

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 535.416.3

И.Г. Захарова, Ю.Н. Карамзин, В.А. Трофимов

**НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КОМПЕНСАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ
ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ. САМОВОЗДЕЙСТВИЕ И СЛУЧАЙНЫЕ ФАЗОВЫЕ
ИСКАЖЕНИЯ ПРОФИЛИРОВАННЫХ ПУЧКОВ**

Рассматривается в приближении оптического тонкого слоя распространение профилированных световых пучков в нелинейной или турбулентной среде. Определены области, в которых переход к профилированным пучкам приводит к уменьшению их радиуса в сечении расположения приемника. Получены зависимости среднеквадратического отклонения центра тяжести пучка от радиуса корреляции флуктуаций плотности слоя турбулентной среды.

Введение

Как известно, профилирование оптического излучения представляет собой один из способов управления параметрами пучка, например с целью компенсации его нелинейных искажений. Детальное исследование самовоздействия таких пучков длительное время не проводилось, по-видимому, из-за сложности практической реализации их амплитудного профиля в экспериментах. Однако в последние годы было предложено несколько способов формирования заданной формы импульса и профиля пучка в реальных системах [1–5], в том числе и за счет управления волновым фронтом оптического излучения [4]. Поэтому интерес к анализу закономерностей распространения негауссовых пучков возрос [6–11]. Различные вопросы самовоздействия профилированного оптического излучения рассматривались аналитически и на основе численного моделирования в наших работах [7, 12–22], в которых, в частности, показано, что по сравнению с гауссовыми профилированные пучки могут претерпевать значительно меньшие нелинейные искажения. Отметим, что численные эксперименты проводились с использованием построенных и обоснованных нами разностных схем, изложение которых можно найти в [23].

В настоящей статье рассматриваются два ранее широко не обсуждавшихся вопроса: оптимизация начального радиуса профилированного пучка и его искажения при прохождении слоя турбулентной среды [19]. Следует отметить, что эффективность оптимизации радиуса гауссова пучка применительно к задачам транспортировки световой энергии обсуждалась в [24, 25].

1. Об эффективности оптимизации радиуса профилированного пучка

Для анализа искажений оптического излучения, прошедшего тонкий нелинейный слой, воспользуемся записанными в [26] формулами расчета положения центра тяжести $X_{\text{ц}}$ и радиусов пучка a_x, a_y ,

$$X_{\text{ц}}(z) = \frac{z}{2Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_x f^2 dx dy, \quad (1)$$

$$a_x^2 = a_x^2(0) + \frac{z^2}{4Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} f_x^2 dx dy + \frac{z}{2Q^2} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 \left\{ 2x S_x + \frac{z}{2} S_x^2 \right\} dx dy. \quad (2)$$

Для a_y имеет место аналогичная (2) формула с заменой $\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial}{\partial y}$. Здесь z – нормированная на $l_g = ka^2/2$ координата, вдоль которой происходит распространение пучка; k – его волновое число; a – начальный радиус; $f(x, y)$ – профиль пучка на входе в нелинейную среду; $S(x, y)$ – его волновой фронт после прохождения нелинейного слоя: $S = S_y + S_{\text{нл}}$, $S_{\text{нл}}$ – дополнительный набег фазы на выходе среды; S_y – волновой фронт пучка в сечении $z = 0$; Q – норма распределения f ; x, y – поперечные координаты, нормированные на a . В случае аксиальной симметрии от x и y целесообразно перейти к радиусу $r^2 = x^2 + y^2$.

На входе в нелинейный слой световой пучок имеет либо гипергауссовый, либо гипертрубчатый профиль соответственно:

$$f_r = \exp \{ -b (x^m + y^m) \}; \quad (3)$$

$$f_{\text{тр}} = (x^m + y^m) f_r. \quad (4)$$

Отметим, что $b = 1$ соответствует распределению амплитудного профиля эталонного пучка, с которым в дальнейшем проводится сравнение характеристик оптического излучения.

