

В.Г. Гусев

## Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при двухэкспозиционной записи с помощью телескопической оптической системы Галилея квази-Фурье- и Фурье-голограмм

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 6.11.2007 г.

Анализируется чувствительность интерферометра к поперечному и продольному перемещению диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Показано, что интерференционные картины локализуются в плоскости голограммы и в Фурье-плоскости. Для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. Экспериментальные результаты соответствуют теоретическим предположениям.

В [1] показано, что в случаях контроля поперечного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности при двухэкспозиционной записи с помощью телескопической системы Кеплера голограммы сфокусированного изображения рассеивателя интерференционные картины локализуются в ее плоскости и в дальней зоне дифракции. При этом для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра линейно зависит от увеличения зрительной трубы и не зависит от знака радиуса кривизны фронта сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности на стадии записи голограммы. В свою очередь для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, чувствительность интерферометра зависит от фокусного расстояния объектива (или окуляра) зрительной трубы.

В случае контроля продольного перемещения рассеивателя для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра имеет квадратичную зависимость от увеличения зрительной трубы и не зависит от знака радиуса кривизны фронта сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности на стадии записи голограммы. В свою очередь для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, чувствительность интерферометра имеет квадратичную зависимость от фокусного расстояния объектива (или окуляра) зрительной трубы Кеплера. Кроме того, при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси как в плоскости голограммы, так и в Фурье-плоскости, отсутствует смещение центра системы концентрических интерференционных колец, характеризующих продольное перемещение рассеивателя.

В настоящей статье анализируются особенности образования интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, при двухэкспозиционной записи квази-Фурье- и Фурье-голограмм с использованием зрительной трубы Галилея с целью определения чувствительности интерферометра.

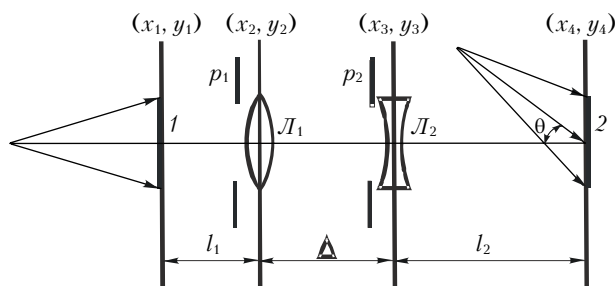


Рис. 1. Схема двухэкспозиционной записи голограммы: 1 – матовый экран; 2 – фотопластинка;  $L_1$  – положительная линза;  $L_2$  – отрицательная линза;  $p_1, p_2$  – апертурные диафрагмы

Согласно рис. 1 матовый экран 1, находящийся в плоскости  $(x_1, y_1)$ , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны  $R$ . Диффузно рассеянное им излучение, прошедшее оптическую систему зрительной трубы Галилея (положительная тонкая линза  $L_1$  – объектив, отрицательная тонкая линза  $L_2$  – окуляр), регистрируется с помощью внеосевой расходящейся сферической опорной волны радиусом кривизны  $r$  на фотопластинке 2, находящейся в плоскости  $(x_4, y_4)$ , за время первой экспозиции;  $\theta$  – угол, который составляет ось пространственно ограниченного опорного пучка с нормалью к плоскости фотопластинки. Перед повторным экспонированием осуществляется

перемещение матового экрана в плоскости его расположения, например в направлении оси  $x$  на величину  $\alpha$ .

В приближении Френеля с учетом пространственной ограниченности распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки запишем в виде

$$\begin{aligned}
u_1(x_4, y_4) \sim & \iiint \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\
& \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} p_1(x_2, y_2) \times \\
& \times \exp\left[-\frac{ik}{2f_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2\Delta}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} \times \\
& \times p_2(x_3, y_3) \exp\left[\frac{ik}{2f_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\
& \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 dx_3 dy_3,
\end{aligned} \quad (1)$$

где  $k$  — волновое число;  $t(x_1, y_1)$  — комплексная амплитуда пропускания рассеивателя, являющаяся случайной функцией координат;  $f_1$  — фокусное расстояние положительной линзы  $L_1$  с функцией зрачка  $p_1(x_2, y_2)$  [2];  $f_2$  — фокусное расстояние отрицательной линзы  $L_2$  с функцией зрачка  $p_2(x_3, y_3)$ ;  $\Delta = f_1 - f_2$  — длина зрительной трубы;  $l_1, l_2$  — соответственно расстояния между плоскостями  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  и  $(x_3, y_3)$ ,  $(x_4, y_4)$ ;  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  — главные плоскости линз  $L_1, L_2$ .

Как и в [3, 4], выражение (1) представим с помощью сверток функций, т.е.

$$\begin{aligned}
u_1(x_4, y_4) \sim & \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_1}{2l_1^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \right. \\
& \times \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_1L_2}{2l_2^2\Delta^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \times \right. \\
& \times \exp\left[\frac{ik(R+l_1)}{2Rl_1}(x_1^2 + y_1^2)\right] \exp\left[-\frac{ikL_2}{2l_1^2}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\
& \times \exp\left[-\frac{ikL_1L_2}{l_1l_2\Delta}(x_1x_4 + y_1y_4)\right] dx_1 dy_1 \otimes P_1(x_4, y_4) \left. \right\} \otimes \\
& \otimes P_2(x_4, y_4) \left. \right\}, \quad (2)
\end{aligned}$$

где  $\otimes$  — символ операции свертки;  $(1/L_1) = 1/\Delta + 1/f_2 + 1/l_2$ ;  $(1/L_2) = 1/l_1 - 1/f_1 + 1/\Delta - L_1/\Delta^2$  — введение обозначения для сокращения записи;  $P_1(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $p_1(x_2, y_2)$  с пространственными частотами  $L_1x_4/\lambda l_2\Delta$ ,  $L_1y_4/\lambda l_2\Delta$ ,  $\lambda$  — длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы;  $P_2(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $p_2(x_3, y_3)$  с пространственными частотами  $x_4/\lambda l_2$ ,  $y_4/\lambda l_2$ .

На основании [5] ширина функции  $P_1(x_4, y_4)$  порядка  $\lambda l_2\Delta/d_1L_1$ , где  $d_1$  — диаметр зрачка линзы  $L_1$  (см. рис. 1). Если в пределах области существования функции  $P_1(x_4, y_4)$  изменение фазы сферической волны с радиусом кривизны  $l_2^2\Delta^2/L_1^2L_2$  не превосходит  $\pi$ , то это условие будет выполняться в плоскости  $(x_4, y_4)$  для области диаметром  $D_1 \leq d_1l_2\Delta/L_1L_2$ . Тогда в (2) множитель  $\exp\left[-ikL_1^2L_2(x_4^2 + y_4^2)/2l_2^2\Delta^2\right]$  вынесем из-под знака интеграла свертки с функцией  $P_1(x_4, y_4)$  и получим

$$\begin{aligned}
u_1(x_4, y_4) \sim & \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\
& \times \left\{ \exp\left[-\frac{ik(L_1\Delta^2 + L_1^2L_2)}{2l_2^2\Delta^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \right. \\
& \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik(R+l_1)}{2Rl_1}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \right. \\
& \times \exp\left[-\frac{ikL_2}{2l_1^2}(x_1^2 + y_1^2)\right] \exp\left[-\frac{ikL_1L_2}{l_1l_2\Delta}(x_1x_4 + y_1y_4)\right] \times \\
& \times dx_1 dy_1 \otimes P_1(x_4, y_4) \left. \right\} \otimes P_2(x_4, y_4) \left. \right\}. \quad (3)
\end{aligned}$$

Так как ширина функции  $P_2(x_4, y_4)$  порядка  $\lambda l_2/d_2$ , где  $d_2$  — диаметр зрачка линзы  $L_2$ , то в пределах области существования функции  $P_2(x_4, y_4)$  изменение фазы сферической волны с радиусом кривизны  $l_2^2\Delta^2/(L_1\Delta^2 + L_1^2L_2)$  не превосходит  $\pi$  для области в плоскости  $(x_4, y_4)$  диаметром  $D_2 \leq d_2l_2\Delta^2/(L_1\Delta^2 + L_1^2L_2)$ . Тогда в (3) вынесем множитель  $\exp\left[-ik(L_1\Delta^2 + L_1^2L_2)(x_4^2 + y_4^2)/2l_2^2\Delta^2\right]$  из-под знака интеграла свертки с функцией  $P_2(x_4, y_4)$ . Кроме того, если  $d_1 = \mu d_2$ , где  $\mu = f_1/f_2$  — увеличение зрительной трубы Галилея, то с учетом того что  $L_1 = l_2\Delta/(\mu l_2 + \Delta)$ ,  $L_2 = l_1(\mu l_2 + \Delta)/\mu l$ , где  $l = l_2 + \Delta/\mu + l_1/\mu^2$ , распределение комплексной амплитуды поля в предметном канале в плоскости фотопластинки для области диаметром  $D \leq d_1l(\mu l_2 + \Delta)/(l_1l_2 + \mu l\Delta)$  принимает вид

$$\begin{aligned}
u_1(x_4, y_4) \sim & \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\
& \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2l(R+\mu^2l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\
& \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \left. \right\}, \quad (4)
\end{aligned}$$

где  $r = l$ ;  $F(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  с пространственными частотами  $x_4/\lambda\mu l$ ,  $y_4/\lambda\mu l$ ;  $P_1(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $p_1(x_2, y_2)$  с пространственными частотами  $x_4/\lambda(\mu l_2 + \Delta)$ ,  $y_4/\lambda(\mu l_2 + \Delta)$ .

Из (4) следует, что в плоскости фотопластинки 2 (см. рис. 1) в пределах вышеуказанной области формируется квази-Фурье-образ функции пропускания матового экрана  $l$ , каждая точка которого уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции  $P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4)$ . При этом на субъективное спекл-поле наложено распределение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны, равным  $l$ . В частном случае освещения рассеивателя когерентным излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны, равным  $\mu^2 l$ , распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  соответствует Фурье-образу функции  $t(x_1, y_1)$ .

