сопротивлением при обтекании частицы [1, 3].

В работе [4] на основе молекулярно-кинетической теории проведены расчеты силы сопротивления при обтекании сферической частицы потоком разреженного газа при произвольных числах Kn. Там же получено аппроксимирующее численный расчет аналитическое выражение для силы сопротивления

$$F = 6\pi\eta r f(u_g - u_p),$$
$$f = \frac{0{,}619}{\mathrm{Kn} + 0{,}619}\left(1 + \frac{0{,}310\mathrm{Kn}}{\mathrm{Kn}^2 + 1{,}152\mathrm{Kn} + 0{,}785}\right), \tag{2}$$

где η — коэффициент вязкости газа; u_p — скорость движения частицы.

Тогда уравнение движения для скорости частицы массой m_p запишется в виде

$$m_p \frac{du_p}{dt} = 6\pi\eta r f(u_g - u_p)\,. \tag{3}$$

Это уравнение отличается от использованного ранее [1] лишь множителем f, зависящим от числа Kn. Поэтому установившееся периодическое решение уравнения (3) формально имеет тот же вид, что и в [1]:

$$u_p = \mu_p U_g \sin(\omega t - \varphi),\ \ \mu_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}, \tag{4}$$

где μ_p — коэффициент увлечения частицы в колебательное движение, показывающий, во сколько раз отличаются амплитуды колебаний частицы и газа; τ — время релаксации частицы, определяемое выражением

$$\tau = \frac{\tau_0}{f},\ \ \tau_0 = \frac{2}{9}\frac{\rho_p}{\eta} r^2. \tag{5}$$

Здесь τ_0 — время релаксации в гидродинамическом пределе ($\mathrm{Kn} \to 0$) [1]; ρ_p — плотность частицы. Угол сдвига фазы φ в выражении (4) для скорости частицы определяется уравнением

$$\mathrm{tg}\varphi = \omega\tau. \tag{6}$$

Расчет показывает, что при увеличении числа Kn значение времени релаксации может как уменьшаться, так и увеличиваться. Если давление газа фиксировано, то частицам меньшего размера соответствует большее число Kn и меньшее время релаксации. В этом случае время релаксации пропорционально квадрату радиуса частицы ($\tau \sim r^2$) в гидродинамическом режиме ($\mathrm{Kn} \to 0$) и линейно зависит от радиуса ($\tau \sim r$) в свободномолекулярном режиме ($\mathrm{Kn} \to \infty$). Если фиксирован размер частиц, то при уменьшении давления газа число Kn также увеличивается, но при этом время релаксации растет. В свободномолекулярном режиме обтекания частицы время релаксации определяется следующим выражением:

$$\tau_k = \frac{\pi}{\pi + 8}\frac{\rho_p}{p}\bar{v}r,\ \ \bar{v} = \left(\frac{8k_\text{Б}T_0}{\pi m}\right)^{1/2}, \tag{7}$$

где p — давление газа; $k_\text{Б}$ — постоянная Больцмана; m — масса молекулы газа; T_0 — средняя температура газа; $\bar{v}$ — средняя скорость теплового движения молекул.

При изменении времени релаксации изменяются также коэффициент увлечения и сдвиг фазы колебаний частицы в соответствии с формулами (4) и (6). В табл. 2 приведены значения времени релаксации, коэффициента увлечения и сдвига фазы для частиц разных размеров, находящихся в воздухе при нормальных условиях ($\rho_p = 1$ г/см^3).