Подставляя в (1) выражения для S и f , нетрудно получить следующие зависимости положения центра тяжести оптического излучения, имеющего в сечении $z = 0$ плоский фазовый фронт и прошедшего слой движущейся среды с тепловым механизмом нелинейности:

$$X_{\text{ц.г.}}(z) = \frac{\theta_{\text{нл}} z b^{2/m}}{2^3 I(m)}, \quad X_{\text{ц.тр.}}(z) = \frac{z \theta_{\text{нл}} b^{2/m}}{2^8 I(m)} \chi(m), \quad (5)$$

где $\theta_{\text{нл}}$ – дополнительная расходимость пучка,

$$I(m) = \Gamma^2(1 + 1/m), \quad \chi(m) = \frac{m(2 + 2/m)(3 + 2/m)}{1 + 2/m}, \quad (6)$$

$\Gamma(x)$ – гамма-функция. Значения функций $I(m)$, $\chi(m)$ представлены в таблице (функция $\delta(m)$ описывается ниже). Из таблицы непосредственно видно, что гипертрубчатые пучки с $m = 2, 4$ смещаются в 3 и 1,5 раза меньше соответствующих гауссовых пучков. Существенно, что зависимость положения центра тяжести от b подчиняется одному закону как для f_r , так и для $f_{\text{тр}}$. Если $b > 1$, то с ростом m величина $b^{2/m}$ уменьшается. Если же $b < 1$, то имеет место обратное соотношение. Поэтому выбор оптимального профиля непосредственно зависит от начальной ширины пучка (для заданного b можно указать оптимальное m). Заметим, что при постоянной начальной мощности пучка значение b определяет его пиковую интенсивность.

Зависимости функций $I(m)$, $\chi(m)$, $\delta_r(m)$ от параметра m

m	2	4	6	8	10
$I(m)$	0,7854	0,9064	0,93	0,9417	0,95135
$\chi(m)/2^5$	0,375	0,728	1,09	1,46	1,772
$\delta_r(m) \cdot 10^2$	7,46	2,543	1,444	1,1074	0,9011

В отличие от смещения центра тяжести пучка для квадрата ширины

$$a^2(z) = a_x^2 + a_y^2 - X_{\text{ц}}^2 \quad (7)$$

существует оптимальное значение b , при котором реализуется ее минимум. Так, при распространении оптического излучения с первоначально уплощенным профилем изменение квадрата ширины происходит по закону

$$a^2(z) = \frac{2^{1-2/m}}{3} \frac{\Gamma(1 + 3/m)}{b^{2/m} \Gamma(1 + 1/m)} + \frac{z^2 \Gamma(2 - 1/m) m b^{2/m}}{\Gamma(1 + 1/m) 2^{3-2/m}} +$$

$$+ \frac{z^2 \theta_{\text{нл}}^2 b^{4/m}}{\Gamma^2(m) 2^6} \left(\frac{2^{4/m}}{3^{2/m}} + \frac{m \Gamma(2 - 1/m) \Gamma(1 + 1/m) 2^{4/m}}{3^{3 - 1/m}} - 1 \right). \quad (8)$$

Отметим, что в (8) a_x^2 и a_y^2 в первые два слагаемых дают равный вклад.

Видно, что для каждого набора параметров $m, z, \theta_{\text{нл}}$ существует оптимальное значение $b^{2/m}$, при котором $a^2(z)$ достигает минимума, и оно определяется из решения кубического относительно $\xi = b^{2/m}$ уравнения

$$-\frac{c_1}{\xi^2} + c_2 + 2 c_3 \xi = 0. \quad (9)$$

Для краткости в (9) коэффициенты перед $b^{2/m}$ из (8) обозначены соответственно через $c_i, i=1, 2, 3$. Интересно отметить, что даже при распространении оптического излучения в линейной среде ($\theta_{\text{нл}} = c_3 = 0$) оптимальным является распределение с отличным от 1 значением параметра

$$(b_{\text{опт}})_r = \left(\frac{2^{4-4/m} \Gamma(1 + 3/m)}{3 m \Gamma(2 - 1/m)} \right)^{m/4} z^{-m/2} = \varphi_r(m) z^{-m/2}. \quad (10)$$

Из (10) следует, что при фиксированном m с ростом z необходимо переходить к более широким пучкам. Зависимость коэффициента $\varphi_r(m)$ от параметра m представлена на рис. 1 сплошной кривой. Анализ рисунка и выражения (10) показывает, что в случае $z < 1$ (трасса меньше дифракционной длины эталонного пучка) для разных m может быть оптимальным одно и то же значение b . Для $z > 1$ такая ситуация никогда не реализуется.

Выбор $(b_{\text{опт}})_r$ (т.е. начальной ширины пучка) приводит к следующему значению радиуса оптического излучения на приемнике

$$a^2(z, b_{\text{опт}}) = z \left(\frac{m \Gamma(1 + 3/m) \Gamma(2 - 1/m)}{3 \Gamma^2(1 + 1/m)} \right)^{1/2} = z \xi(m). \quad (11)$$

Зависимость $\xi(m)$ изображена на рис. 1 штриховой кривой.