В используемом приближении распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки определяется выражением

$$u_2(x_4, y_4) \sim \iiint \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1 + a, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} p_1(x_2, y_2) \times \\ \times \exp\left[-\frac{ik}{2f_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2\Delta}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} \times \\ \times p_2(x_3, y_3) \exp\left[\frac{ik}{2f_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 dx_3 dy_3, \quad (5)$$

которое на основании свойств преобразования Фурье и известного [3] тождества принимает следующую форму:

$$u_2(x_4, y_4) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[-\frac{ik(L_1\Delta^2 + L_1^2L_2)}{2l_2^2\Delta^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \exp\left(\frac{ikax_4}{\mu l}\right) \times \right. \\ \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp\left(-\frac{ikax_4}{\mu l}\right) \exp\left[-\frac{ikR}{2l(R + \mu^2l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\ \left. \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikax_4}{\mu l}\right) P_1(x_4, y_4) \right\} \otimes P_2(x_4, y_4) \right\}. \quad (6)$$

Так как

$$\exp\left[-ikR(x_4^2 + y_4^2)/2l(R + \mu^2l)\right] \otimes \\ \otimes \exp\left[ikR(x_4^2 + y_4^2)/2l(R + \mu^2l)\right] = \delta(x_4, y_4),$$

например [6], где  $\delta(x_4, y_4)$  — дельта-функция Дирака, то в результате интегрального представления в (6) операции свертки получим доказательство выполнения тождества:

$$\exp\left[\frac{ikR}{2l(R + \mu^2l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp\left(-\frac{ikax_4}{\mu l}\right) \times \\ \times \exp\left[-\frac{ikR}{2l(R + \mu^2l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp\left(-\frac{ikax_4}{\mu l}\right) P_1(x_4, y_4) = \\ = \exp\left[-\frac{ik(R + \mu^2l)a^2}{2\mu^2Rl}\right] \exp\left(-\frac{ikax_4}{\mu l}\right) \times \\ \times P_1\left[x_4 + \frac{a(R + \mu^2l)}{\mu R}, y_4\right]. \quad (7)$$

Тогда с учетом этого обстоятельства распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки в пределах ее вышеуказанной области принимает вид

$$u_2(x_4, y_4) \sim \exp\left[-\frac{ik(R + \mu^2l)a^2}{2\mu^2Rl}\right] \times \\ \times \exp\left(\frac{ikax_4}{\mu l}\right) \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\ \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2l(R + \mu^2l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp\left(-\frac{ikax_4}{\mu l}\right) \times \right. \\ \left. \times \left\{ P_1\left[x_4 + \frac{a(R + \mu^2l)}{\mu R}, y_4\right] \otimes P_2(x_4, y_4) \right\} \right\}. \quad (8)$$

Согласно (8) поперечное смещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности сопровождается изменением угла наклона субъективного спекл-поля на величину  $a/\mu l$  по отношению к спекл-полю первой экспозиции. Кроме того, имеет место однородное смещение составляющей субъективного спекла, обусловленной дифракцией плоской волны на зрачке объектива зрительной трубы Галилея на величину  $(R + \mu^2l)a/\mu R$ . При этом направление смещения зависит от знака радиуса кривизны  $R$ . Последнее следует из того, что для отрицательного значения  $R$ , равного по величине  $\mu^2l$ , в плоскости фотопластинки формируется Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$ . В этом случае отсутствует смещение вышеуказанной составляющей субъективного спекла. Однако при  $R < \mu^2l$  и  $R > \mu^2l$  имеет место смещение в противоположных направлениях. В свою очередь для положительного значения  $R$  направление смещения совпадает с направлением перемещения рассеивателя.

При условии выполнения двухэкспозиционной записи квази-Фурье- или Фурье-голограммы с использованием расходящейся сферической опорной волны с радиусом кривизны  $r = l$  на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, на основании (4), (8) определяется выражением

$$\begin{aligned}
\tau(x_4, y_4) &\sim \exp(-ikx_4 \sin\theta) \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \right. \\
&\otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \\
&\quad + \exp \left[ -\frac{ik(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 R l} a^2 \right] \exp \left( \frac{ikax_4}{\mu l} \right) \times \\
&\quad \times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes \right. \\
&\quad \left. \left. \otimes \exp \left( -\frac{ikax_4}{\mu l} \right) \left\{ P_1 \left( x_4 + \frac{(R + \mu^2 l)}{\mu R} a, y_4 \right) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\} \right\} \right\}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Пусть на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране  $p_0$  (рис. 2).

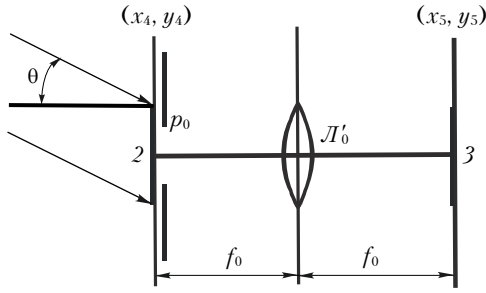


Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации интерферограммы;  $L'_0$  – положительная линза;  $p_0$  – пространственный фильтр

При этом в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $kax_4/\mu l$  не превосходит  $\pi$ . Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$\begin{aligned}
u(x_4, y_4) &\sim p_0(x_4, y_4) \times \\
&\times \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes \right. \\
&\otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \exp \left[ -\frac{ik(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 R l} a^2 \right] \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \right. \\
&\otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes \exp \left( -\frac{ikax_4}{\mu l} \right) \times \\
&\quad \left. \left. \left. \times \left\{ P_1 \left( x_4 + \frac{(R + \mu^2 l)}{\mu R} a, y_4 \right) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\} \right\} \right\}, \quad (10)
\end{aligned}$$

где  $p_0(x_4, y_4)$  – функция пропускания непрозрачного экрана с круглым отверстием [7].

На основании (10) с учетом четности функций  $p_1(x_2, y_2)$ ,  $p_2(x_3, y_3)$  распределение комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости линзы  $L'_0$  (см. рис. 2) с фокусным расстоянием  $f_0$  определяется выражением

$$\begin{aligned}
u(x_5, y_5) &\sim \left\{ p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\
&\times t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] + \\
&\quad + \exp \left[ \frac{ik(R + \mu^2 l)a^2}{2\mu^2 R l} \right] \exp \left[ \frac{ik(R + \mu^2 l)}{\mu R f_0} ax_5 \right] \times \\
&\quad \times p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta + \mu l_2}{\mu l} a, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \\
&\quad \times p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5 + \frac{l_2}{\mu l} a, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \times \\
&\quad \left. \times \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_5, y_5), \quad (11)
\end{aligned}$$

где  $P_0(x_5, y_5)$  – Фурье-образ функции  $p_0(x_4, y_4)$  с пространственными частотами  $x_5/\lambda f_0$ ,  $y_5/\lambda f_0$ .

Если в пределах перекрытия функций  $p_1[(\Delta + \mu l_2)x_5/f_0, (\Delta + \mu l_2)y_5/f_0]$ ,  $p_2[l_2x_5/f_0, l_2y_5/f_0]$ ,  $p_1[(\Delta + \mu l_2)x_5/f_0 + (\Delta + \mu l_2)a/\mu l, (\Delta + \mu l_2)y_5/f_0]$ ,  $p_2[l_2x_5/f_0 + l_2a/\mu l, l_2y_5/f_0]$ , где поле отлично от нуля, период изменения функции  $1 + \exp[ik(R + \mu^2 l)a^2/2\mu^2 R l] \times \exp[ik(R + \mu^2 l)ax_5/\mu R f_0]$  хотя бы на порядок [9] превышает ширину функции  $P_0(x_5, y_5)$ , которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2), то вынесем ее в (11) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости  $(x_5, y_5)$  с учетом малости величин  $(\Delta + \mu l_2)a/\mu l$ ,  $l_2a/\mu l$  принимает вид

$$\begin{aligned}
I(x_5, y_5) &\sim \left\{ 1 + \cos \left( \frac{k(R + \mu^2 l)a^2}{2\mu^2 R l} + \frac{k(R + \mu^2 l)}{\mu R f_0} ax_5 \right) \right\} \times \\
&\times \left| p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (12)
\end{aligned}$$

Из (12) следует, что для обеспечения дифракционной ограниченности поля зрительной трубой Галилея диаметр  $D_0$  освещенной области матового экрана  $l$  (см. рис. 1) должен удовлетворять условию  $D_0 \geq d_1 \mu l / (\Delta + \mu l_2)$ . Кроме того, в задней фокальной плоскости линзы  $L'_0$  (см. рис. 2), где формируется изображение рассеивателя, ограниченного диаметром изображения зрачка объектива зрительной трубы

(так как  $l_2 < (\Delta + \mu l_2)/\mu$ ), субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами, которые периодически изменяются на оси  $x$ .

Измерение периода интерференционных полос для известных величин  $\lambda, \mu, R, l, f_0$  обеспечивает возможность определения величины поперечного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской плоскости. Причем чувствительность интерферометра зависит как от величины, так и знака радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. Так, для положительной величины  $R$  период  $\Delta x_5 = \lambda \mu R f_0 / (R + \mu^2 l) a$  интерференционных полос уменьшается с уменьшением  $R$  из-за увеличения смещения в плоскости голограммы указанной выше составляющей субъективного спекла, соответствующего второй экспозиции.

В свою очередь при освещении матового экрана  $1$  (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной период интерференционных полос увеличивается с уменьшением величины  $R$  в интервале  $\mu^2 l \leq R \leq \infty$  вплоть до бесконечности, когда  $R = \mu^2 l$  и в плоскости голограммы формируется Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$ . В таком случае отсутствует смещение спеклов, соответствующих второй экспозиции. Дальнейшее уменьшение величины  $R$  приводит к увеличению чувствительности интерферометра при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, из-за возникновения и увеличения однородного смещения в плоскости голограммы составляющей субъективного спекла, обусловленной дифракцией плоской волны на зрачке объектива зрительной трубы Галилея. Из (12) также следует, что в Фурье-плоскости пространственная протяженность интерференционной картины  $s = d_1 f_0 / (\mu l_2 + \Delta)$ .

Рассмотрим на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости  $(x_5, y_5)$  (рис. 3) формирования изображения рассеивателя. Причем здесь и в дальнейшем для сокращения записи будем считать, что фокусные расстояния  $f_{01}, f_{02}$  линз  $L'_0, L''_0$  равны  $f_0$ , т.е. двухкомпонентная оптическая система положительных линз  $L'_0, L''_0$  строит в плоскости  $(x_6, y_6)$  изображение голограммы с единичным увеличением.