Таблица 2

Значения времени релаксации, коэффициента увлечения и сдвига фазы для частиц в воздухе ($\rho_p = 1$ г/см^3, $p = 10^5$ Па, $\eta = 1{,}85 \cdot 10^{-5}$ Па·с) при различных циклических частотах

r, мкм	Kn	τ_0, с	τ, с	ω, 10^3 с$^{-1}$			
				6,28	62,8	188,4	314
				μ_p; φ, град			
10	0,01	$1{,}21 \cdot 10^{-3}$	$1{,}22 \cdot 10^{-3}$	0,129 82,6	0,013 89,3	0,0044 89,8	0,0026 89,9
5	0,02	$3{,}01 \cdot 10^{-4}$	$3{,}08 \cdot 10^{-4}$	0,459 62,7	0,052 87,0	0,017 89,0	0,010 89,4
2	0,05	$4{,}80 \cdot 10^{-5}$	$5{,}10 \cdot 10^{-5}$	0,952 17,8	0,298 72,7	0,104 84,1	0,062 86,4
1	0,1	$1{,}20 \cdot 10^{-5}$	$1{,}35 \cdot 10^{-5}$	0,996 4,85	0,763 40,3	0,366 68,5	0,230 76,7
0,5	0,2	$3{,}00 \cdot 10^{-6}$	$3{,}75 \cdot 10^{-6}$	1,00 1,35	0,973 13,3	0,817 35,2	0,647 49,7
0,2	0,5	$4{,}81 \cdot 10^{-7}$	$7{,}93 \cdot 10^{-7}$	1,00 0,285	0,999 2,85	0,989 8,50	0,970 14,0
0,1	1	$1{,}20 \cdot 10^{-7}$	$2{,}84 \cdot 10^{-7}$	1,00 0,102	1,00 1,02	0,999 3,06	0,996 5,10
0,05	2	$3{,}01 \cdot 10^{-8}$	$1{,}17 \cdot 10^{-7}$	1,00 0,042	1,00 0,421	1,00 1,26	0,999 2,10
0,02	5	$4{,}80 \cdot 10^{-9}$	$4{,}14 \cdot 10^{-8}$	1,00 0,015	1,00 0,149	1,00 0,447	1,00 0,745
0,01	10	$1{,}20 \cdot 10^{-9}$	$2{,}00 \cdot 10^{-8}$	1,00 0,0072	1,00 0,072	1,00 0,216	1,00 0,360

Из табл. 2 видно, что для мелких частиц ($r \le 0{,}1$ мкм) гидродинамическое время релаксации частицы τ_0 сопоставимо со средним временем свободного пробега молекул в газе, что заведомо неверно. Чем мельче частица, тем в большей степени она увлекается газом в колебательное движение и тем меньше сдвиг фазы. Для частиц фиксированного размера с увеличением частоты колебаний газа коэффициент увлечения уменьшается, а сдвиг фазы увеличивается. Как показывает расчет, при низких частотах коэффициент увлечения слабо зависит от числа Kn, а в области инфразвука такая зависимость отсутствует. Чем больше частота звуковых колебаний, тем сильнее зависимость коэффициента обтекания от числа Kn.

Дрейф частиц

Как известно [1], направленное поступательное движение аэрозольных частиц (дрейф) относительно озвученного газа обусловлено рядом факторов: радиационным давлением звука на частицы, периодическим изменением вязкости колеблющегося газа, искажением формы звуковой волны, асимметрией колебательного движения в стоячей звуковой волне.

Радиационное давление есть среднее по времени значение давления звуковой волны непосредственно около препятствия, вычисленное с учетом взаимодействия между звуковым полем и невозмущенной средой. В бегущей волне сила радиационного давления направлена в сторону распространения волны, а в стоячей волне – от узла к пучности колебаний, где звуковое давление стремится к нулю. Выражение для этой силы получено в [5] и скорректировано с учетом колебательного движения частиц в [1] в случае бегущей и стоячей звуковых волн. Поскольку нас интересует поступательное движение частицы, будем полагать, что сила радиационного давления в каждый момент времени уравновешивается силой сопротивления газа, определяемой уравнением (2). Тогда скорость радиационного дрейфа частицы в поле бегущей и стоячей звуковых волн определится следующими выражениями:

$$V_R = \frac{11}{54\eta f}\left(\frac{\omega}{c}\right)^4 r^5 \mu_g^2 \bar{E}, \quad V_R = \frac{4}{9\eta f}\left(\frac{\omega}{c}\right) r^2 \mu_g^2 \bar{E} \sin 2kx,$$

$$\mu_g = \sqrt{1-\mu_p^2} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}; \quad \bar{E} = \frac{I}{c}, \qquad (8)$$