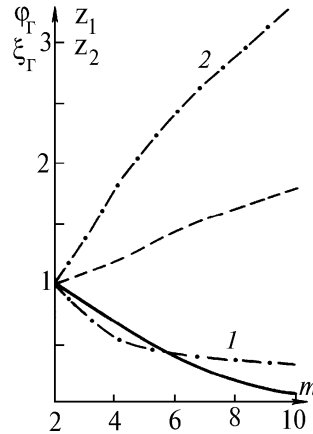


Рис. 1. Зависимости функций $\varphi_r(m)$ (сплошная кривая), $\xi_r(m)$ (штриховая кривая), z_1 и z_2 (соответственно штрихпунктирные кривые 1 и 2) от параметра m для гипергауссовых пучков

Как видно из рисунка, предельно достижимое минимальное значение ширины пучка в сечении z линейной среды с ростом m увеличивается. Тем не менее при оптимальном выборе параметра b ширина пучка на приемнике уменьшается по сравнению со значением, достигаемым при $b = 1$, в следующее число раз:

$$\eta = \frac{1}{2}(b_{\text{опт}}^2 + 1/b_{\text{опт}}^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_r^2(m)}{z^m} + \frac{z^m}{\varphi_r^2(m)} \right). \quad (12)$$

Следовательно, при использовании уплощенных пучков требования к выбору начального радиуса оптического излучения возрастают. Интересно сравнить ширину гауссова пучка ($b = 1$) и профилированного при оптимальном b . Легко показать, что их отношение равно

$$\eta_r = 0,5 (1 + z^2) / z \xi(m). \quad (13)$$

Таким образом, существует область трассы распространения, в которой переход к гипергауссовым пучкам нецелесообразен ($\eta \leq 1$) при плоском начальном волновом фронте:

$$\xi(m) - \sqrt{\xi^2(m) - 1} = z_1 \leq z \leq z_2 = \xi(m) + \sqrt{\xi^2(m) - 1}. \quad (14)$$

Для гауссова пучка $\eta = 1$ в одной точке. С ростом m ширина этой зоны увеличивается, и для гипергауссова пучка $m = 10$ она достигает значений $0,3 \div 3,3$. Поэтому в линейной среде оптическое излучение с первоначально уплощенным распределением амплитуды и плоским фазовым фронтом целесообразно использовать либо в ближней (трасса $\leq (0,15 \div 0,28) ka^2$), либо в дальней зоне (трасса $\geq (0,9 \div 1,63) ka^2$) соответственно при увеличивающемся m . Сказанное выше иллюстрирует рис. 1, на котором штрихпунктирными кривыми представлены зависимости z_1 и z_2 от параметра m . В области трасс, находящихся между кривыми 1 и 2, переход к уплощенному пучку не приводит к уменьшению по сравнению с гауссовым оптическим излучением его радиуса.

В более общем случае ($c_3 \neq 0$) детальный анализ уравнения (9) затруднителен из-за необходимости решения кубического уравнения. Однако наиболее важные зависимости $\xi_{\text{опт}}$ от дополнительной расходимости, трассы распространения и параметра m можно получить. Для этого преобразуем уравнение (9) к виду

$$\delta_r(m) \theta_{\text{нл}}^2 z \eta = 1/\eta^2 - 1, \quad (15)$$

введя новую переменную $\eta = \xi/\xi_{\text{опт.л}}$, где $\xi_{\text{опт.л}}$ – оптимальное значение ξ при распространении пучка в линейной среде,

$$\delta_r(m) = \sqrt{\Gamma(1 + 3/m) / 3} [\Gamma^3(1 + 1/m) \Gamma^{3/2}(2 - 1/m) m^{3/2} 2^{4/m}]^{-1} \times \\ \times \left[\frac{2^{4/m}}{3^{2/m}} - 1 + m \Gamma(2 - 1/m) \Gamma(1 + 1/m) 2^{4/m} / 3^{3-1/m} \right]. \quad (16)$$

Значение функции $\delta_r(m)$ представлено в таблице.

Используя графический метод решения уравнения (15), нетрудно убедиться, что при прохождении пучком тонкого нелинейного слоя оптимальное значение η меньше 1, и оно тем ближе к нулю, чем больше параметр $z\theta_{\text{нл}}^2 \delta_r(m)$. Нетрудно видеть, что при достаточно больших значениях этого параметра (когда $\eta \ll 1$) оптимальное $\eta_{\text{опт}} = 1/(\theta_{\text{нл}}^{2/3} z^{1/3} \delta_r(m))$.