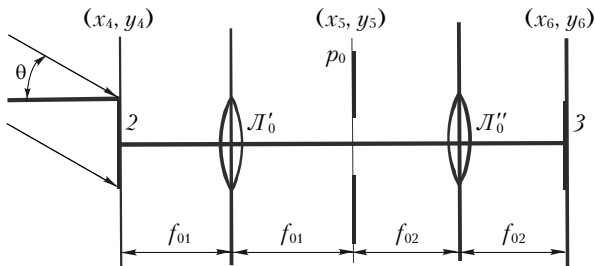


Рис. 3. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации интерферограммы;  $L'_0, L''_0$  – положительные линзы;  $p_0$  – пространственный фильтр

В этом случае на основании интегрального представления операции свертки распределение комплексной амплитуды поля на выходе голограммы запишем в виде

$$\begin{aligned}
 u(x_4, y_4) \sim & \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \times \\
 & \times \left\{ \exp \left[ \frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes t \left( \frac{\mu R}{R + \mu^2 l} x_4, \frac{\mu R}{R + \mu^2 l} y_4 \right) \right\} \otimes \\
 & \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \exp \left[ -\frac{ik(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 R l} a^2 \right] \times \\
 & \times \exp \left( \frac{ikax_4}{\mu l} \right) \left\{ \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \times \right. \\
 & \times \left. \left\{ \exp \left[ \frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes t \left( \frac{\mu R}{R + \mu^2 l} x_4, \frac{\mu R}{R + \mu^2 l} y_4 \right) \right\} \otimes \right. \\
 & \left. \left. \otimes \exp \left( -\frac{ikax_4}{\mu l} \right) \left\{ P_1 \left[ x_4 + \frac{R + \mu^2 l}{\mu R} a^2, y_4 \right] \otimes P_2(x_4, y_4) \right\} \right\} \right\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Тогда без учета пространственной ограниченности поля из-за конечных размеров голограммы и линзы  $L'_0$  (см. рис. 3) распределение его комплексной амплитуды в плоскости  $(x_5, y_5)$  определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u(x_5, y_5) \sim & p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \\
 & \times p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) \left\{ \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes \right. \\
 & \otimes F_1(x_5, y_5) \exp \left[ -\frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] + \\
 & + \exp \left[ \frac{ik(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 R l} a^2 \right] \exp \left[ \frac{ik(R + \mu^2 l)}{\mu R f_0} ax_5 \right] \times \\
 & \times p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta + \mu l_2}{\mu l} a, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5 + \frac{l_2}{\mu l} a, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) \times \\
 & \times \left\{ \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} \left[ \left( x_5 - \frac{f_0}{\mu l} a \right)^2 + y_5^2 \right] \right] \otimes \right. \\
 & \left. \left. \otimes F_1(x_5, y_5) \exp \left[ -\frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \right\}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

где  $F_1(x_5, y_5)$  – Фурье-образ функции  $t[\mu R \xi / (R + \mu^2 l), \mu R \eta / (R + \mu^2 l)]$  с пространственными частотами  $x_5 / \lambda f_0, y_5 / \lambda f_0$ .

Если в пределах диаметра фильтрующего отверстия пространственного фильтра  $p_0$  (см. рис. 3) изменение фазы  $[k(R + \mu^2 l) ax_5 / \mu R f_0] \leq \pi$ , то рас-

пределение комплексной амплитуды поля на его выходе принимает вид

$$u(x_5, y_5) \sim p_0(x_5, y_5) \left\{ \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes \right. \\ \otimes F_1(x_5, y_5) \exp \left[ -\frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] + \\ \left. + \exp \left[ \frac{ik(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 Rl} a^2 \right] \exp \left\{ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} \left[ \left( x_5 - \frac{f_0}{\mu} a \right)^2 + y_5^2 \right] \right\} \otimes \right. \\ \left. \otimes F_1(x_5, y_5) \exp \left[ -\frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\}, \quad (15)$$

где  $p_0(x_5, y_5)$  – функция пропускания пространственного фильтра.

Следовательно, в результате выполнения преобразования Фурье распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_6, y_6)$  (см. рис. 3) определяется выражением

$$u(x_6, y_6) \sim \left\{ \left[ 1 + \exp \left[ \frac{ik(R + \mu^2 l)a^2}{2\mu^2 Rl} \right] \exp \left( -\frac{ikax_6}{\mu l} \right) \right] \times \right. \\ \times \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \times \\ \left. \times \left\{ t \left( -\frac{\mu R}{R + \mu^2 l} x_6, -\frac{\mu R}{R + \mu^2 l} y_6 \right) \otimes \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \exp \left[ \frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \right\} \otimes P_0(x_6, y_6), \quad (16)$$

где  $P_0(x_6, y_6)$  – Фурье-образ функции  $p_0(x_5, y_5)$  с пространственными частотами  $x_6/\lambda f_0, y_6/\lambda f_0$ .

Если период изменения функции  $1 + \exp[ik(R + \mu^2 l)a^2/2\mu^2 Rl] \exp(-ikax_6/\mu l)$  хотя бы на порядок превышает ширину функции  $P_0(x_6, y_6)$ , которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации  $\mathcal{Z}$  (см. рис. 3), то вынесем ее в (16) из-под знака интеграла свертки. Кроме того, воспользуемся интегральным представлением операции свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости  $(x_6, y_6)$  принимает вид

$$I(x_6, y_6) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{k(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 Rl} a^2 - \frac{kax_6}{\mu l} \right] \right\} \times \\ \times \left| F(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \otimes \right. \\ \left. \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (17)$$

Согласно (17) при построении изображения голограммы с помощью оптической системы типа зрительной трубы Кеплера с проведением в частотной

плоскости пространственной фильтрации дифракционного поля образуется интерференционная картина в виде периодически чередующихся на оси  $x$  интерференционных полос, модулирующих субъективную спекл-структуру. При этом период  $\Delta x_6 = \lambda \mu l / a$  интерференционных полос не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы, и он уменьшается с уменьшением масштаба Фурье-образа в плоскости голограммы функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Кроме того, когда диаметр коллимированного пучка когерентного излучения, восстанавливающего голограмму, превышает величину  $D$  и эту величину превышает также диаметр линзы  $L_0$  (см. рис. 3), то пространственная протяженность регистрируемой интерференционной картины ограничивается областью существования в плоскости голограммы Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$  [8].

Необходимо отметить, что в случае регистрации интерференционной картины, локализующейся в плоскости формирования изображения рассеивателя, механизм ее образования обусловлен совмещением в Фурье-плоскости идентичных спеклов двух экспозиций. В свою очередь образование интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, обусловлено наличием в ней угла наклона субъективного спекла-поля, соответствующего второй экспозиции, по отношению к спекл-полю первой экспозиции.

Для анализа динамики поведения интерференционных полос, локализующихся в плоскости формирования изображения рассеивателя, рассмотрим проведение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы на рис. 2 вне оптической оси, т.е. центр фильтрующего отверстия имеет координаты  $x_{04}, 0$ . Будем считать, что размер субъективного спекла в плоскости голограммы много меньше диаметра фильтрующего отверстия, но при этом в пределах последнего угол наклона субъективного спекла, обусловленного дифракцией плоской волны, распространяющейся под углом  $x_{04}/\mu l$  к оптической оси, остается неизменным. Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра с учетом вышеприведенного условия ( $[kax_4/\mu l] \leq \pi$ ) определяется выражением

$$u(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \left\{ F(x_4 + x_{04}, y_4) \otimes \right. \\ \otimes \exp \left\{ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} \otimes \\ \otimes \exp \left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) P_1(x_4, y_4) \otimes \exp \left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) \times \\ \times P_2(x_4, y_4) + \exp \left[ -\frac{ik(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 Rl} a^2 \right] F(x_4 + x_{04}, y_{04}) \otimes \right.$$

$$\begin{aligned} & \otimes \exp \left\{ -\frac{ikR}{2l(R+\mu^2l)} \left[ (x_4+x_{04})^2 + y_4^2 \right] \right\} \otimes \\ & \otimes \exp \left( -\frac{ikax_{04}}{\mu l} \right) \exp \left( -\frac{ikax_{04}x_4}{\mu l} \right) \times \\ & \times P_1 \left( x_4 + \frac{R+\mu^2l}{\mu R} a, y_4 \right) \otimes \exp \left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) P_2(x_4, y_4) \}. \quad (18) \end{aligned}$$

В результате выполнения Фурье-преобразования распределение комплексной амплитуды поля в заданной фокальной плоскости  $(x_5, y_5)$  линзы  $L'_0$  (см. рис. 2) принимает вид

$$\begin{aligned} u(x_5, y_5) \sim & \left\{ p_1 \left( \frac{\Delta+\mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta+\mu l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{\Delta+\mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\ & \times p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5 + \frac{l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) + \\ & + p_1 \left( \frac{\Delta+\mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta+\mu l_2}{\mu l} (x_{04}+a), \frac{\Delta+\mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \\ & \times p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5 + \frac{l_2}{\mu l} (x_{04}+a), \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) \exp \left[ \frac{ik(R+\mu^2l)}{2\mu^2Rl} a^2 \right] \times \\ & \times \exp \left[ \frac{ik(R+\mu^2l)}{\mu R f_0} ax_5 - \frac{k}{\mu l} ax_{04} + \frac{k(R+\mu^2l)}{\mu^2Rl} ax_{04} \right] \times \\ & \times t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \exp \left[ \frac{ikl(R+\mu^2l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \times \\ & \left. \times \exp \left( \frac{i2kx_{04}x_5}{f_0} \right) \otimes P_0(x_5, y_5) \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Тогда с учетом малости величин  $(\Delta+\mu l_2)a/\mu l$ ,  $l_2a/\mu l$  по сравнению с  $(\Delta+\mu l_2)x_{04}/\mu l$ ,  $l_2x_{04}/\mu l$  распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) определяется выражением

$$\begin{aligned} I(x_5, y_5) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{k(R+\mu^2l)a^2}{2\mu^2Rl} + \frac{k(R+\mu^2l)}{\mu R f_0} ax_5 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{k}{\mu l} ax_{04} + \frac{k(R+\mu^2l)}{\mu^2Rl} ax_{04} \right] \right\} \times \\ & \times \left| p_1 \left( \frac{\Delta+\mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta+\mu l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{\Delta+\mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\ & \times p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5 + \frac{l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \times \\ & \times \exp \left[ \frac{ikl(R+\mu^2l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \times \\ & \left. \times \exp \left( \frac{i2kx_{04}x_5}{f_0} \right) \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (20) \end{aligned}$$

Из (20) следует, что при смещении на оси  $x$  фильтрующего отверстия происходит с учетом вышеприведенного неравенства, т.е.  $l_2 < (\Delta+\mu l_2)/\mu$ , смещение изображения зрачка объектива зрительной трубы Галилея относительно неподвижного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Кроме того, смещаются интерференционные полосы. При этом в процессе изменения  $x_{04}$  изменяется фаза интерференционной картины на  $\pi$ , когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, от минимума интерференционной полосы, локализуемой в плоскости голограммы, до ее максимального значения («живые» интерференционные полосы).

