

АДАПТИВНАЯ ОПТИКА

УДК 621.371

В.П. Лукин

ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ОПОРНЫХ ЗВЕЗД

Исследуются некоторые вопросы, связанные с одной из наиболее перспективных тенденций развития современного адаптивного телескопа наземного базирования, в частности с оснащением его дополнительной оптической системой формирования лазерной опорной звезды. Настоящая работа посвящена вопросам определения типа формируемой лазерной опорной звезды. Дело в том, что в соответствии с научной литературой различают как основные – моностатическую и бистатическую схемы формирования лазерной опорной звезды. В моностатической схеме предполагается, что фокусируемый лазерный пучок формируется в атмосфере таким образом, что флуктуации для лазерной опорной звезды, обусловленные прохождением по прямой и обратной трассам, обладают максимальной корреляцией. Противоположная ситуация наблюдается для бистатической схемы, когда предполагается полное отсутствие корреляции флуктуаций, обусловленных прохождением по прямой и обратным трассам. В настоящей работе представлены результаты расчетов для такой «общей» схемы формирования лазерной опорной звезды, когда возможно получение произвольного значения корреляции между случайными угловыми смещениями изображения, обусловленными флуктуациями на прямой и обратной трассах. Выражения для моностатической и бистатической схем получаются как предельные случаи.

Одной из наиболее перспективных тенденций развития современного адаптивного телескопа наземного базирования является оснащение его дополнительной оптической системой формирования лазерной опорной звезды [1–3]. На мой взгляд, достаточно полная библиография современных работ (к сожалению, сюда не вошли работы, выполненные ранее в СССР и в России в последние годы) по основным этапам развития систем формирования лазерных опорных звезд сделана в работе Р. Рагазони [3].

Настоящая публикация является логическим продолжением работ, выполненных в 1966–1986 гг. в СССР [4–17], а также в последнее время в России [18–22]. Теоретические и прикладные исследования по использованию лазеров для создания искусственных опорных звезд, которые стали очень популярны в последние годы, заставили меня вернуться к некоторым результатам, которые были получены мною более 18 лет назад. Наиболее полно эти результаты были опубликованы в моих работах [7, 12, 16]. Широкому кругу исследователей, особенно западных, они стали более доступны после выхода монографии [17]. Четвертая и пятая главы монографии и были посвящены этому вопросу. Надо заметить, что многие решаемые сейчас вопросы были решены уже тогда.

Особенности флуктуаций отраженных оптических волн

Важность исследований эффективности адаптивных оптических систем с использованием искусственных опорных источников была понята в начале 70-х гг. [14–17]. Уже в этот период были сформулированы основные принципы, на которых основана работа систем, использующих опорные источники для получения информации о флуктуациях в канале распространения оптического излучения. Поскольку

принцип взаимности [14, 15, 17] является основой адаптивных оптических систем, то наиболее эффективной адаптивной оптической системой является система, использующая независимый опорный источник, распространяющийся в противоположном направлении к основному излучению.

С точки зрения практики наиболее реализуемыми являются системы, у которых используется обратно рассеянное излучение (от неоднородностей атмосферы или от объекта). В этом случае формируется искусственный (виртуальный) опорный источник [12].

В начале 80-х гг. среди астрономов, разработчиков адаптивных телескопов, появилось новое понятие – *лазерная опорная звезда* (ЛОЗ) [2, 3]. Существуют две основные схемы формирования ЛОЗ: моностатическая и бистатическая. Лазер, используемый для этих целей, расположен на Земле, и поэтому принимаемое оптическое излучение проходит через одни и те же атмосферные неоднородности дважды. Первый раз – по трассе снизу вверх, чтобы сформировать саму ЛОЗ. Второй раз – по трассе сверху вниз – в результате рассеяния назад (вторичная эмиссия, упругое аэрозольное или молекулярное рассеяние) от неоднородностей атмосферы. В обеих схемах необходимо принимать во внимание особенности флуктуаций оптических волн, прошедших через атмосферу дважды.

