«Оптика атмосферы», **2**, № 5 (1989)

УДК 528.85:535.361:551.521.14

В.С. Антюфеев, У.Т. Керимли, О.А. Кудинов, М.И. Шахтахтинская

ВОССТАНОВЛЕНИЕ АЛЬБЕДО НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассматривается алгоритм восстановления альбедо неоднородной ортотропной подстилающей поверхности по ее яркости, наблюдаемой из произвольной точки пространства, при заданных оптических параметрах атмосферы. В основе построенного алгоритма лежит метод Ньютона—Канторовича, каждая итерация которого вычисляется методом Монте-Карло. Для апробации алгоритма решается модельная задача.

Задача определения альбедо неоднородной ортотропной подстилающей поверхности (ПП), наблюдаемой через атмосферу, по известным оптическим характеристикам атмосферы и измеренным интенсивностям восходящего излучения рассматривалась наиболее последовательно в работах [1, 2]. Решение задачи основывалось на линейном приближении влияния горизонтальных неоднородностей альбедо на измеряемые интенсивности. Однако такое допущение обосновано для атмосфер с небольшими оптическими толщами, а также для ПП с небольшими горизонтальными вариациями альбедо.

В настоящей работе данная задача решается методом Ньютона—Канторовича; на каждой итерации для вычисления интенсивностей и их производных по альбедо применяется метод Монте-Карло. Такой подход к решениям обратных задач оптики атмосферы был предложен в работе [3] и использовался в задачах восстановления высотных профилей аэрозольных коэффициентов рассеяния [4, 9], поглощения [5], концентрации водяного пара [6, 7] и озона [8].

1. Постановка задачи

Рассматривается плоскослоистая, горизонтально-однородная атмосфера, ограниченная снизу неоднородной ПП. На верхнюю границу атмосферы падает параллельный поток монохроматического солнечного излучения. Неоднородная ПП разбита на n детерминированных областей $S_1, \dots, S_n$ заданной формы и размеров. Значения альбедо внутри каждой из областей S_i считается постоянным, но неизвестным, т. е. используется кусочно-постоянная модель ПП.

Вводятся следующие обозначения: $q = (\mathbf{r}, \omega)$ — точка фазового пространства $Q = R\times\Omega$ координат точек столкновения $\mathbf{r} = (x, y, z)$ и направлений $\omega = (a, b, c) \in \Omega$, $(a^2 + b^2 + c^2 = 1)$; $\sigma_c(\mathbf{r}) \equiv \sigma_c(z)$, $\sigma_m(\mathbf{r}) \equiv \sigma_m(z)$, $\sigma_a(\mathbf{r}) \equiv \sigma_a(z)$ — коэффициенты суммарного (молекулярного и аэрозольного) поглощения, молекулярного и аэрозольного рассеяния соответственно; $\sigma_s(\mathbf{r}) = \sigma_m(\mathbf{r}) + \sigma_a(\mathbf{r})$, $\sigma(\mathbf{r}) = \sigma_s(\mathbf{r}) + \sigma_c(\mathbf{r})$; $g(\mathbf{r}, \omega', \omega) \equiv g(z, \omega', \omega)$ — эффективно осредненная индикатриса рассеяния (ω', ω — направления до и после рассеяния); $\tau(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int\limits_0^1 \sigma(\mathbf{r}(t))dt$ — оптический путь отрезка $l = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$; $\omega_F = (a_F, 0, c_F)$ — направление падения солнечного потока.

Пусть в произвольной точке $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ расположен детектор, измеряющий интенсивность солнечного излучения I_κ^* в направлениях $\omega_\kappa^*\,(\kappa = \overline{1, N})$. Направления наблюдения пересекают ПП в заданных точках $\mathbf{r}_\kappa^* = (x_\kappa, y_\kappa, 0)$. Точки $\mathbf{r}_\kappa^*$ выбраны таким образом, чтобы в каждой из областей S_1, … ,S_n лежало по крайней мере одна из этих точек. Таким образом, $N \geq n$, где N — число выбранных точек, а n — число областей разбиения. При заданных оптических параметрах атмосферы измеренные значения интенсивностей I_κ^* являются функциями величин $\eta_1, \dots, \eta_n$:

$$I_\kappa^* = I_\kappa(\eta_1, \dots, \eta_n); \; \kappa = \overline{1, N} \geq n. \tag{1}$$

Задача состоит в определении величин $\eta_1, \dots, \eta_n$ по известным значениям $I_1^*, \dots, I_N^*$.