В свою очередь, когда на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в плоскости формирования изображения рассеивателя вне оптической оси, например в точке с координатами  $x_{05}, 0$ , и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $[k(R+\mu^2l)ax_5/\mu Rl] \leq \pi$ , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$\begin{aligned} u(x_5, y_5) \sim & p_0(x_5, y_5) \left\{ \exp \left[ \frac{ikl(R+\mu^2l)}{2Rf_0^2} \left[ (x_5+x_{05})^2 + y_5^2 \right] \right] \otimes \right. \\ & \otimes F_1(x_5+x_{05}, y_5) \exp \left\{ -\frac{ikl(R+\mu^2l)}{2Rf_0^2} \left[ (x_5+x_{05})^2 + y_5^2 \right] \right\} + \\ & + \exp \left[ \frac{ik(R+\mu^2l)}{2\mu^2Rl} a^2 \right] \exp \left[ \frac{ik(R+\mu^2l)}{\mu R f_0} ax_{05} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ \frac{ikl(R+\mu^2l)}{2Rf_0^2} \left[ \left( x_5+x_{05} - \frac{f_0}{\mu l} a \right)^2 + y_5^2 \right] \right\} \otimes \\ & \left. \otimes F_1(x_5+x_{05}, y_5) \exp \left\{ -\frac{ikl(R+\mu^2l)}{2Rf_0^2} \left[ (x_5+x_{05})^2 + y_5^2 \right] \right\} \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

В результате выполнения Фурье-преобразования распределение комплексной амплитуды поля в заданной фокальной плоскости линзы  $L''_0$  (см. рис. 3) определяется выражением

$$\begin{aligned} u(x_6, y_6) \sim & \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{ik(R+\mu^2l)}{2\mu^2Rl} a^2 \right] \times \right. \\ & \times \exp \left[ \frac{ik(R+\mu^2l)}{\mu R f_0} ax_{05} \right] \exp \left( -\frac{ikax_6}{\mu l} \right) \exp \left( \frac{i2kx_{05}x_6}{f_0} \right) \times \\ & \times \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R+\mu^2l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \left\{ t \left( -\frac{\mu R}{R+\mu^2l} x_6, -\frac{\mu R}{R+\mu^2l} y_6 \right) \otimes \right. \\ & \left. \otimes \exp \left[ \frac{ikR}{2l(R+\mu^2l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_6, y_6), \quad (22) \end{aligned}$$

на основании которого после выполнения интегрального представления операции свертки распределение освещенности в плоскости регистрации  $\mathcal{Z}$  (см. рис. 3) принимает вид

$$I(x_6, y_6) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{k(R + \mu^2 l)}{2\mu^2 R l} a^2 - \frac{k a x_6}{\mu l} + \frac{k(R + \mu^2 l)}{\mu R f_0} a x_{05} \right] \right\} \times \left\{ F(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{i k R}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \times \exp \left( \frac{i 2 k x_{05} x_6}{f_0} \right) \otimes P_0(x_6, y_6) \Big|^2. \quad (23)$$

Из (23) следует, что при смещении на оси  $x$  фильтрующего отверстия смещаются относительно неподвижного изображения голограммы интерференционные полосы. При этом в процессе изменения  $x_{05}$  изменяется фаза интерференционной картины на  $\pi$ , когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, от минимума интерференционной полосы, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, до ее максимального значения («живые» полосы). Кроме того, в случае двухэкспозиционной записи голограммы Фурье в ее плоскости на стадии восстановления образуются «замороженные» интерференционные полосы из-за отсутствия смещения субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

Сравнение рассматриваемого голографического интерферометра для контроля поперечного перемещения рассеивателя с голографическим интерферометром, в котором используется зрительная труба Кеплера [1], показывает, что интерференционные картины также локализуются в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в Фурье-плоскости. Причем идентична динамика поведения интерференционных полос при регистрации интерференционных картин с выполнением пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях их локализации вне оптической оси. Но при этом в интерферометре, использующем зрительную трубу Галилея, интерференционная картина, локализуемая в плоскости формирования изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, образуется в Фурье-плоскости, и для нее характерна нелинейная зависимость чувствительности интерферометра от увеличения зрительной трубы при  $R \neq \infty$ , а также зависимость от знака радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя. В свою очередь для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра зависит от масштаба в плоскости голограммы Фурье-образа функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения рассеивателя.

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы записывались на фотопластинках типа Микрат ВРЛ с помощью излучения He-Ne-лазера на длине волны 0,6328 мкм. Методика экспериментальных исследований заключалась в сравнении результатов записи голограмм с использованием зрительной трубы Галилея с параметрами:  $f_1 = 250$  мм,  $f_2 = 120$  мм,  $d_1 = 31$  мм,  $d_2 = 15$  мм. При этом для фиксированных величин: поперечного перемещения  $a = (0,025 \pm 0,002)$  мм рассеивателя, расстояний  $l_1 = 200$  мм,  $l_2 = 150$  мм, радиуса кривизны сферического расходящегося пространственно ограниченного опорного пучка  $r = 258,5$  мм, составляющего угол  $\theta = 12^\circ$ , различные значения радиусов кривизны сферического волнового фронта излучения, используемого для освещения матового экрана, выбирались в пределах  $300 \text{ мм} \leq |R| \leq \infty$ . Диаметр освещенной области рассеивателя составлял 40 мм.

В качестве примера на рис. 4 представлены интерференционные картины, локализуемые в Фурье-плоскости, где формируется изображение матового экрана. Интерференционные картины регистрировались в фокальной плоскости объектива с фокальным расстоянием  $f_0 = 135$  мм при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным ( $\approx 2$  мм) лазерным пучком.

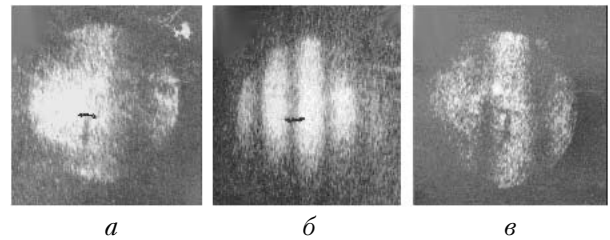


Рис. 4. Интерференционные картины, локализуемые в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение: *a* — освещение рассеивателя коллимированным пучком, *b* — излучением с расходящейся сферической волной, *v* — со сходящейся

На стадии записи голограммы рассеиватель освещался коллимированным пучком (рис. 4, *a*), излучением с расходящейся сферической волной с  $R = 500$  мм (рис. 4, *b*) и со сходящейся сферической волной с  $R = 400$  мм (рис. 4, *v*). Метка в виде буквы «Г» была предварительно нанесена на матовый экран. При этом в фокальной плоскости объектива  $L_0$  (см. рис. 2) пространственная протяженность интерференционных картин составляла  $s = 9,6$  мм, что соответствует расчетной величине.

Локализуемая в плоскости голограммы интерференционная картина представлена на рис. 5, *a*. Ее регистрация выполнялась при восстановлении голограммы (см. рис. 3) коллимированным пучком диаметром 50 мм с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля в фокальной плоскости линзы  $L_0$  диаметром 60 мм с фокусным расстоянием, равным 500 мм. При этом пространственная протяженность интерференционной картины составляла 43 мм, что соответствовало расчетной величине  $D$  с учетом коэффициента 1,22. Кроме того,



в случае записи голограммы Фурье отсутствовала необходимость в выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в частотной плоскости двухкомпонентной оптической системы на рис. 3.

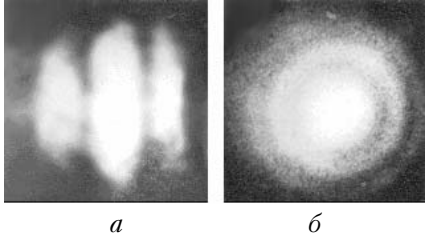


Рис. 5. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости голограммы и характеризующие: *a* – поперечное перемещение рассеивателя, *b* – продольное перемещение

Для известных величин  $\lambda$ ,  $a$ ,  $\mu$ ,  $l$ ,  $R$ ,  $f_0$  рассчитывались периоды интерференционных полос, локализующихся как в Фурье-плоскости, так и в плоскости голограммы, и сравнивались с результатами их измерений. С точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте, имеет место их соответствие.

Пусть теперь перед повторным экспонированием фотопластинки 2 (см. рис. 1) матовый экран 1 оказывается смещенным по оси  $z$  на величину  $\Delta l \ll l_1, R$ . Тогда в используемом приближении распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u_2'(x_4, y_4) \sim & \exp(ik\Delta l) \iiint \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \times \\
 & \times \exp\left[\frac{ik}{2(R-\Delta l)}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\
 & \times \exp\left\{\frac{ik}{2(l_1 + \Delta l)}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} p_1(x_2, y_2) \times \\
 & \times \exp\left[-\frac{ik}{2f_1}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2\Delta}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} \times \\
 & \times p_2(x_3, y_3) \exp\left[\frac{ik}{2f_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\
 & \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 dx_3 dy_3,
 \end{aligned} \quad (24)$$

которое при выполнении известных в Фурье-оптике преобразований принимает следующую форму:

$$\begin{aligned}
 u_2(x_4, y_4) \sim & \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\
 & \times \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_1}{2l_2^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_1^2 L_2'}{2l_2^2 \Delta^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \right. \right. \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik(R+l_1)}{2(R-\Delta l)(l_1 + \Delta l)}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp\left[-\frac{ikL_2'}{(l_1 + \Delta l)^2}(x_1^2 + y_1^2)\right] \exp\left[-\frac{ikL_1 L_2'}{(l_1 + \Delta l)l_2 \Delta}(x_1 x_4 + y_1 y_4)\right] \times \\
 & \times dx_1 dy_1 \otimes P_1(x_4, y_4) \left. \right\} \otimes P_2(x_4, y_4), \quad (25)
 \end{aligned}$$

где  $(1/L_2') = 1/(l_1 + \Delta l) - 1/f_1 + 1/\Delta - L_1/\Delta^2$  – введенное обозначение для сокращения записи.

Так как  $L_1 = l_2 \Delta / (\Delta + \mu l_2)$ , а  $L_2' = (l_1 + \Delta l)(\Delta + \mu l_2) / \mu(l_1 + \Delta l/\mu^2)$ , то в результате выполнения необходимых в (25) вычислений с учетом положений, приведенных при выводе выражения (4), распределение комплексной амплитуды поля  $u_2'(x_4, y_4)$  в пределах вышеуказанной области в плоскости фотопластинки диаметром  $D$  принимает вид

$$\begin{aligned}
 u_2'(x_4, y_4) \sim & \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \\
 & \times \exp\left[-\frac{ik\Delta l}{2\mu^2 l^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left\{ F'(x_4, y_4) \otimes \right. \\
 & \otimes \exp\left[-\frac{ik(R-\Delta l)(\mu^2 l + \Delta l)}{2(R + \mu^2 l)\mu^2 l^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \\
 & \left. \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\}, \quad (26)
 \end{aligned}$$

где  $F'(x_4, y_4)$  – Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  с пространственными частотами  $x_4/\lambda\mu l (1 + \Delta l/\mu^2 l)$ ,  $y_4/\lambda\mu l (1 + \Delta l/\mu^2 l)$ .

При условии выполнения двухэкспозиционной записи голограммы квази-Фурье или Фурье с использованием расходящейся сферической опорной волны с радиусом кривизны  $r = l$  на линейной участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, на основании (4), (26) определяется выражением

$$\begin{aligned}
 \tau'(x_4, y_4) \sim & \exp(-ikx_4 \sin \theta) \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \right. \\
 & \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \\
 & + \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ik\Delta l}{2\mu^2 l^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \left\{ F'(x_4, y_4) \otimes \right. \\
 & \otimes \exp\left[-\frac{ik(R-\Delta l)(\mu^2 l + \Delta l)}{2(R + \mu^2 l)\mu^2 l^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \\
 & \left. \left. \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\} \right\}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

Из (27) следует, что в плоскости голограммы, с одной стороны, из-за разницы в масштабах Фурье-образов  $F(x_4, y_4)$ ,  $F'(x_4, y_4)$  имеет место неоднородное (изменяющееся по радиусу от оптической оси) смещение субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, относительно идентичных [10] спеклов первой экспозиции. Причем это смещение не зависит от радиуса  $R$  кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. С другой стороны, экспоненциальный множитель  $\exp\left[\frac{-ik\Delta l(x_4^2 + y_4^2)}{2\mu^2 l^2}\right]$  указывает на наличие изменяю-

щегося по радиусу от оптической оси угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, который также не зависит от  $R$ . При этом ориентационный характер субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, таков, что имеет место дополнительное изменение по радиусу от оптической оси угла наклона, которое обусловлено в (27) множителем  $\exp\left[-\frac{ik(R - \Delta l)(\mu^2 l + \Delta l)}{2(R + \mu^2 l)\mu^2 l^2}(x_4^2 + y_4^2)\right]$ ,

находящегося под знаком интеграла свертки. Причем последнее изменение угла наклона зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя.