Примерно в начале 70-х гг. исследователи, работающие с оптическими системами видения и формирования оптических пучков в атмосфере, поняли важность учета особенностей флуктуаций отраженных волн [4, 5]. В противоположность передающим системам в системах зондирования всегда присутствует проходимость атмосферной трассы дважды. Исследователи указанных систем и ввели такие термины, как *эффективный рассеивающий объем*, *моностатическая оптическая схема*, *бистатическая*

схема лазерного зондирования и некоторые другие. На мой взгляд, такие термины, как *эффективный рассеивающий объем* и *лазерная опорная звезда* – это научные синонимы. В русле этих исследований в период 1975–1983 гг. были рассмотрены флуктуации смещения центра тяжести изображения, формируемого в локационной схеме зондирования неоднородностей атмосферы с использованием фокусируемого лазерного пучка. Исследовались [4] флуктуации смещения изображения лоцируемого объема атмосферы. Рассматривались моностатическая и бистатическая схемы локации.

Были получены выражения [4] для дисперсии флуктуаций центра тяжести смещения оптического изображения в плоскости фотодетектора при локации поверхности с произвольными рассеивающими свойствами [4, с. 84–95]. Для сильно рассеивающей поверхности – в приближении ламбертовского рассеяния – для бистатической схемы локации было получено, что дисперсия линейного смещения центра тяжести изображения ρ_{im} при отражении дается [4, с. 92]:

$$\langle \rho_{im}^2 \rangle = \frac{F^2}{X^2} \langle \rho_{л.п}^2 \rangle + F^2 \langle (\rho_F^{ss})^2 \rangle, \quad (1)$$

где $\langle \rho_{л.п}^2 \rangle$ – дисперсия случайного смещения центра тяжести лазерного пучка в плоскости локации (распространяющегося снизу вверх); $\langle (\rho_F^{ss})^2 \rangle$ – дисперсия случайного углового смещения изображения неподвижного «вторичного» источника (при распространении сверху вниз); F – фокусное расстояние телескопа; X – расстояние между лазерным источником и рассеивающим объемом.

Таким образом, было показано, что для бистатической схемы (предполагалась предельная бистатическая схема, когда отсутствует корреляция между флуктуациями для прямой и обратной трасс) дисперсия углового смещения изображения складывается из дисперсий угловых смещений зондирующего пучка и угловых смещений изображения неподвижного «вторичного» источника. Для сильно рассеивающей среды и фокусированного пучка «вторичный» источник фактически представляет собой точечный источник.

Дрожание изображения протяженных источников последовательно также изучалось в этот период. Здесь особо следует выделить работы [6, 10]. В [6] было получено выражение для дисперсии дрожания изображения протяженного источника, представляющего собой светящуюся тонкую нить. Работа [10] была связана с исследованием корреляции дрожания центров тяжести двух произвольно ориентированных лазерных пучков.

Тем не менее авторам [4] не удалось корректно учесть и рассчитать взаимную корреляцию между флуктуациями смещения фокусированного пучка и смещениями изображения «вторичного» источника.

Взаимная корреляция случайных смещений пучков и изображений

В 1978–1980 гг. [7, 12] я изучал проблему стабилизации направления лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Для решения этой проблемы рассматривались измерения смещения изображения опорного источника (включая и естественную звезду) в фокальной плоскости телескопа. В частности, в работе [7] была рассчитана взаимная корреляционная функция $\langle \rho_{л.п} \rho_F \rangle$ между вектором, характеризующим случайное смещение энергетического центра тяжести оптического пучка $\rho_{л.п}$, который распространялся через турбулентную среду, и вектором, определяющим центр тяжести изображения звезды или какого-либо опорного источника, формируемого той же оптической системой ρ_F . При этом предполагалось, что это может быть изображение опорного источника-бакена или оптического пучка, отраженного от некоего объекта. Как частные случаи, это могут быть изображения естественной звезды, изображение лазерного пучка, отраженного зеркально, или точечный опорный источник.