Аналогичным образом анализировалось распространение трубочатых пучков.

2. Амплитудная компенсация случайных фазовых искажений оптического излучения

Одной из наиболее сложных проблем нелинейной адаптивной оптики является проблема компенсации искажений световых пучков, распространяющихся в турбулентной среде. В литературе, посвященной данной проблеме, практически не проводился анализ влияния начального профиля пучка на его энергетические характеристики в сечении приемника. Ниже приводится данное исследование для случая прохождения оптическим излучением тонкого слоя турбулентной среды (см. также [19]). Предварительно отметим, что эффективно компенсировать искажения пучка гибким зеркалом, отрабатывающим низшие абберрационные моды, возможно, если радиусы корреляции и пучка примерно равны друг другу. С уменьшением их

отношения число необходимых мод зеркала быстро возрастает. Поэтому целесообразно обратиться к оптимизации других параметров пучка, например его профиля. С этой целью были проведены расчеты положения центра тяжести пучка по формуле (1) для различных начальных распределений амплитуды из класса

$$f(x, y) = ((1 - c) + c(x^m + y^m)) \exp[-2(x^m + y^m)] \quad (17)$$

(цифра 2 в экспоненте для удобства расчетов) при прохождении им слоя турбулентной среды, на выходе из которой он приобретает случайный фазовый набег $S_\phi(x, y)$. Пусть S_ϕ – гауссова случайная величина с функцией корреляции

$$S_\phi(x, y) S_\phi(x', y') = \sigma^2 \exp[-((x - x')^2 + (y - y')^2) / \rho_k^2], \quad (18)$$

где ρ_k – нормированный на a радиус корреляции; σ – дисперсия флуктуаций, и нулевым средним значением $\bar{S}_\phi = 0$ (усреднение обозначим чертой сверху). В (17) c – коэффициент, изменяющийся в пределах от 0 до 1. Результаты расчетов представлены на рис. 2, 3 в виде зависимости $J_{ц} = X_{ц}^2(z)$ от параметра ρ_k в сечении $z = 1$ $\sigma = 1$.

На рис. 2, *a* представлены зависимости $J_{ц}$ для гипергауссовых ($c = 0$) пучков. Цифры у кривых соответствуют значению параметра m . На нем можно выделить четыре характерных области, которые практически одинаковы для профилей пучка. Так, с уменьшением ρ_k от 6 до 4 среднее квадратическое отклонение центра пучка возрастает. Если ρ_k лежит в интервале 2 – 4, то значение $J_{ц}$ не изменяется. Заметим, что профилирование приводит к уменьшению $J_{ц}$ в 1,5 раза (для $m = 10$) по сравнению со смещением центра гауссова пучка.

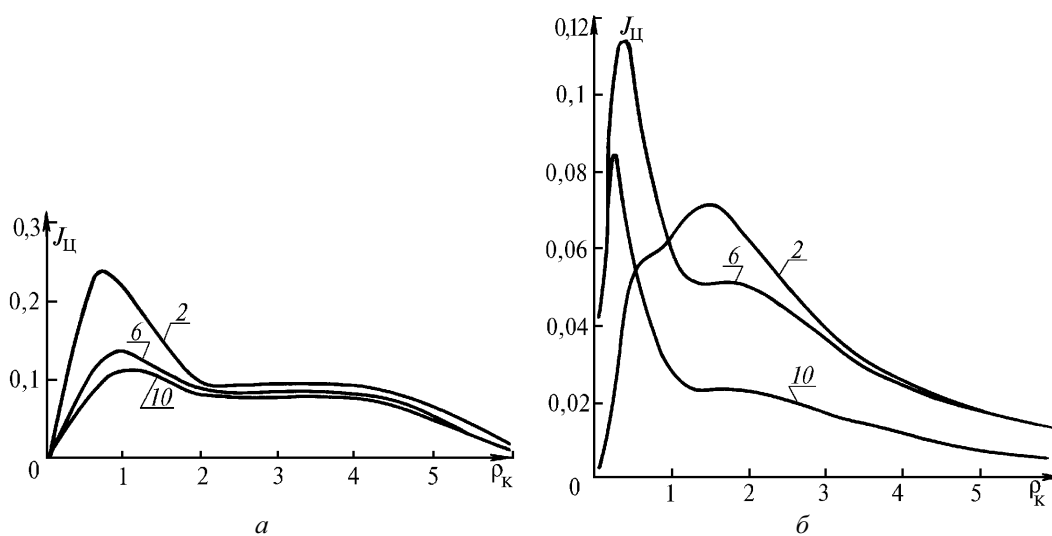


Рис. 2. Зависимости дисперсии квадрата положения центра гипергауссова (*a*), гипертрубчатого (*б*) пучков от радиуса корреляции. Цифры у кривых соответствуют значению параметра m