2. Метод решения задачи

Система нелинейных уравнений (1) решается методом Ньютона—Канторовича

$$\eta_i^{j+1} = \eta_i^j + \Delta\eta_i^j; \; i = \overline{1, n}; \; j = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь j — номер итерации; $\eta_1^0,\ldots,\eta_n^0$ — прогностические значения альбедо; $\Delta\eta_i^j$ — приращения, удовлетворяющие системе

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial I_\kappa(\eta_1^j,\ldots,\ \eta_n^j)}{\partial \eta_i^j}\,\Delta\eta_i^j = I_\kappa^* - I_\kappa(\eta_1^j,\ldots,\ \eta_n^j), \tag{2}$$

$\kappa = \overline{1,\ N} \geqslant n.$

Остановка итерационного процесса происходит после выполнения неравенства

$$|I_\kappa^* - I_\kappa(\eta_1^j,\ldots,\ \eta_n^j)| \leqslant \varepsilon;\ \kappa = \overline{1,\ N} \geqslant n,$$

где ε — заданное малое положительное число, соответствующее погрешностям измерений I_κ^*.

Значения интенсивности $I_\kappa(\eta_1^J,\ldots,\eta_n^j)$ и ее производных $\partial I_\kappa / \partial\eta_i^j\ (i = \overline{1,n})$ вычисляются методом Монте-Карло поочередно для каждого $\kappa = 1,\ \ldots,\ N$ по сопряженной схеме. Согласно [9] выражение для $I_\kappa(\eta_1,\ \ldots,\eta_n)$ записывается в виде ряда:

$$I_\kappa = \sum_{m=0}^{\infty} \int_Q \cdots \int_Q dq_0 \cdots dq_m \psi(q_0)\cdot\varphi(q_m) \times \prod_{i=1}^{m} K(q_{i-1},\ q_i), \tag{3}$$

где q_i — фазовые точки столкновений; $\psi_\kappa(q)$ — функция плотности начальных столкновений, соответствующая методу сопряженных блужданий [9] и определяемая из соотношения:

$$\psi_\kappa(q) = \begin{cases} \dfrac{\sigma(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|^2}\exp(-\tau(\mathbf{r}_0,\ \mathbf{r}))\times\delta(\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\omega}_\kappa^*)\times \\ \qquad \times\,\delta(\boldsymbol{\omega}_\kappa^* - (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|); \qquad z > 0, \\ \dfrac{|c|}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|^2}\exp(-\tau(\mathbf{r}_0,\ \mathbf{r}))\times\delta(\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\omega}_\kappa^*)\times \\ \qquad \times\,\delta(\boldsymbol{\omega}_\kappa^* - (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|); \qquad z = 0; \end{cases}$$

$K(q',\ q)$ — функция плотности перехода из q' в q [11]:

$$K(q',q) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_s(\mathbf{r}')\cdot g(\mathbf{r}',\ \omega',\ \omega)\cdot\exp(-\tau(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}))\cdot\sigma(\mathbf{r})}{\sigma(\mathbf{r}')\cdot 2\pi\cdot|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}\times \\ \qquad \times\,\delta(\omega-(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|); \quad z' > 0,\ z > 0, \\ \dfrac{\sigma_s(\mathbf{r}')\cdot g(\mathbf{r}',\ \omega',\ \omega)\exp(-\tau(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}))\cdot|c|}{\sigma(\mathbf{r}')\cdot 2\pi\cdot|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}\times \\ \qquad \times\,\delta(\omega-(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|); \ z' > 0,\ z = 0, \\ \dfrac{\eta(x,\ y)\cdot|c|\exp(-\tau(\mathbf{r}',\ \mathbf{r}))\cdot\sigma(\mathbf{r})}{\pi\cdot|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}\times \\ \times\,\delta(\omega-(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|); \quad z' = 0,\ z > 0; \end{cases}$$

$\varphi(q)$ — функция вклада в статистическую оценку I_κ от m-го столкновения в точке q_m:

$$\varphi(q_m) = \begin{cases} \dfrac{\tau_s(\mathbf{r}_m)\cdot g(\mathbf{r}_m,\ \omega_m,\ \omega_F)}{\sigma(\mathbf{r}_m)\cdot 2\pi}\exp(-\tau_F),\ z_m > 0; \\ \dfrac{\eta(x,\ y)\cdot|c_F|}{\pi}\exp(-\tau_F),\ z_m = 0, \end{cases}$$

где τ_F — оптический путь от точки столкновения q_m до верхней границы атмосферы в направлении на Солнце.