В работе [7] рассчитана взаимная корреляционная функция между случайным смещением центра тяжести гауссова пучка и центра тяжести изображения неограниченной плоской волны. Пучок и плоская волна распространялись вдоль одной и той же оптической трассы. Случайные смещения центра тяжести пучка определяются вектором [8]:

$$\rho_{л.п} = \frac{1}{P_0} \int_0^X d\xi (X - \xi) \iint d^2 RI(\xi, \mathbf{R}) \nabla_R n_1(\xi, \mathbf{R}), \quad (2)$$

$$P_0 = \iint d^2 RI(0, \mathbf{R}),$$

где $n_1(\xi, \mathbf{R})$ обозначают флуктуации показателя преломления в точке (ξ, \mathbf{R}) ; $I(\xi, \mathbf{R})$ – это интенсивность поля в точке (ξ, \mathbf{R}) от лазерного источника, расположенного в начале координат в начальной плоскости (для $\xi = 0$); X – толщина слоя атмосферы. Случайные смещения изображения в фокальной плоскости оптической системы (телескопа, или эквивалентной «тонкой» линзы с фокусным расстоянием F и площадью $\Sigma = \pi R_0^2$) даются [9] выражением:

$$\rho_F = -\frac{F}{k \Sigma} \iint_{\Sigma} \nabla_{\rho} S(x, \rho) d^2 \rho, \quad (3)$$

где k – это волновое число излучения; $S(x, \rho)$ – фазовые флуктуации в оптической волне на апертуре оптической системы (в плоскости $\xi = X$) в точке ρ . Взаимная корреляция случайных векторов $\rho_{л.п}$ и ρ_F дается

$$K = \langle \rho_{л.п} \rho_F \rangle / [\langle \rho_{л.п}^2 \rangle \langle \rho_F^2 \rangle]^{1/2}. \quad (4)$$

Здесь и далее в этой статье $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по ансамблю реализаций случайной функции $n_1(\xi, \mathbf{R})$. Предположим, что функции $\langle I(\xi, \mathbf{R}) \rangle$ и $\Phi_n(\xi, \kappa)$ изотропны, а средняя интенсивность $\langle I(\xi, \mathbf{R}) \rangle$ для гауссова пучка дается [8] выражением:

$$\langle I(\xi, \mathbf{R}) \rangle = \frac{a^2}{a_{\text{ef}}^2(\xi)} \exp(-R^2/a_{\text{ef}}^2(\xi)), \quad (5)$$

где

$$a_{\text{ef}}^2(\xi) = a^2 \left[\left(1 - \frac{X}{f} \xi\right)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2} \left(\frac{1}{2} D_S(2a)\right)^{6/5} \right];$$

$\Omega = \frac{ka^2}{X\xi}$; a и f – начальные параметры гауссова пучка; $D_S(2a)$ – структурная функция фазы. В результате получаем [7]:

$$\begin{aligned} K = & \int_0^1 d\xi (1-\xi) \int_0^\infty d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \exp\left(-\frac{\kappa^2 (R_0^2 + a_{\text{ef}}^2)}{4}\right) \times \\ & \times \cos\left(\frac{\kappa^2 x (1-\xi)}{2k}\right) \times \\ & \times \left(\int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \exp\left(-\frac{\kappa^2 a_{\text{ef}}^2(\xi)}{2}\right) \right)^{-1/2} \times \\ & \times \left(\int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa) \exp\left(-\frac{\kappa^2 R_0^2}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\kappa^2 x (1-\xi)}{2k}\right) \right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

В расчетах мы используем следующий спектр:

$$\Phi(\xi, \kappa) = 0,033 C_n^2(\xi) (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}, \quad (7)$$

учитывающий отклонение от степенного в области внешнего масштаба турбулентности $L_0 = 2\pi \kappa_0^{-1}$; $C_n^2(\xi)$ – структурный параметр турбулентной атмосферы.