где $\bar{E}$ — плотность энергии в падающей волне; μ_g — коэффициент обтекания частицы; k — волновое число; x — координата центра аэрозольной частицы; I — интенсивность звуковой волны. Выражения (8) могут быть использованы либо при низких давлениях газа, либо для достаточно крупных частиц, когда диссипация энергии звуковой волны в пограничном слое невелика. Как показывают численные оценки, при нормальных условиях в случае циклической частоты $62{,}8\cdot 10^3$ с$^{-1}$ выражения (8) действительны для частиц радиусом $r > 700$ мкм в бегущей волне и $r > 25$ мкм в стоячей волне. Движение таких частиц хорошо описывается гидродинамической теорией. В нашем случае радиационным давлением звука можно пренебречь по сравнению с нижеперечисленными механизмами.

Адиабатические сжатия и разрежения газа в звуковом поле вызывают периодические изменения температуры и соответствующие изменения вязкости. В результате этого возникает сила, действующая на частицу в направлении источника звука в бегущей волне или узла колебаний в стоячей волне. Расчет возникающей силы проведен в работе [6].

Из условия равенства этой силы и силы сопротивления (2) получаем следующие выражения для скорости дрейфа в случае бегущей и стоячей звуковых волн:

$$V_\eta = \frac{\gamma-3}{2\rho_0 c_0 f}\mu_g^2 \bar{E}, \quad V_\eta = \frac{\gamma-3}{2\rho_0 c_0 f}\mu_g^2 \bar{E}\sin 2kx, \qquad (9)$$

где γ — показатель адиабаты; ρ_0 и c_0 — плотность газа и скорость звука при средней температуре T_0. В работе [6] предполагалось, что колебания температур частицы и газа происходят синхронно. Поэтому выражения (9) справедливы для частиц с высокой теплопроводностью.

В случае ангармонических звуковых колебаний газа взвешенные в нем частицы совершают несинусоидальные колебательные движения. При этом возникает некоторая сила, смещающая положение равновесия, относительно которого взвешенная в газе частица совершает колебания, т.е. имеет место дрейф этой частицы. Механизм возникновения дрейфовой силы для пилообразной формы звуковой волны детально обсуждается в [1]. В работе [6] звуковая волна представлена в виде суперпозиции гармонических колебаний и в приближении второй гармоники вычислена действующая на частицу сила. Приравнивая эту силу стоксовой силе сопротивления (2), получаем следующее выражение для скорости дрейфа:

$$V_h = -\frac{h_2 \sin\psi}{\pi\eta f} r \mu_g^2 \bar{E}, \qquad (10)$$

где h_2 — отношение амплитуды второй гармоники звуковой волны к амплитуде основной гармоники; ψ — сдвиг фазы второй гармоники. Видно, что направление этой силы совпадает с направлением распространения звуковой волны, если сдвиг фазы ψ отрицателен. Если $\psi > 0$, то сила направлена навстречу звуковой волне.

В стоячей звуковой волне амплитуды смещения и скорости газа синусоидально возрастают при удалении от узла колебаний. Это приводит к ускоренному движению газа при движении его в сторону пучности и замедлению при обратном движении. Взвешенная в газе частица, обладающая определенной инерцией, отстает от движения газа при прямом смещении и опережает при обратном смещении. В результате асимметрия колебательного движения газа приводит к возникновению силы, действующей на аэрозольную частицу. Используя выражение для этой силы, полученное в работе [7], для скорости дрейфа частицы имеем

$$V_a = \frac{k\mu_p r^2}{18\eta f}\left[\frac{9}{2}\left(b^2+b\right)\mu_g - \left(3+\frac{9}{2}b\right)\mu_p\right]\bar{E}\sin 2kx, \quad b = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}, \tag{11}$$

где ν — кинематическая вязкость газа.