Для вычисления производных $\partial I_\kappa / \partial\eta_i\ (\ i = \overline{1,n}\ )$ почленно дифференцируется ряд (3):

$$\frac{\partial I_\kappa}{\partial\eta_i} = \sum_{m=0}^{\infty}\int_Q \cdots \int_Q dq_0\cdots dq_m\cdot\psi_\kappa(q_0)\cdot\varphi(q_m)\prod_{l=1}^{m}K(q_{l-1},\ q_l)\left[\sum_{l=1}^{m}\frac{K_i'(q_{l-1},\ q_l)}{K(q_{l-1},\ q_l)} + \frac{\varphi_i'(q_m)}{\varphi(q_m)}\right], \tag{4}$$

где $K_i' = \dfrac{\partial}{\partial \eta_i} K$ и $\varphi_i' = \dfrac{\partial}{\partial \eta_i} \varphi$.

Как видно из выражения (4), для вычисления функционала $I_к$ и его производных $\partial I_к/\partial\eta_i$ ($i = \overline{1, n}$) можно использовать одни и те же траектории. При очередном столкновении в точке q_m вносится вклад $\varphi(q_m)$ в статистическую оценку функционала $I_к$ и вклады $\varphi(q_m)v_i(q_0, q_1, \ldots, q_m)$ в статистические оценки производных $\partial I_к/\partial\eta_i$, где $v_i(q_0, q_1, \ldots, q_m)$ — выражения в квадратных скобках (4). Функция $K(q', q)$ зависит от η_i лишь в том случае, когда точка столкновения $\boldsymbol{r}'$ находится на ПП внутри области S_i с альбедо η_i, причем η_i входит в $K(q', q)$ линейно. Следовательно,

$$\frac{K_i'(q', q)}{K(q', q)} = \begin{cases} 1/\eta_i, & \mathbf{r} \in S_i; \\ 0, & \mathbf{r} \in S_i. \end{cases}$$

Аналогично

$$\frac{\varphi_i'(q)}{\varphi(q)} = \begin{cases} 1/\eta_i, & \mathbf{r} \in S_i; \\ 0, & \mathbf{r} \text{ не принадлежит } S_i. \end{cases}$$

Таким образом, $v_i(q_0, q_1, \ldots, q_m) = p/\eta_i$, где p — число столкновений на ПП внутри области S_i на отрезке траектории $q_0 \to q_1 \to \ldots \to q_m$. Окончательно для областей $S_1, \ldots, S_n$ производные $\partial I_к/\partial\eta_i$ вычисляются по следующему алгоритму.

Пусть $(p_1, \ldots, p_n)$ — счетчики столкновений на ПП в областях $S_1, \ldots, S_n$ соответственно. При очередном столкновении в S_i к счетчику p_i добавляется единица. Для вычисления производных $\partial I_к/\partial\eta_i$ при каждом столкновении (в атмосфере или на ПП) в статистические оценки вносятся вклады, равные $p_i\varphi(q_m)/\eta_i$, где p_i — значение i-го счетчика на момент столкновения.

Система (2) является в общем случае переопределенной ($N \ge n$) и решается методом наименьших квадратов с привлечением процедуры масштабирования по строкам и столбцам для уменьшения погрешностей вычислений, связанных с машинным округлением.

3. Численный пример

Для апробации предложенного алгоритма рассматривается следующая модельная задача.

Пусть в некоторой точке ПП помещено начало отсчета некоторой системы координат (x, y, z) с осью Z, направленной вверх по нормали к ПП, и осью X — в плоскости падения солнечных лучей. Зенитный угол Солнца равен 50°. В точке (20; 0; 300 км) помещен детектор, измеряющий интенсивности $I_к^*$ с погрешностью 2%. ПП представляет собой прямоугольник (9×12 км), окруженный фоном с альбедо η_0. Прямоугольник на плоскости (x, y) расположен так, что концы одной из сторон (9 км) лежат в точках (0; 0 км) и (9; 0 км), а концы другой (12 км) — в точках (0; 0 км) и (0; 12 км). В свою очередь, прямоугольник разбит на 12 квадратов (3×3 км), в центре каждого из которых лежат точки наблюдения (т.е. $N = n$). Значения искомых η_i^* помещены в левом столбце таблицы. Для удобства рассматривается однослойная модель атмосферы толщиной 50 км. Аэрозольная индикатриса, эффективно осредненная с молекулярной, взята из [10] (для λ = 0,55 мкм; модель Эльтермана); σ_m = 0,002 км$^{-1}$, σ_c = 0 км$^{-1}$.