Положим, что на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы, характеризующей продольное перемещение рассеивателя, в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля (см. рис. 2). При этом будем считать одинаковыми Фурье-образы  $F(x_4, y_4)$ ,  $F'(x_4, y_4)$  функции  $t(x_1, y_1)$  в пределах диаметра  $d_\phi$  фильтрующего отверстия, который в таком случае должен удовлетворять условию  $d_\phi \leq \lambda\mu^2 l(\Delta + \mu l_2)/d_l \Delta l$ . Кроме того, если в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $k\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/2\mu^2 l^2$  не превосходит  $\pi$ , то на выходе пространственного фильтра  $p_0$  (см. рис. 2) распределение комплексной амплитуды поля принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \exp(ik\Delta l) \left\{ F(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ik(R - \Delta l)(\mu^2 l + \Delta l)}{2(R + \mu^2 l)\mu^2 l^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\} \right\}, \quad (28)$$

на основании которого в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) распределение комплексной амплитуды поля в результате выполнения преобразования Фурье определяется выражением

$$u'(x_5, y_5) \sim \left\{ \left[ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ik(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right] \times p_1\left(\frac{\Delta + \mu l_2}{f_0}x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0}y_5\right) \times p_2\left(\frac{l_2}{f_0}x_5, \frac{l_2}{f_0}y_5\right) t\left(-\frac{\mu l}{f_0}x_5, -\frac{\mu l}{f_0}y_5\right) \times \exp\left[\frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right\} \otimes P_0(x_5, y_5). \quad (29)$$

Если период изменения функции  $1 + \exp(ik\Delta l) \times \exp\left[\frac{ik(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2}(x_5^2 + y_5^2)\right]$  хотя бы на порядок превосходит ширину функции  $P_0(x_5, y_5)$ , то вынесем ее в (29) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости  $(x_5, y_5)$  с учетом неравенства  $l_2 < (\Delta + \mu l_2)/\mu$  принимает вид

$$I'(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l + \frac{k(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right\} \times \left| p_1\left(\frac{\Delta + \mu l_2}{f_0}x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0}y_5\right) t\left(-\frac{\mu l}{f_0}x_5, -\frac{\mu l}{f_0}y_5\right) \times \exp\left[\frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (30)$$

Согласно (30) в плоскости формирования изображения рассеивателя, ограниченного изображением зрачка объектива зрительной трубы Галилея, субъективная спекл-структура промодулирована полосою равного наклона — системой concentрических интерференционных колец. Измерение их радиусов  $r_1, r_2$  в соседних порядках интерференции обеспечивает возможность определения продольного  $\Delta l = 2\lambda\mu^2 R^2 f_0^2 / (R^2 - \mu^4 l^2)(r_2^2 - r_1^2)$  перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности для известных величин  $\lambda, \mu, R, l, f_0$ . При этом чувствительность интерферометра зависит от величины радиуса кривизны  $R$  сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. Так, с уменьшением  $|R|$  в пределах  $\mu^2 l \leq |R| \leq \infty$  чувствительность интерферометра уменьшается вплоть до нуля, когда  $|R| = \mu^2 l$ . В этом случае отсутствует в (26) изменение по радиусу от оптической оси дополнительного угла наклона в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции. Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны сферической волны приводит к увеличению

чувствительности интерферометра при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, из-за возникновения и увеличения изменяющегося по радиусу от оптической оси угла наклона в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

Рассмотрим на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы, характеризующей продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости  $(x_5, y_5)$  (см. рис. 3) формирования изображения рассеивателя. В этом случае без учета пространственной ограниченности поля из-за конечных размеров голограммы и линзы  $L'_0$  (см. рис. 3) распределение его комплексной амплитуды в вышеуказанной плоскости определяется выражением

$$\begin{aligned}
u'(x_5, y_5) \sim & p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) \times \\
& \times t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] + \\
& + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ \frac{ik\mu^2 l^2}{2f_0^2 \Delta l} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes \\
& \otimes \left\{ p_1 \left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) p_2 \left( \frac{l_2}{f_0} x_5, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\
& \times t \left[ -\frac{\mu l}{f_0} \left( 1 + \frac{\Delta l}{\mu^2 l} \right) x_5, -\frac{\mu l}{f_0} \left( 1 + \frac{\Delta l}{\mu^2 l} \right) y_5 \right] \times \\
& \times \exp \left[ \frac{ik(R^2 - \mu^4 l^2) \Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \times \\
& \left. \times \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l) \Delta l}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\}. \quad (31)
\end{aligned}$$

Так как в (31) функция  $\exp \left[ \frac{ik\mu^2 l^2}{2f_0^2 \Delta l} (x_5^2 + y_5^2) \right] / \delta(x_5, y_5)$ , то положим, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия пространственного фильтра  $p_0$  (см. рис. 3) изменение фазы  $\left[ k(R^2 - \mu^4 l^2) \times \Delta l (x_5^2 + y_5^2) / 2\mu^2 R^2 f_0^2 \right] \leq \pi$ . Кроме того, диаметр  $d_\phi$  фильтрующего отверстия удовлетворяет условию  $d_\phi \leq \lambda \mu^2 l (\Delta + \mu l_2) / d_1 \Delta l$ , если  $f_0 = \mu l$ , а когда  $f_0 \neq \mu l$ , то необходимо учитывать коэффициент  $f_0 / \mu l$ . Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$\begin{aligned}
u'(x_5, y_5) \sim & p_0(x_5, y_5) \left\{ t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\
& \times \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] + \exp(ik\Delta l) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp \left[ \frac{ik\mu^2 l^2}{2f_0^2 \Delta l} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes t \left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \times \\
& \times \exp \left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \left. \right\}, \quad (32)
\end{aligned}$$

на основании которого в результате выполнения преобразования Фурье распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_6, y_6)$  (см. рис. 3) определяется выражением

$$\begin{aligned}
u'(x_6, y_6) \sim & \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ -\frac{ik\Delta l}{2\mu^2 l^2} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \times \\
& \times \left\{ F(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \otimes \\
& \otimes P_0(x_6, y_6). \quad (33)
\end{aligned}$$

Если период изменения функции  $1 + \exp(ik\Delta l) \times \exp \left[ -\frac{ik\Delta l}{2\mu^2 l^2} (x_6^2 + y_6^2) \right]$  хотя бы на порядок превышает ширину функции  $P_0(x_6, y_6)$ , которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации  $\mathcal{Z}$  (см. рис. 3), то вынесем ее в (33) из-под знака интеграла свертки. Тогда распределение освещенности в плоскости  $(x_6, y_6)$  принимает вид

$$\begin{aligned}
I'(x_6, y_6) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2\mu^2 l^2} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \times \\
& \times \left| F(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \otimes \right. \\
& \left. \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (34)
\end{aligned}$$

Согласно (34) в плоскости построения изображения голограммы субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических интерференционных колец. Измерение их радиусов в соседних порядках интерференции обеспечивает возможность определения продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности для известных величин  $\lambda, \mu, l$ . При этом чувствительность интерферометра зависит от масштаба в плоскости фотопластины 2 (см. рис. 1) Фурье-образа функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, и она увеличивается с уменьшением его величины. Кроме того, когда диаметр коллимированного пучка когерентного излучения, восстанавливающего голограмму, превышает величину  $D$  и эту величину превышает также диаметр линзы  $L'_0$  (см. рис. 3), то пространственная протяженность регистрируемой интерференционной картины ограничивается областью

существования в плоскости голограммы Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$ .

Необходимо отметить, что в случае регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы и характеризующей продольное перемещение рассеивателя, механизм ее образования обусловлен наличием в плоскости голограммы угла наклона, который изменяется по радиусу от оптической оси и не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя, у субъективного спекл-поля, соответствующего второй экспозиции по отношению к полю первой экспозиции. В свою очередь ориентационный характер субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, связанный с дополнительным изменением угла наклона, который зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя, обуславливает локализацию интерференционной картины в плоскости формирования изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности.

Для анализа динамики поведения интерференционных полос, локализуемых в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующих его продольное перемещение, рассмотрим проведение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы на рис. 2 вне оптической оси, т.е. центр фильтрующего отверстия имеет координаты  $x_{04}, 0$ . Будем считать, как и в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя, что размер субъективного спекла в плоскости голограммы много меньше диаметра фильтрующего отверстия, но при этом в пределах последнего угол наклона субъективного спекла, обусловленного дифракцией плоской волны, распространяющейся под углом  $x_{04}/\mu l$  к оптической оси, остается неизменным. Кроме того, в пределах диаметра фильтрующего отверстия, удовлетворяющего условию  $d_{\Phi} \leq \lambda \mu^2 l (\Delta + \mu l_2) / d_1 \Delta l$ , изменение фазы  $[k\Delta l (x_4^2 + y_4^2) / 2\mu^2 l^2] \leq \pi$ . Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$\begin{aligned} u'(x_4, y_4) &\sim p_0(x_4, y_4) \left\{ F(x_4 + x_{04}, y_4) \otimes \right. \\ &\otimes \exp\left\{ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} \otimes \\ &\otimes \exp\left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) P_1(x_4, y_4) \otimes \exp\left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) P_2(x_4, y_4) + \\ &+ \exp(ik\Delta l) \exp\left( -\frac{ik\Delta l x_{04}^2}{2\mu^2 l^2} \right) \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left( \frac{ik\Delta l x_1 x_{04}}{\mu^3 l^2} \right) \times \right. \\ &\times \exp\left\{ -\frac{ik[x_1(x_4 + x_{04}) + y_1 y_4]}{\mu l} \right\} dx_1 dy_1 \otimes \\ &\left. \otimes \exp\left\{ -\frac{ik(R - \Delta l)(\mu^2 l + \Delta l)}{2(R + \mu^2 l)\mu^2 l^2} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} \otimes \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\otimes \exp\left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) P_1(x_4, y_4) \otimes \\ &\left. \otimes \exp\left( -\frac{ikx_{04}x_4}{\mu l} \right) P_2(x_4, y_4) \right\}. \quad (35) \end{aligned}$$