В третьей области с уменьшением ρ_k $J_{ц}$ растет, причем левая граница области и минимальное значение $J_{ц}$ определяются профилем пучка. Важно, что с ростом m максимум смещения уменьшается в два раза для $m = 10$ и смещается в сторону увеличения ρ_k . Для практики большой интерес представляет случай $\rho_k < 1$. Существенно, что значение среднее квадратическое отклонение центра пучка с $m = 10$ в точке достижения его максимума в 2,5 раза меньше соответствующего значения для гауссова пучка.

В последней области происходит уменьшение $J_{ц}$ при стремлении ρ_k к нулю. Это обстоятельство связано с увеличением ширины пучка на приемнике и <размазыванием> пучка за счет мелких флуктуаций.

В случае гипертрубчатых пучков ($c = 1$) зависимости блуждания центра тяжести пучка (представленные на рис. 2, б) существенно отличаются от рассмотренных выше зависимостей для уплощенных пучков. Прежде всего отметим, что для трубчатых пучков нет области с платообразной зависимостью $J_{ц}$ от ρ_k . Кроме того, для $\rho_k > 3$ среднеквадратическое смещение центра гипертрубчатого пучка с $m = 10$ примерно в два раза меньше трубчатого пучка с $m = 2$. В отличие от уплощенных пучков в данном случае значения $J_{ц}$ для $\rho_k \geq 4$ совпадают при $m \leq 6$. Еще одно отличие состоит в зависимости максимума $J_{ц}$ от ρ_k . С ростом m он смещается в область уменьшения ρ_k и его величина растет. Заметим, что наибольшая дисперсия смещения центра пучка с $m = 10$ превосходит в 2,3 раза соответствующее значение, достигаемое для трубчатого пучка с $m = 2$. Однако при $\rho_k \geq 0,5$ целесообразность использования гипертрубчатого пучка с $m = 10$ не вызывает сомнений. Отметим, что максимум $J_{ц}$ трубчатого пучка смещен в область превышения радиусом корреляции радиуса пучка, что также дает практические преимущества использования трубчатых пучков.

Аналогичные расчеты проводились для значений параметра c , равных 0,5; 0,1; 0,2; 0,9; 0,8. Типичные зависимости среднеквадратического смещения центра тяжести пучка представлены на рис. 3, а, б соответственно для $c = 0,835$; 0,91. Из проведенных расчетов следует, что использование пучков с $c \leq 0,4$ нецелесообразно, так как для практически важного случая $\rho_k < 1$ они не дают выигрыша в уменьшении $J_{ц}$ по сравнению с вышеизложенными случаями. Перспективными для данного приложения оказываются пучки с $c \sim 0,8$. Однако конкретное значение параметра c , при котором достигается наименьшее значение $J_{ц}$, зависит от m (см. рис. 3).

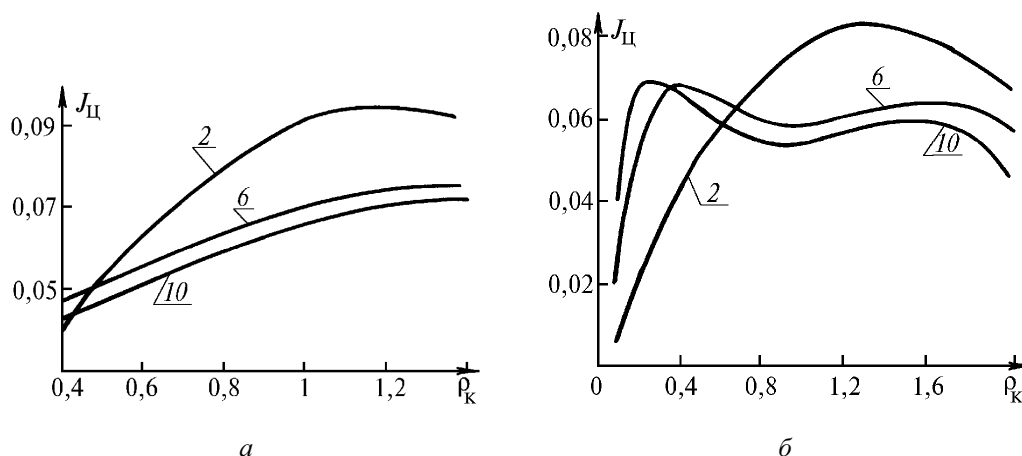


Рис. 3. Зависимости, аналогичные рис. 2, для пучков с значением параметра c , равным 0,835 (а), 0,91 (б)