Заметим, что выражения (8) – (11) отличаются от выражений для скоростей, приведенных в [1], не только наличием функции f, но и тем, что коэффициенты увлечения μ_p и обтекания μ_g зависят от числа Kn.

Результирующая скорость дрейфа частицы

$$V = V_\eta + V_h + V_a\,. \tag{12}$$

В табл. 3 приведены результаты расчета дрейфовой скорости частиц разных размеров в воздухе ($\eta = 1{,}85\cdot 10^{-5}$ Па·с, $\rho = 1{,}29$ кг/м^3) при атмосферном давлении $p = 10^5$ Па и циклической частоте $\omega = 62{,}8\cdot 10^3$ с$^{-1}$.

Видно, что составляющие дрейфовой скорости, связанные с колебаниями вязкости газа и искажением звуковой волны, быстро убывают с уменьшением размера частиц. Скорость дрейфа, обусловленная асимметрией колебательного движения, при фиксированном давлении газа сравнительно медленно изменяется при увеличении числа Kn. Результирующая скорость дрейфа при промежуточных числах Kn изменяет свой знак. Это означает, что в звуковом поле должно происходить разделение аэродисперсной системы на крупные и мелкие фракции. Разумеется, этот вывод требует экспериментальной проверки.

Таблица 3

Значения дрейфовой скорости частиц разных размеров в озвученной атмосфере ($\eta = 1{,}85\cdot 10^{-5}$ Па·с, $\rho = 1{,}29$ кг/м^3, $p = 10^5$ Па)

r, мкм	Kn	$\omega = 62{,}8\cdot 10^3$ с$^{-1}$; $I = 0{,}1$ Вт/см^2; $h_2 = 0.5$; $\psi = \pi/2$			
		$-V_\eta\cdot 10^3$, см/с	$-V_h\cdot 10$, см/с	$V_a\cdot 10^2$, см/с	V, см/с
10	0,01	559	260	6,63	–26,5
5	0,02	565	131	22,4	–13,4
2	0,05	535	50	111	–4,43
1	0,1	260	12	190	0,44
0,5	0,2	36,2	0,842	88,9	0,769
0,2	0,5	2,28	$2{,}12\cdot 10^{-2}$	23,4	0,230
0,1	1	0,423	$1{,}97\cdot 10^{-3}$	10,9	0,108
0,05	2	0,116	$2{,}70\cdot 10^{-4}$	6,75	0,0674
0,02	5	$3{,}22\cdot 10^{-2}$	$2{,}99\cdot 10^{-5}$	4,96	0,0496
0,01	10	$1{,}46\cdot 10^{-2}$	$6{,}80\cdot 10^{-6}$	4,56	0,0456

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-01-00049).

1. *Медников Е.П.* Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 263 с.
2. *Gucker F.T., Doyle G.J.* The amplitude of vibration of aerosol droplets in a sonic field // J. Phys. Chem. 1956. V. 60. № 7. P. 989–996.
3. *Фукс Н.А.* Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 351 с.
4. *Beresnev S.A., Chernyak V.G., Fomyagin G.A.* Motion of a spherical particle in rarefied gas // J. Fluid. Mech. 1990. V. 219. P. 405–422.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. *Westervelt P.J.* The theory of steady forces caused by sound waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1951. V. 23. № 3. P. 312–315.
7. *Духин С.С.* Теория дрейфа аэрозольной частицы в стоячей звуковой волне // Коллоид. ж. 1960. Т. 22. № 1. С. 128–130.

V.G. Chernyak, N.S. Kiselyova. **Motion of an aerosol particle in a sound field.**

The oscillating motion and drift of an aerosol particle in the sounded gas is studied at the arbitrary Knudsen numbers. The relaxation time, flow coefficient, phase shift of oscillations of the particle and the drift velocity depending on the Knudsen number and the frequency of the sound wave are calculated. It is shown that the drift velocity of aerosol particles can change its direction at the intermediate Knudsen numbers.