В результате выполнения преобразования Фурье распределение комплексной амплитуды поля в заданной фокальной плоскости линзы  $L_0$  (см. рис. 2) принимает вид

$$\begin{aligned} u'(x_5, y_5) &\sim \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp\left( -\frac{ik\Delta l x_{04}^2}{2\mu^2 l^2} \right) \times \right. \\ &\times \exp\left( -\frac{ik\Delta l}{\mu^2 l f_0} x_{04} x_5 \right) \exp\left[ \frac{ik(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \left. \right\} \times \\ &\times p_1\left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta + \mu l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \\ &\times p_2\left( \frac{l_2}{f_0} x_5 + \frac{l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{l_2}{f_0} y_5 \right) t\left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \times \\ &\times \exp\left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \exp\left( \frac{i2kx_{04}x_5}{f_0} \right) \otimes P_0(x_5, y_5), \quad (36) \end{aligned}$$

на основании которого распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) с учетом неравенства  $l_2 < (\Delta + \mu l_2)/\mu$  определяется выражением

$$\begin{aligned} I'(x_5, y_5) &\sim \left\{ 1 + \cos\left[ k\Delta l + \frac{k(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2} (x_5^2 + y_5^2) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{k\Delta l}{\mu^2 l f_0} x_{04} x_5 - \frac{k\Delta l}{2\mu^2 l^2} x_{04}^2 \right] \right\} \times \\ &\times \left| p_1\left( \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} x_5 + \frac{\Delta + \mu l_2}{\mu l} x_{04}, \frac{\Delta + \mu l_2}{f_0} y_5 \right) \times \right. \\ &\times t\left( -\frac{\mu l}{f_0} x_5, -\frac{\mu l}{f_0} y_5 \right) \exp\left[ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \times \\ &\left. \times \exp\left( \frac{i2kx_{04}x_5}{f_0} \right) \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (37) \end{aligned}$$

Из (37) следует, что при смещении на оси  $x$  фильтрующего отверстия происходит смещение изображения зрачка объектива зрительной трубы Галлея относительно неподвижного изображения рассеивателя. Кроме того, из-за неоднородного смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, смещаются интерференционные полосы (параллакс интерференционных полос). При этом в процессе изменения  $x_{04}$  изменяется фаза интерференционной картины, когда центр фильтрующего отверстия перемещается,

например, от минимума интерференционной полосы, локализуемой в плоскости голограммы, до ее максимального значения («живые» интерференционные полосы).

В свою очередь, когда на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в плоскости формирования изображения рассеивателя вне оптической оси на рис. 3, например в точке с координатами  $x_{05}, 0$ , и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $[k(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l(x_5^2 + y_5^2)/2\mu^2 R^2 f_0^2] \leq \pi$ , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u'(x_5, y_5) &\sim p_0(x_5, y_5) \left\{ t \left[ -\frac{\mu l}{f_0}(x_5 + x_{05}), -\frac{\mu l}{f_0}y_5 \right] \times \right. \\
 &\times \exp \left\{ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} [(x_5 + x_{05})^2 + y_5^2] \right\} + \exp(ik\Delta l) \times \\
 &\times \exp \left[ \frac{ik(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l x_{05}^2}{2\mu^2 R^2 f_0^2} \right] \exp \left[ \frac{ik\mu^2 l^2}{2f_0^2 \Delta l} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes \\
 &\otimes t \left[ -\frac{\mu l}{f_0} \left( 1 + \frac{\Delta l}{\mu^2 l} \right) (x_5 + x_{05}), -\frac{\mu l}{f_0} \left( 1 + \frac{\Delta l}{\mu^2 l} \right) y_5 \right] \times \\
 &\times \exp \left\{ \frac{ikl(R + \mu^2 l)}{2Rf_0^2} [(x_5 + x_{05})^2 + y_5^2] \right\} \left. \right\}. \quad (38)
 \end{aligned}$$

Если диаметр фильтрующего отверстия удовлетворяет условию  $d_\phi \leq \lambda \mu^2 l (\Delta + \mu l_2) / d_1 \Delta l$  (положим, что  $f_0 = \mu l$ ), то в (38)

$$\begin{aligned}
 t \left[ -\frac{\mu l}{f_0} \left( 1 + \frac{\Delta l}{\mu^2 l} \right) (x_5 + x_{05}), -\frac{\mu l}{f_0} \left( 1 + \frac{\Delta l}{\mu^2 l} \right) y_5 \right] &= \\
 = t \left[ -\frac{\mu l(x_5 + x_{05})}{f_0}, -\frac{\mu l y_5}{f_0} \right] &
 \end{aligned}$$

и субъективные спеклы двух экспозиций на выходе пространственного фильтра будут идентичными. Тогда распределение комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости линзы  $L''_0$  (см. рис. 3) принимает вид

$$\begin{aligned}
 u'(x_6, y_6) &\sim \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[ \frac{ik(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l x_{05}^2}{2\mu^2 R^2 f_0^2} \right] \times \right. \\
 &\times \exp \left[ -\frac{ik\Delta l}{2\mu^2 l^2} (x_6^2 + y_6^2) \right] \left. \right\} \exp \left( -\frac{ik\Delta l}{\mu^2 l f_0} x_{05} x_6 \right) \times \\
 &\times \left\{ F(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \otimes \\
 &\otimes P_0(x_6, y_6), \quad (39)
 \end{aligned}$$

на основании которого распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3) определяется выражением

$$\begin{aligned}
 I'(x_6, y_6) &\sim \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2\mu^2 l^2} (x_6^2 + y_6^2) - \right. \right. \\
 &\left. \left. - \frac{k\Delta l}{\mu^2 l f_0} x_{05} x_6 + \frac{k(R^2 - \mu^4 l^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0} x_{05}^2 \right] \right\} \times \\
 &\times \left| F(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2l(R + \mu^2 l)} (x_6^2 + y_6^2) \right] \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (40)
 \end{aligned}$$

Согласно (40) при смещении на оси  $x$  фильтрующего отверстия смещаются относительно неподвижного изображения голограммы интерференционные полосы из-за неоднородного в ней смещения субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, в направлении, которое зависит от направления смещения фильтрующего отверстия (параллакс интерференционных полос). При этом в процессе изменения  $x_{05}$  изменяется фаза интерференционной картины, когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, от минимума интерференционной полосы, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, до ее максимального значения («живые» интерференционные полосы).

Кроме того, в случае двухэкспозиционной записи голограммы Фурье для регистрации интерференционной картины, локализуемой в ее плоскости и характеризующей продольное перемещение рассеивателя, необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости формирования изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Причем в этом случае при смещении фильтрующего отверстия, как и в случае использования однокомпонентной оптической системы для записи голограммы Фурье [11, 12], из-за одинакового механизма образования интерференционной картины, связанного с учетом неоднородного смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, имеет место только параллакс интерференционных полос.

Сравнение рассматриваемого голографического интерферометра для контроля продольного перемещения рассеивателя с голографическим интерферометром, в котором используется зрительная труба Кеплера [1], показывает, что интерференционные картины также локализируются в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в Фурье-плоскости. Но при этом в интерферометре, использующем зрительную трубу Галилея, интерференционная картина, локализуемая в плоскости формирования изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, образуется в Фурье-плоскости. Причем для нее при  $R \neq \infty$  имеет место другой характер зависимости чувствительности от увеличения зрительной трубы. В свою

очередь для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра зависит от масштаба в плоскости голограммы Фурье-образа функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения рассеивателя. Кроме того, в случае использования для контроля продольного перемещения рассеивателя зрительной трубы Галилея характерно наличие параллакса интерференционных полос при регистрации интерференционных картин с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси в соответствующих плоскостях их локализации.

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы записывались в случае фиксированной величины  $\Delta l = (0 \pm 0,002)$  мм продольного перемещения матового экрана для различных радиусов кривизны фронта сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя, которые выбирались в указанных выше пределах. Кроме того, величины  $l_1, l_2$  соответствовали вышеприведенным их значениям. В качестве примера на рис. 6 представлены интерференционные картины, локализуемые в плоскости формирования изображения матового экрана, ограниченного изображением зрачка объектива зрительной трубы.

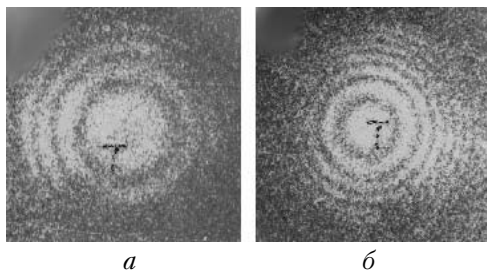


Рис. 6. Интерференционные картины, локализуемые в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его продольное перемещение при освещении излучением: *a* – с расходящейся сферической волной, *б* – со сходящейся

Их регистрация выполнялась в фокальной плоскости объектива с фокусным расстоянием  $f_0 = 135$  мм при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным ( $\approx 2$  мм) лазерным пучком. Рис. 6, *a* соответствует случаю освещения матового экрана на стадии записи голограммы излучением с расходящейся сферической волной с  $R = 400$  мм, а рис. 6, *б* – сходящейся с  $R = 300$  мм. При этом в случаях освещения рассеивателя излучением со сферической волной, радиус которой удовлетворяет условию  $780 \text{ мм} \leq |R| \leq \infty$ , нулевой порядок интерференции превосходит величину  $s = 9,6$  мм.

Регистрация локализуемой в плоскости голограммы интерференционной картины (см. рис. 5, *б*) выполнялась при восстановлении голограммы (см. рис. 3) коллимированным пучком диаметром 50 мм с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля в фокальной плоскости линзы  $L'_0$

диаметром 60 мм с фокусным расстоянием 500 мм. При этом пространственная протяженность интерференционной картины составляет расчетную величину, равную 43 мм. Кроме того, в случае записи голограммы Фурье на стадии ее восстановления для регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, также требовалось выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в частотной плоскости двухкомпонентной оптической системы на рис. 3.

Для известных величин  $\lambda, \mu, l, R, f_0, r_1, r_2$ , как для представленных интерферограмм, так и для других, зарегистрированных в эксперименте, рассчитывалась величина продольного перемещения матового экрана и сравнивалась с известной. С точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте, имеет место их соответствие.

В связи с тем что при двухэкспозиционной записи с помощью зрительной трубы Галилея квази-Фурье- и Фурье-голограмм для контроля поперечного или продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности имеет место другой характер зависимости чувствительности интерферометра от увеличения чувствительности зрительной трубы Кеплера [1], необходим анализ выполнения записи голограмм согласно рис. 7, когда рассеиватель находится перед окуляром зрительной трубы.

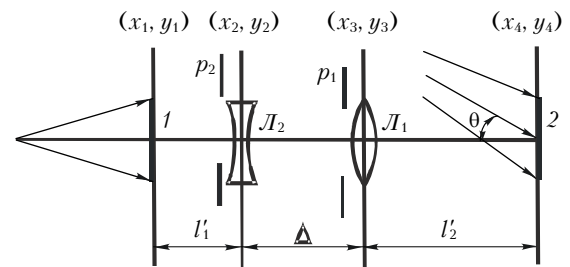


Рис. 7. Схема двухэкспозиционной записи голограммы

Тогда в приближении Френеля распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластины принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1(x_4, y_4) \sim & \iiint \iiint t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2l'_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} p_2(x_2, y_2) \times \\ & \times \exp\left[\frac{ik}{2f_2}(x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2\Delta}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} \times \\ & \times p_1(x_3, y_3) \exp\left[-\frac{ik}{2f_1}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2l'_2}[(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 dx_3 dy_3, \end{aligned} \quad (41)$$

где  $l'_1$  — расстояние между матовым экраном и главной плоскостью линзы  $L_2$ ;  $l'_2$  — расстояние между главной плоскостью линзы  $L_1$  и фотопластинкой.