Таким образом, профилирование светового пучка позволяет значительно уменьшить дисперсию флуктуаций центра тяжести оптического излучения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 95 – 02 – 04448).

1. Суханов И.И., Троицкий Ю.В., Якушкин С.В. // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. N 2. С. 433–434.
2. Матизен Ю.Э., Троицкий Ю.В. // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. N 7. С. 1437–1441.
3. Мак А.А., Нилов Е.В., Русов В.А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 12. С. 2415–2417.
4. Розанов Н.Н., Семенов В.Е. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. Вып. 24. С. 1531–1534.
5. Макаров Г.Н. // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. N 8. С. 1665–1669.
6. Высотина Н.В. и др. // Изв. вузов. Сер. Физика. 1985. N 11. С. 42–50.
7. Трофимов В.А. // Вестник МГУ. Сер. Физика и астрономия. 1987. Т. 28. N 5. С. 36–40.
8. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д. Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 256 с.
9. Dubik A., Sarzynski A. // J. of Technical Physics. 1984. V. 25. N 3–4. P. 441–455.
10. Кукушкин В.Г. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. N 7. С. 1474–1478.
11. De Silvestri S. et al // Optics Letters. 1988. V. 13. N 3. P. 201–203.
12. Трофимов В.А. // Вестник МГУ. Сер. Физика и астрономия. 1983. Т. 24. N 2. С. 70–72.

13. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. Численное исследование процессов самовоздействия трубчатых волновых пучков. М., 1984. 20 с. (Препринт/ ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, N 140).
14. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. // Известия вузов. Сер. Радиофизика. 1984. Т. 27. С. 1292–1298.
15. Трофимов В.А. // Известия вузов. Сер. Радиофизика. 1985. Т. 28. N 5. С. 624–633.
16. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. N 9. С. 1839–1848.
17. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. // III Всесоюз. симпозиум по распространению лазерного излучения в дисперсной среде. (Тезисы докл.). Обнинск: Изд-во ИЭМ, 1985. Ч. 4. С. 38–41.
18. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. Численное моделирование нестационарного самовоздействия профилированных световых пучков. М., 1988. 23 с. (Препринт/ ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, N 21).
19. Трофимов В.А. // Лазерные пучки. Хабаровск: Изд-во Хабаровского политехнич. института, 1988. С. 8–13.
20. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н., Трофимов В.А. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 3. С. 294–301.
21. Захарова И.Г., Карамзин Ю.Н. // X Всесоюз. симпозиум по дифракции и распространению волн. (Тезисы докл.) Волны и дифракция-90. Винница: Винницкий политехнич. институт, 1990. Т. 1. С. 208–210.
22. Сухоруков А.П., Титов В.Н., Трофимов В.А. // Известия АН СССР. Сер. Физическая. 1990. Т. 54. N 6. С. 1099–1103.
23. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. Математическое моделирование в нелинейной оптике. М.: Изд-во Московского ун-та, 1989. 154 с.
24. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Чернега П.И. М., 1979. 80 с. (Препринт/ ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, N 5).
25. Ахманов С.А., Воронцов М.А., Кандидов В.П. и др. // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1980. Т. 23. N 1. С. 3–37.
26. Сухоруков А.П., Тимофеев В.В., Трофимов В.А. и др. // Известия вузов. Сер. Радиофизика. 1984. Т. 27. N 12. С. 1514–1524.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
23 декабря 1994 г.

I. G. Zakharova, Yu. N. Karamzin, V. A. Trofimov. Some Problems of Optical Radiation Nonlinear Distortions Compensation. Blooming and Random Phase Distortions of Profiled Beams.

The propagation of profiled beams through optically thin layer of nonlinear or turbulent media is treated. The regions are determined in which the transition to the profiled beams results in reducing of their cross-section radius in the receiver location. A comparison between the profiled and Gaussian beams is presented.