Оценки были выполнены для однородной трассы (начальный диаметр пучка равен диаметру входной апертуры телескопа), для следующих параметров задачи:

$$\kappa_0^{-1} \gg (R_0, a_{\text{ef}}, \sqrt{x/k}); kR_0^2 \gg x, \quad \Omega^{-2} \left(\frac{1}{2} D_S(2a)\right)^{6/5} \ll 1.$$

Мы получили (для фокусированного пучка $f=X$) значение $K = 0,84$.

Таким образом, была показана [7] высокая положительная корреляция между смещениями гауссова пучка и смещением центра тяжести изображения плоской волны при условии, что лазерный пучок и плоская волна распространяются на одной и той же трассе, в одном и том же направлении.

Позднее в 1980 г. эти результаты были обобщены [12] на случай, когда формирования пучка и изо-

бражения происходят навстречу друг другу. При этом предполагалось, что формирование опорного изображения в фокальной плоскости телескопа производится для следующих сценариев: плоская волна, сферическая волна, произвольный гауссов пучок, отраженный от плоского зеркала. Для случая плоской волны на однородной трассе было получено: $K = -0,87$ (для коллимированного пучка); $K = -0,82$ (для фокусированного пучка). Для опорной сферической (и любой другой) волны результаты расчета $\langle \rho_{\text{лп}} \rho_F \rangle$ могут быть получены непосредственно из расчетов в [12].

В [16] впервые были проведены расчеты эффективности коррекции формирования изображения протяженного объекта через турбулентную атмосферу на основе адаптивного телескопа, работающего с использованием опорной звезды.

В результате можно констатировать, что в работах российских авторов еще в 1966–1982 гг. были рассчитаны все необходимые функции для анализа случайных смещений изображения локационного объема при лазерном зондировании атмосферы как по бистатической, так и по моностатической схемам. Однако всякий раз при решении конкретной задачи остается открытым вопрос о модели рассеивающей (или отражающей) среды, что, в свою очередь, определяет модель «вторичного» источника (см. (1)). При этом возможно как введение модели рассеивателя, так и решение оптической задачи рассеяния.

Проблемы использования лазерной опорной звезды

Современный интерес к этой проблеме возник в связи с предложением использовать сигнал от лазерной опорной звезды для коррекции изображения в телескопе наземного базирования. На существование нескольких серьезных проблем в связи с использованием лазерной опорной звезды в телескопах, в частности, указал Р. Фугейт в [2], а именно влияние фокусного изопланатизма и практическая невозможность (для моностатической схемы) разделения вкладов в дрожание изображения лазерной опорной звезды, обусловленных как распространением снизу вверх, так и сверху вниз.

Надо заметить, что появилось несколько работ [23–25], в которых предлагается несколько подходов к решению одной из этих проблем. Так, в работах [24, 25] предлагается схема формирования лазерной опорной звезды, в которой используется лазерный пучок, проходящий через основной телескоп, а для измерений кроме основного используются два дополнительных телескопа, которые измеряют дрожание изображения лазерной опорной звезды. Оптический сценарий построен таким образом, что для основного телескопа ЛОЗ представляет собой точечный источник, а для дополнительных – протяженный. Поэтому, как указывает автор [24], моностатическая лазерная опорная звезда не может быть ис-

пользована для коррекции наклонов волнового фронта в основном телескопе, но бистатистическая схема (с дополнительными телескопами) позволяет выделить компоненту дрожания изображения лазерной опорной звезды, соответствующую направляемому лазерному пучку, которая высоко коррелирована с общим наклоном волнового фронта для естественной звезды. К сожалению, автор не обеспечил полный список цитирования используемых им работ, а представленные им в работе [24] формулы (15) и (16) неверны. В своей следующей работе [25] автор использует узкий лазерный пучок, направляемый оптической системой, расположенной перед основным телескопом, а в качестве сигнала для коррекции наклона предложил использовать разность дрожаний изображения лазерной опорной звезды, измеренной одновременно основным и вспомогательными телескопами. В этой работе опять нет необходимых ссылок на работы [4, 6, 7, 10, 12], выполненные задолго до автора [25].