На основании преобразований, подобных преобразованиям, которые были выполнены в случае, когда рассеиватель находился перед объективом зрительной трубы Галилея, получим распределение комплексной амплитуды поля в плоскости фотопластинки в пределах области диаметром  $D' \leq d_2 l' (l'_2 + \mu\Delta) / (\mu l'_1 l'_2 + l\Delta)$ , где  $l' = l'_2 + \mu\Delta + \mu^2 l'_1$ , в следующей форме:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1(x_4, y_4) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r'}(x_4^2 + y_4^2)\right] & \left\{ \tilde{F}(x_4, y_4) \otimes \right. \\ & \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \\ & \left. \otimes P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4) \right\}, \quad (42) \end{aligned}$$

где  $r' = l' -$  радиус кривизны расходящейся сферической волны;  $\tilde{F}(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  с пространственными частотами  $\mu x_4 / \lambda l'$ ,  $\mu y_4 / \lambda l'$ ;  $P'_1(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $p_1(x_3, y_3)$  зрачка объектива зрительной трубы с пространственными частотами  $x_4 / \lambda l'_2$ ,  $y_4 / \lambda l'_2$ ;  $P'_2(x_4, y_4)$  — Фурье-образ функции  $p_2(x_2, y_2)$  зрачка окуляра зрительной трубы с пространственными частотами  $\mu x_4 / \lambda(\mu\Delta + l'_2)$ ,  $\mu y_4 / \lambda(\mu\Delta + l'_2)$ .

Из (42) следует, что в плоскости фотопластинки 2 (см. рис. 7) в пределах области диаметром  $D'$  формируется квази-Фурье-образ функции пропускания матового экрана 1, каждая точка которого уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции  $P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4)$ . При этом на субъективное спекл-поле наложено распределение фазы расходящейся сферической волны с радиусом кривизны  $r'$ , равным  $l'$ . В частотном случае освещения рассеивателя когерентным излучением со сходящейся сферической волной с радиусом кривизны, равным  $l' / \mu^2$ , распределение комплексной амплитуды поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  соответствует Фурье-образу функции  $t(x_1, y_1)$ .

В свою очередь в случае поперечного перемещения матового экрана в плоскости его расположения в направлении оси  $x$  на величину  $a$  распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки в пределах вышеуказанной области определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{u}_2(x_4, y_4) \sim \exp\left[-\frac{ik(\mu^2 R + l')a^2}{2Rl'}\right] & \times \\ & \times \exp\left(\frac{ik\mu a x_4}{l'}\right) \exp\left[\frac{ik}{2r'}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \tilde{F}(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\ & \left. \otimes \exp\left(-\frac{ik\mu a x_4}{l'}\right) \left\{ P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2\left[x_4 + \frac{(\mu^2 R + l')}{\mu R} a, y_4\right] \right\} \right\}. \quad (43) \end{aligned}$$

Согласно (43) поперечное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности сопровождается изменением угла наклона субъективного спекл-поля на величину  $\mu a / l'$  по отношению к спекл-полю первой экспозиции. Кроме того, имеет место однородное смещение составляющей субъективного спекла, обусловленной дифракцией плоской волны на зрачке окуляра зрительной трубы Галилея на величину  $(\mu^2 R + l')a / \mu R$ .

При условии выполнения двухэкспозиционной записи квази-Фурье- или Фурье-голограммы с использованием расходящейся сферической опорной волны с радиусом кривизны  $r' = l'$  на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, на основании (42), (43) принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{r}(x_4, y_4) \sim \exp(-ikx_4 \sin\theta) & \left\{ \tilde{F}(x_4, y_4) \otimes \right. \\ & \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4) + \\ & + \exp\left[-\frac{ik(\mu^2 R + l')a^2}{2Rl'}\right] \exp\left(\frac{ik\mu a x_4}{l'}\right) \times \\ & \times \left\{ \tilde{F}(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\ & \left. \left. \otimes \exp\left(-\frac{ik\mu a x_4}{l'}\right) \left\{ P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2\left[x_4 + \frac{(\mu^2 R + l')}{\mu R} a, y_4\right] \right\} \right\} \right\}. \quad (44) \end{aligned}$$

Если на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля (см. рис. 2), причем в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $(k\mu a x_4 / l') \leq \pi$ , то распределение освещенности в задней фокальной плоскости линзы  $L_0$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x_5, y_5) \sim & \left\{ 1 + \cos\left(\frac{k(\mu^2 R + l')a^2}{2Rl'} + \frac{k(\mu^2 R + l')}{\mu R f_0} a x_5\right) \right\} \times \\ & \times \left| p_1\left(\frac{l'_2}{f_0} x_5, \frac{l'_2}{f_0} y_5\right) p_2\left(\frac{l'_2 + \mu\Delta}{\mu f_0} x_5, \frac{l'_2 + \mu\Delta}{\mu f_0} y_5\right) \right| \times \end{aligned}$$

$$\times t\left(-\frac{l'}{\mu f_0}x_5, -\frac{l'}{\mu f_0}y_5\right) \exp\left[\frac{ikl'(\mu^2 R + l')}{2\mu^2 R f_0^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_0(x_5, y_5) \Big| ^2. \quad (45)$$

Из (45) следует, что для обеспечения дифракционной ограниченности поля зрительной трубой диаметр  $D_0$  освещенной области рассеивателя на стадии записи голограммы должен удовлетворять условию  $D_0 \geq d_2 l' / (l_2 + \mu \Delta)$ . Тогда в пределах области, определяемой величиной  $s' = d_2 \mu f_0 / (l_2 + \mu \Delta)$  изображения зрачка окуляра зрительной трубы, так как  $l_2 < (\mu \Delta + l_2)$ , субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами, которые периодически изменяются на оси  $x$ . При этом из-за однородного смещения в плоскости голограммы составляющей субъективного спекла, обусловленной дифракцией плоской волны на зрачке окуляра зрительной трубы, чувствительность интерферометра зависит как от величины, так и от знака радиуса кривизны фронта волны когерентного излучения, освещающего диффузно рассеивающую свет плоскую поверхность на стадии записи голограммы. Так, для положительной величины  $R$  период  $\Delta \tilde{x}_5 = \lambda \mu R f_0 / (\mu^2 R + l') a$  интерференционных полос уменьшается с уменьшением  $R$  из-за увеличения смещения в плоскости голограммы вышеуказанной составляющей субъективного спекла, соответствующего второй экспозиции. В свою очередь при освещении матового экрана 1 (см. рис. 7) когерентным излучением со сходящейся сферической волной период интерференционных полос увеличивается с уменьшением  $R$  в интервале  $(l' / \mu^2) \leq R \leq \infty$  вплоть до бесконечности, когда  $R = l' / \mu^2$  и в плоскости голограммы формируется Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$ . В таком случае отсутствует смещение спеклов, соответствующих второй экспозиции. Дальнейшее уменьшение величины  $R$  приводит к увеличению чувствительности интерферометра при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, из-за возникновения и увеличения однородного смещения в плоскости голограммы составляющей субъективного спекла, обусловленной дифракцией плоской волны на зрачке окуляра зрительной трубы Галилея. Кроме того, в отличие от [1] имеет место нелинейный характер зависимости чувствительности интерферометра от увеличения зрительной трубы, когда  $R \neq \infty$ .

Если на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости формирования изображения рассеивателя (см. рис. 3) (в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $[k(\mu^2 R + l') a / \mu R f_0] \leq \pi$ ), то распределение освещенности в плоскости  $(x_6, y_6)$  построения с единичным увеличением изображения голограммы принимает вид

$$\tilde{I}(x_6, y_6) \sim \left\{ 1 + \cos\left[\frac{k(\mu^2 R + l')}{2Rl'} a^2 - \frac{k\mu a x_6}{l'}\right] \right\} \times \left| \tilde{F}(-x_6, -y_6) \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')}(x_6^2 + y_6^2)\right] \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (46)$$

Из (46) следует, что в плоскости формирования изображения голограммы субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами с периодом повторения  $\Delta \tilde{x}_6 = \lambda l' / \mu a$ . При этом частота интерференционных полос зависит от масштаба в плоскости голограммы Фурье-образа функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности.

В случае контроля продольного перемещения матового экрана 1 (см. рис. 7) при двухэкспозиционной записи голограммы распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотоластинки в пределах области диаметром  $D'$  определяется выражением

$$\tilde{I}'_2(x_4, y_4) \sim \sim \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ik\mu^2 \Delta l}{2l'^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \exp\left[\frac{ik}{2r'}(x_4^2 + y_4^2)\right] \times \left\{ \tilde{F}'(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 (R - \Delta l)(l' + \mu^2 \Delta l)}{2l'^2(\mu^2 R + l')}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4) \right\}, \quad (47)$$

где  $\tilde{F}'(x_4, y_4)$  – Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  с пространственными частотами  $\mu x_4 / \lambda l'(1 + \mu^2 \Delta l / l')$ ,  $\mu y_4 / \lambda l'(1 + \mu^2 \Delta l / l')$ .