η^*	σ_a=0,002 км$^{-1}$, η_0=0,25		σ_a=0,01 км$^{-1}$, η_0=0,25		σ_a=0,002 км$^{-1}$, η_0=0,80		σ_a=0,01 км$^{-1}$, η_0=0,80	
	$\delta\eta$	I^*	$\delta\eta$	I^*	$\delta\eta$	I^*	$\delta\eta$	I^*
0,45	3,1	0,289	3,0	0,310	3,2	0,334	3,1	0,159
0,20	3,2	0,167	—3,6	0,251	3,4	0,204	3,7	0,125
0,55	—3,0	0,336	—3,3	0,333	—3,1	0,384	—3,1	0,170
0,30	—3,0	0,214	3,3	0,276	—3,1	0,253	3,5	0,136
0,60	3,1	0,360	3,1	0,345	3,1	0,406	3,2	0,143
0,10	—3,4	0,117	3,3	0,227	3,1	0,151	3,9	0,136
0,50	—3,1	0,315	—3,3	0,324	—3,0	0,360	3,3	0,147
0,15	3,2	0,143	4,3	0,242	—3,5	0,177	3,6	0,150
0,35	3,1	0,239	3,3	0,287	3,0	0,281	—3,2	0,144
0,25	—3,1	0,188	3,7	0,264	3,3	0,227	3,3	0,152
0,40	—3,2	0,264	—3,0	9,298	3,1	0,303	—3,0	0,145
0,65	3,2	0,386	3,1	0,360	—3,1	0,437	—3,1	0,180

Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6 по замкнутому циклу для 4-х вариантов: ($\sigma_a = 0{,}002$ км$^{-1}$, $\eta_0 = 0{,}25$); ($\sigma_a = 0{,}01$ км$^{-1}$, $\eta_0 = 0{,}25$); ($\sigma_a = 0{,}002$ км$^{-1}$, $\eta_0 = 0{,}80$); ($\sigma_a = 0{,}01$ км$^{-1}$, $\eta_0 = 0{,}80$). Сначала для заданных $\eta_1^*, \ldots, \eta_n^*$, η_0, σ_m, σ_a, σ_c, g_a вычисляются значения $I_1^*, \ldots, I_N^*$ в относительных единицах солнечной постоянной с погрешностью 1 %. Затем по значениям $I_1^*, \ldots, I_N^*$, имитирующим результаты измерений, определялись η_1, ..., η_n по предложенному алгоритму, которые сравнивались с $\eta_1^*, \ldots, \eta_n^*$ с последующими вычислениями погрешностей $\delta\eta$(в %). В качестве прогностических значений использовались округленные (с точностью до второй значащей цифры) значения I_κ^*. При таком задании η_i^0 для определения η_i во всех вариантах потребовалась лишь одна итерация.

Результаты расчетов приведены в таблице. Как видно из таблицы, для многих задач дистанционного зондирования ПП предлагаемый алгоритм восстановления альбедо обеспечивает удовлетворительную точность.

1. Мишин И.В., Сушкевич Т.А. К расчету альбедо подстилающей поверхности, наблюдаемой через атмосферу. М., 1982. 26 с. (Препринт /ИПМ АН СССР, № 87).
2. Иотуховский А.А., Сушкевич Т.А. //Труды VIII научных чтений по космонавтике. М., 1984. С. 107—118.
3. Марчук Г.И. //Космические исследования. 1964. Т. 2. № 3. С. 462—477.
4. Антюфеев В.С., Михайлов Г.А. //Изв. АН СССР. ФАО. 1976. Т. 12. № 5. С. 485—493.
5. Каргин Б.А., Кузнецов С.В., Михайлов Г.А. //Изв. АН СССР. ФАО. 1976. Т. 12. № 7. С. 720—725.
6. Князихин Ю.В. //Изв. АН ЭССР. Сер. Физико-математич. 1981. Т. 30. № 2. С. 140—146.
7. Авасте О.А., Антюфеев В.С. и др. //Атмосферно-оптические явления по измерениям с орбитальных научных станций «Салют». Тарту. 1981. С. 91—99.
8. Назаралиев М.А. //Труды VIII научных чтений по космонавтике. М., 1984. С. 118—125.
9. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. /Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. Новосибирск: Наука, 1976. 284 с.
10. Поле излучения сферической атмосферы /Кондратьев К.Я., Марчук Г.И., и др. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. 214 с.
11. Ухинов С.А. //Методы и алгоритмы статистического моделирования. Новосибирск: Наука, 1983. С. 107—115.

Вычислительный центр
СО АН СССР, Новосибирск
НПО космических исследований, Баку

Поступила в редакцию
3 октября 1988 г.

V.S. Antyufeev, U.T. Kerimli, O.A. Kudinov, M.I. Shakhtakhtinskaya. **Restoration of Albedo of an Inhomogeneous Surface.**

This paper deals with the restoration algorithm for albedo of inhomogeneous orthottropic underlying surface from its brightness observed from an arbitrary point through the atmosphere with given optical parameters. The Newton—Kantorovich method, each iteration of which is computed using the Monte-Carlo method, makes the basis for this algorithm. A model problem is solved for testing the algorithm.