В свою очередь должен также заявить, что при анализе схемы, предложенной Р. Рагазони, при написании своих работ [20, 21] я не обеспечил полного цитирования и пропустил ссылки на работы [23–25].

Корреляция между смещениями лазерного пучка и изображением естественной звезды для бистатистической схемы формирования лазерной опорной звезды

Вслед за Р. Рагазони [3, 23] рассмотрим следующую схему формирования лазерной опорной звезды (рис. 1). Лазерная опорная звезда создается с помощью лазерного устройства, имеющего отдельную передающую апертуру. Здесь введены обозначения: R_0 – размер апертуры основного телескопа; X – высота формирования лазерной опорной звезды (входная апертура телескопа размещена в плоскости $x = 0$); a_0 – размер апертуры вспомогательного телескопа, формирующего лазерную опорную звезду; ρ_0 – вектор смещения центра вспомогательного телескопа относительно оптической оси основного телескопа.

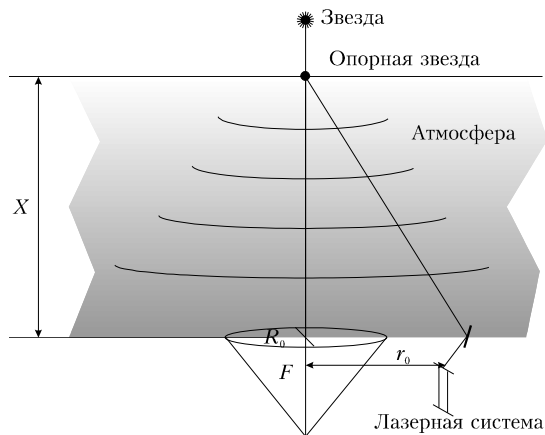


Рис. 1. Схемы формирования лазерной опорной звезды: моно-статическая, промежуточная и бистатистическая

Мы предполагаем, что основной телескоп работает в условиях адаптивной коррекции с использованием излучения лазерной опорной звезды, формируемой лазерным устройством на оптической оси основного телескопа на расстоянии (на высоте) X от входной апертуры. Согласно рис. 1 мы предполагаем, что основной телескоп нацелен строго в зенит, на его оптической оси наблюдаются одновременно слабая естественная звезда и лазерная опорная звезда. Зенитный угол направления лазерного пучка (для условия, что $|\rho_0| \ll X$) равен $|\rho_0|/X$.

Предположим, что естественная звезда расположена на бесконечности и формирует плоский волновой фронт. Вектор, характеризующий случайный наклон этого волнового фронта, обусловленный турбулентностью атмосферы, записывается в следующем виде [9]:

$$\Phi_F^{nl} = -\frac{1}{\Sigma} \iint_{\Sigma} d^2 \rho \nabla_{\rho} S^{nl}(0, \rho), \quad (8)$$

где $S^{nl}(0, \rho) = k \int_0^{\infty} d\xi \iint d^2 n(\mathbf{k}, x - \xi) \exp(i\mathbf{k}\rho)$ – фазовые флуктуации плоского волнового фронта на входной апертуре; Σ – площадь входной апертуры телескопа; k – волновое число излучения. В выражении (8) учтен тот факт, что оптическая волна от реальной звезды распространяется в атмосфере сверху вниз, а также использовано следующее спектральное разложение для флуктуаций показателя преломления атмосферы:

$$n_1(\xi, \rho) = \iint d^2 n(\mathbf{k}, \xi) \exp(i\mathbf{k}\rho).$$

Случайные угловые смещения центра тяжести лазерной опорной звезды, формируемой лазерным устройством на высоте X , можно записать [10] с помощью выражения (2), подставив в него

$$I = I(\xi, \mathbf{R} + \rho_0(1 - \xi/X)).$$

В последнем выражении, таким образом, учтен тот факт, что оптическая ось лазерного источника смещена на вектор ρ_0 и наклонена от зенита на угол $|\rho_0|/X$.