Тогда на основании (42), (47) при условии выполнения записи двухэкспозиционной голограммы с использованием расходящейся сферической опорной волны с радиусом кривизны  $r' = l'$  на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, принимает вид

$$\tilde{I}'(x_4, y_4) \sim \exp(-ikx_4 \sin \theta) \times \left\{ \tilde{F}(x_4, y_4) \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P'_1(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4) + \exp(ik\Delta l) \times \exp\left[-\frac{ik\mu^2 \Delta l}{2l'^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\}$$



$$\times \left\{ \tilde{F}'(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ -\frac{ik\mu^2(R - \Delta l)(l' + \mu^2\Delta l)}{2l'^2(\mu^2R + l')} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes P_1'(x_4, y_4) \otimes P_2'(x_4, y_4) \right\}. \quad (48)$$

Если на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы согласно рис. 2 в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля (в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $[k\mu^2\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/2l'^2] \leq \pi$ , кроме того, диаметр  $\tilde{d}_\Phi$  фильтрующего отверстия удовлетворяет условию  $\tilde{d}_\Phi \leq \lambda l'(l_2 + \mu\Delta)/\mu^3 d_2 \Delta l$ , то распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) с учетом неравенства  $l_2 < (\mu\Delta + l_2)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{I}'(x_5, y_5) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l + \frac{k(\mu^4 R^2 - l'^2)\Delta l}{2\mu^2 R^2 f_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \times \\ & \times \left| p_2 \left( \frac{l_2 + \mu\Delta}{\mu f_0} x_5, \frac{l_2 + \mu\Delta}{\mu f_0} y_5 \right) t \left( -\frac{l'}{\mu f_0} x_5, -\frac{l'}{\mu f_0} y_5 \right) \right| \times \\ & \times \exp \left[ \frac{ikl'(\mu^2 R + l')}{2\mu^2 R f_0^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_0(x_5, y_5) \Big|^2. \quad (49) \end{aligned}$$

Из (49) следует, что в плоскости  $(x_5, y_5)$  формирования изображения рассеивателя, ограниченного изображением зрачка окуляра зрительной трубы Галилея, субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических интерференционных колец. При этом чувствительность интерферометра не зависит от знака радиуса кривизны фронта сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности на стадии записи голограммы, и имеет другой характер зависимости от увеличения чувствительности зрительной трубы по сравнению с [1], когда  $R \neq \infty$ . Кроме того, чувствительность интерферометра зависит от величины радиуса кривизны  $R$ . Так, с уменьшением  $|R|$  в пределах  $(l'/\mu^2) \leq |R| \leq \infty$  чувствительность интерферометра уменьшается вплоть до нуля, когда  $|R| = l'/\mu^2$ . В этом случае отсутствует в (47) изменение по радиусу от оптической оси дополнительного угла наклона в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции. Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны сферической волны приводит к увеличению чувствительности интерферометра при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения рассеивателя, из-за возникновения и увеличения изменяющегося по радиусу от оптической оси угла наклона в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

В свою очередь в случае восстановления двухэкспозиционной голограммы согласно рис. 3 с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости формирования изображения рассеивателя (в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $[k(\mu^4 R^2 - l'^2)(x_5^2 + y_5^2)/2\mu^2 R^2 f_0^2] \leq \pi$ , кроме того, диаметр фильтрующего отверстия удовлетворяет условию  $\tilde{d}_\Phi \leq \lambda l'(l_2 + \mu\Delta)/\mu^3 d_2 \Delta l$ , когда  $f_{01} = l'/\mu$ ) распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3) принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{I}'(x_6, y_6) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l - \frac{k\mu^2\Delta l}{2l'^2} (x_6^2 + y_6^2) \right] \right\} \times \\ & \times \left| \tilde{F}'(-x_6, -y_6) \otimes \exp \left[ -\frac{ik\mu^2 R}{2l'(\mu^2 R + l')} (x_6^2 + y_6^2) \right] \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (50) \end{aligned}$$

Из (50) следует, что в плоскости  $(x_6, y_6)$  построения изображения голограммы субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических интерференционных колец. При этом чувствительность интерферометра зависит от масштаба в плоскости голограммы Фурье-образа функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения рассеивателя, и она увеличивается с уменьшением масштаба Фурье-образа  $\tilde{F}(x_4, y_4)$ .

Следует отметить, что для случая двухэкспозиционной записи квази-Фурье- и Фурье-голограммы по схеме на рис. 7 анализ динамики поведения интерференционных полос при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси приводит к результатам, аналогичным случаю записи голограммы согласно рис. 1.

В эксперименте на стадии двухэкспозиционной записи квази-Фурье- и Фурье-голограмм по схеме на рис. 7 с вышеуказанными параметрами зрительной трубы Галилея расстояния  $l'_1, l'_2$  соответственно равнялись 150 и 200 мм, а радиус кривизны расходящегося сферического пространственно ограниченного опорного пучка составлял  $r' = 1122$  мм. При этом перед повторным экспонированием фотоластинки поперечное или продольное перемещение матового экрана осуществлялось на такие же величины, как и при записи голограмм согласно рис. 1. Кроме того, на стадии восстановления голограмм аналогичным образом проводилась регистрация интерференционных картин, локализующихся как в Фурье-плоскости, так и в плоскости голограммы.

В качестве примера на рис. 8 представлены интерференционные картины, локализующиеся в Фурье-плоскости и характеризующие поперечное перемещение матового экрана 1 (см. рис. 7).

Изображение матового экрана ограничивается изображением зрачка окуляра зрительной трубы Галилея, для которого величина  $s' = 9$  мм и соответствует расчетной величине.

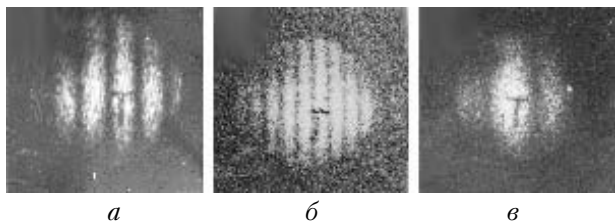


Рис. 8. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение: *a* — освещение рассеивателя коллимированным пучком; *б* — излучением с расходящейся, *в* — со сходящейся сферической волной ( $R = 500$  мм)

Как в этих трех случаях (см. рис. 8), так и в других, связанных с изменением на стадии записи голограммы величины и знака радиуса кривизны сферической волны излучения, освещающего рассеиватель, для известных величин  $\lambda$ ,  $a$ ,  $\mu$ ,  $l'$ ,  $R$ ,  $f_0$  рассчитывались периоды интерференционных полос и сравнивались с результатами их измерений. С точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте, имеет место их соответствие.

Так для реализуемого в эксперименте частного случая, когда  $l'_1 = l_2$ ,  $l'_2 = l_1$ , то  $l' = \mu^2 l$ , а  $D' \cong D$ . В результате этого интерференционные картины, характеризующие поперечное или продольное перемещение рассеивателя и локализующиеся в плоскости голограммы, были аналогичны представленным на рис. 5, что следует также из выражений (17), (46) и (33), (50).

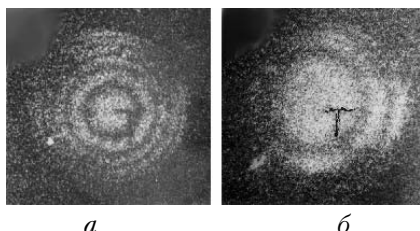


Рис. 9. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его продольное перемещение при освещении излучением: *a* — с расходящейся сферической волной, *б* — со сходящейся

В свою очередь интерференционные картины на рис. 9 характеризуют продольное перемещение матового экрана  $l$  (см. рис. 7) и локализуются в Фурье-плоскости. При этом рис. 9, *a* относится к случаю освещения рассеивателя на стадии записи голограммы излучением с расходящейся сферической волной с  $R = 400$  мм, а рис. 9, *б* — сходящейся, с  $R = 300$  мм. Как в этих двух случаях, так и в других, связанных с изменением на стадии записи голограммы величины и знака радиуса кривизны сферической волны излучения, освещающего рассеиватель, для известных величин  $\lambda$ ,  $a$ ,  $\mu$ ,  $l'$ ,  $R$ ,  $f_0$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  рассчитывалась величина продольного перемещения матового экрана и сравнивалась с известной. С точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте, имеет место их соответствие.

Необходимо отметить, что двухэкспозиционная запись квази-Фурье-голограмм по схеме на рис. 7 обеспечивает при  $R = \infty$  увеличение в  $\mu^2$  раз чувствительность интерферометра к поперечному перемещению диффузно рассеивающий свет плоской поверхности в случае регистрации интерференционной картины, локализующейся в Фурье-плоскости. Это вытекает из сравнения рис. 4, *a* и рис. 8, *a*, а также из сравнения выражений (12), (45) и объясняется увеличением смещения в плоскости голограммы составляющей субъективного спекла, обусловленной дифракцией плоской волны на зрачке окуляра зрительной трубы Галилея [см. выражения (43) и (7)]. Кроме того, регистрация интерференционной картины, характеризующей продольное перемещение рассеивателя и локализующейся в Фурье-плоскости, также обеспечивает увеличение чувствительности интерферометра при  $R = \infty$ . Причем увеличение чувствительности в  $\mu^4$  раз следует из сравнения выражений (49), (30) и объясняется увеличением изменяющегося по радиусу от оптической оси угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции.

Таким образом, результаты теоретического анализа формирования интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности при двухэкспозиционной записи с помощью телескопической оптической системы Галилея квази-Фурье- и Фурье-голограмм, и проведенные экспериментальные исследования показали следующее.

Интерференционные картины, как и при использовании зрительной трубы Кеплера, локализуются в двух плоскостях. Но при этом в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя для интерференционной картины, локализующейся в Фурье-плоскости, где формируется изображение рассеивателя, чувствительность интерферометра в общем случае имеет нелинейную зависимость от увеличения зрительной трубы и зависит от знака радиуса кривизны фронта сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности на стадии записи квази-Фурье-голограммы. В свою очередь для интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра зависит от масштаба в плоскости голограммы Фурье-образа функции, характеризующей комплексную амплитуду пропускания или отражения рассеивателя.

В случае контроля продольного перемещения рассеивателя для интерференционной картины, локализующейся в Фурье-плоскости, чувствительность интерферометра имеет в общем случае другой характер степенной зависимости от увеличения зрительной трубы Галилея по сравнению с использованием зрительной трубы Кеплера. В свою очередь для интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра зависит от масштаба в плоскости голограммы Фурье-образа функции, характеризующей

комплексную амплитуду пропускания или отражения рассеивателя. Кроме того, неоднородное смещение в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции приводит к смещению центра интерференционной картины (система концентрических колец), локализующейся как в Фурье-плоскости, так и в плоскости голограммы, при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси. По этой же причине в случае двухэкспозиционной записи голограммы Фурье для регистрации интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, необходимо проведение в Фурье-плоскости пространственной фильтрации дифракционного поля.

1. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеивающих полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации диффузного поля двухэкспозиционной голограммы сформированного с помощью телескопической системы Кеплера изображения рассеивателя // Оптика атмосфер. и океана. 2007. Т. 20. № 4. С. 362–377.
2. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 360 с.
3. Гусев В.Г. Формирование голографических интерферограмм бокового сдвига в диффузно рассеянных полях

- для контроля телескопической оптической системы // Оптика атмосфер. 1991. Т. 4. № 8. С. 787–795.
4. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 76. Вып. 3. С. 484–488.
  5. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 158 с.
  6. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971. 601 с.
  7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
  8. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1992. Т. 72. Вып. 4. С. 960–964.
  9. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
  10. Александров Е.Б., Бонч-Бруевич А.М. Исследование поверхностных деформаций тел с помощью голограммной техники // Ж. техн. физ. 1967. Т. 37. № 2. С. 360–369.
  11. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционных квази-Фурье- и Фурье-голограмм. Часть I // Оптика атмосфер. и океана. 2006. Т. 19. № 5. С. 455–464.
  12. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционных квази-Фурье- и Фурье-голограмм. Часть II // Оптика атмосфер. и океана. 2006. Т. 19. № 7. С. 641–652.

**V.G. Gusev. Formation of interferograms in diffusively scattered fields on the basis of the two-exposure records of quasi-Fourier- and Fourier-holograms using the Galilean telescope.**

Analysis of sensitivity of the interferometer to transversal or longitudinal displacements of plate surface diffusively scattering light is presented. It is shown that interference patterns are located in the hologram plane and Fourier-plane. Spatial filtration of a diffractive field should be provided for recording interference pattern. The experimental results are in good agreement with theoretical arguments.