Предположим, что фокусируемый лазерный пучок достаточно широкий (так, что $\Omega^{-1} = ka_0^2/X \gg 1$), а дополнительное уширение лазерного пучка за счет действия турбулентности незначительно. При этом из входного зрачка основного телескопа лазерная опорная звезда может рассматриваться как точечный источник. При обратном распространении дополнительное угловое дрожание изображения такой сферической волны дается [9]

$$\Phi_F^{cf} = -\frac{1}{\Sigma} \iint_{\Sigma} d^2 \rho \nabla_{\rho} S^{cf}(0, \rho). \quad (9)$$

Рассчитаем взаимную корреляционную функцию между случайными угловыми смещениями изо-

бражения естественной звезды (функция (8)), формируемой телескопом, и сдвигом центра тяжести лазерного пучка, формируемого наклоненным лазерным источником (функция (2), (9)). В моих работах [7, 12, 14, 17] такая корреляция рассчитывалась неоднократно, в том числе и с использованием модели спектра турбулентности, учитывающей отклонение от степенного закона в области больших масштабов [17, 26–31]:

$$\Phi_n(\kappa, \xi) = 0,033 C_n^2(\xi) \kappa^{-1/3} \{1 - \exp(-\kappa^2/\kappa_0^2)\}, \quad (10)$$

где $C_n^2(\xi)$ – интенсивность турбулентности по трассе распространения; $\kappa_0^{-1}(\xi)$ – внешний масштаб турбулентности. С учетом [7, 12] данная корреляционная функция записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{л.п}(\rho_0) \Phi_F^{пл} \rangle &= \left(-2\pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)\right) 2^{1/3} R_0^{-1/3} \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \times \\ &\times (1 - \xi/X) \left\{ [1 + b^2 (1 - \xi/X)^2]^{-1/6} \times \right. \\ &\times {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2(1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2(1 - \xi/X)^2)}\right) - \\ &- [1 + b^2(1 - \xi/X)^2 + 4c^2]^{-1/6} \times \\ &\left. \times {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2(1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2(1 - \xi/X)^2 + 4c^2)}\right) \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Здесь использованы обозначения: $b = a_0/R_0$; $d = |\rho_0|/R_0$; $c = \kappa_0^{-1} R_0^{-1}$; a_0 – исходный размер фокусируемого лазерного пучка; ${}_1F_1(\dots)$ – вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса.

Из (11) видно, что второе слагаемое, стоящее в фигурных скобках, связано с влиянием внешнего масштаба турбулентности. Для бесконечного внешнего масштаба ($c \rightarrow \infty$) вторым слагаемым в (11) можно пренебречь, тогда корреляционная функция принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{л.п}(\rho_0) \Phi_F^{пл} \rangle &= \left(-2\pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)\right) 2^{1/3} \times \\ &\times R_0^{-1/3} \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X) \times \\ &\times [1 + b^2 (1 - \xi/X)^2]^{-1/6} \times \\ &\times {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2(1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2(1 - \xi/X)^2)}\right). \quad (12) \end{aligned}$$

Случай $d=0$ соответствует моностатической схеме формирования лазерной опорной звезды. В противоположной ситуации (для бистатической схемы) условие $d \gg 1$ соответствует асимптотике для гипергеометрической функции ${}_1F_1(\dots)$, тогда

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{л.п}(\rho_0) \Phi_F^{пл} \rangle &= \left(-2\pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)\right) 2^{1/3} R_0^{-1/3} \Gamma^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) d^{-1/3} \times \\ &\times \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X)^{2/3}. \quad (13) \end{aligned}$$

Из анализа последнего выражения можно заключить, что корреляция плоской волны и пучка уменьшается примерно до уровня 0,1, когда $d \geq 10^3$. Это фактически соответствует «предельной» бистатической схеме формирования лазерной опорной звезды.

Как показывают многочисленные экспериментальные данные [17, 27, 29, 32–35], внешний масштаб турбулентности $\kappa_0^{-1}(\xi)$ в атмосфере – заведомо конечная величина. Выполненные нами на основе использования различных моделей высотных распределений $C_n^2(\xi)$, $\kappa_0^{-1}(\xi)$ численные оценки [37] показывают, что для условий распространения оптического излучения через всю толщу атмосферы можно ввести *эффективный внешний масштаб турбулентности* для атмосферы в целом (подобно сделанному в работе [36]). Оказалось [37], что в средних условиях «видения» [38] величина такого *эффективного внешнего масштаба* составляет 5–60 м. Тогда для телескопа $R_0 = 4$ м параметр $c = \kappa_0^{-1} R_0^{-1} = 10$.

Проведем асимптотический анализ влияния внешнего масштаба на корреляционную функцию (11). Будем считать переменную d аргументом функции (11), b , c , X – ее параметрами. Простые оценки показывают, что начальная корреляция (для $d=0$) за счет влияния конечности внешнего масштаба турбулентности (для $c < 5$) уменьшается в 2–3 раза по сравнению с ее значением при бесконечном внешнем масштабе. При увеличении значения аргумента d (для $d > 1$) значение корреляции (11) уже не превышает 0,2. Для значений $d > 2c$ эта корреляция примерно в 17 раз меньше, чем ее значение при бесконечном внешнем масштабе. И, наконец, для $d \gg c$ корреляция $\langle \Phi_{л.п}(d) \Phi_F^{пл} \rangle$ меняет свой знак на противоположный и появляется зависимость $\approx d^{-7/3}$.

Таким образом, асимптотический анализ показывает, что для $c < 5$ при разnose осей основного и вспомогательного телескопов на величину $\rho_0 \geq 2\kappa_0^{-1}$ получаем практически «предельную» бистатическую схему.

Чтобы подтвердить выводы нашего асимптотического анализа, проведем численный расчет коэффициента корреляции:

$$K(d, b, c, X) = \frac{\langle \Phi_{л.п}(\rho_0) \Phi_F^{пл} \rangle}{\sqrt{\langle (\Phi_{л.п}(\rho_0))^2 \rangle \langle (\Phi_F^{пл})^2 \rangle}}, \quad (14)$$

который выражается через корреляционную функцию (11) и соответствующие дисперсии:

$$\langle (\Phi_F^{пл})^2 \rangle = \left(2\pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right)\right) 2^{1/6} R_0^{-1/3} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} d\xi C_n^2(\xi) [1 - [1 + 4c^2]^{-1/6}], \quad (15)$$

$$\langle (\Phi_{л.п}(\rho_0))^2 \rangle = \left(2\pi^2 0,033 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) \right) 2^{1/6} R_0^{-1/3} \int_0^X d\xi C_n^2(\xi) \times \\ \times \{ (b^2 (1 - \xi/X)^2)^{-1/6} - (b^2 (1 - \xi/X)^2 + 4c^2)^{-1/6} \}. \quad (16)$$

Расчеты были проведены для модели $C_n^2(\xi)$ [38], соответствующей «средним» условиям видения. При представлении результатов переменная d , характеризующая относительный разнос осей основного и вспомогательного телескопов, была выбрана в качестве аргумента функции. Расчеты были выполнены для двух наиболее характерных высот $X = 10$ и 100 км, что соответствует примерно положениям рэлеевской и натриевой лазерным опорным звездам. Значения параметра b выбирались соответственно равными $0,1$; $0,3$; $0,7$; $1,0$; $3,0$; $5,0$.

Практически значение параметра $b > 1$ соответствует опорной звезде, которую формирует большой телескоп для малого. Это может быть реализовано в обсерваториях, где размещены телескопы различных размеров, например в обсерватории Мауна Кия, когда 10-метровый телескоп Кекка формирует в атмосфере опорную звезду для телескопа меньших размеров.

Параметр c в наших расчетах принимал следующие значения: $1, 3, 5, 10, 100, 1000$. Случай $c = 1000$ практически соответствует случаю турбулентности колмогоровского типа. Результаты расчетов приведены на рис. 2 и 3. Каждый из рисунков приведен в виде шести фрагментов ($a, b, в, г, д, е$), что соответствует значениям $(1, 3, 5, 10, 100, 1000)$ для параметра c .

Интересно отметить, что наши численные результаты подтверждают выводы аналитического анализа, приведенные выше. В частности, по результатам расчетов можно сформулировать следующие выводы.

При большом значении внешнего масштаба ($c = 100$ и 1000) переход от моностатической ($d = 0$) к «предельной» бистатической схеме происходит, когда разнос осей основного и вспомогательного телескопов составляет $(200-1000) R_0$, т.е. когда $d > 200$.

При конечном значении величины внешнего масштаба ($c < 5$) уже практически для разносов, сравнимых с двумя-тремя внешними масштабами, происходит переход к «предельной» бистатической схеме.

Меньшие значения разносов осей телескопов (соответственно, $d < 200 R_0$, или же $d < c$) обеспечивают промежуточный случай.

Считаю необходимым отметить здесь, что эти наши расчеты отличаются от расчетов [25, 40], поскольку в этих работах изучалась угловая зависимость взаимной корреляции двух плоских волн, идущих из бесконечности под разными углами. В частности, в нашем случае коэффициент корреляции K для значений аргумента $d = 0$ (см. формулы

(11)–(13)) не равен тождественно -1 . Только с ростом значений параметров X и c значение K (для $d = 0$) асимптотически стремится к единице (со знаком минус). Впервые такие расчеты были выполнены еще в 1980 г. [12], мне известны также расчеты [10].

Интересно отметить особенность поведения коэффициента корреляции K для малых значений параметра c ($c = 1, 3, 5$) и при больших значениях параметра b ($b = 3, 5$). Этот случай реализуется, когда большой телескоп формирует опорную звезду для малого телескопа. Результаты (см. рис. 2, 3) показывают, что при этом корреляция в области значений аргумента $d < c$ остается практически постоянной (соответственно равной $0,4; 0,5; 0,7$).

С ростом параметра c корреляционная функция K становится более крупномасштабной: происходит увеличение радиуса корреляции. Должен отметить, что подобное явление отмечалась и в работе [25], где указывается на рост радиуса угловой корреляции с ростом величины внешнего масштаба.

Происходит также и постепенное насыщение роста радиуса корреляции. Для малых c (малое значение внешнего масштаба турбулентности) корреляция $K(d)$ спадает до уровня $0,1$ при $d = c$. Однако для $c = 100$ корреляция уменьшается до уровня $0,1$ при значении аргумента $d = c/2$, а для $c = 1000$ – при значении аргумента $d = c/10$. Причем это имеет место для высоты и 10 , и 100 км.

Предсказанное на основе асимптотического анализа такое явление, как изменение знака корреляции K (для этого нужно вернуться и сопоставить выражения (11) и (12)), связано с проявлением конечности внешнего масштаба. Для малых значений внешнего масштаба турбулентности ($c = 1, 3, 5$) в области значений аргумента $d > (2-3)c$ корреляция K меняет свой знак на противоположный. Для больших значений параметра c это явление обнаружить практически не удастся. Для бесконечного внешнего масштаба (см. выражение (12)) коэффициент корреляции K не меняет свой знак.

Очень важно найти взаимосвязь радиуса угловой корреляции двух плоских волн (эту величину рассчитывали в работах [25, 40]) и радиуса взаимной корреляции плоской волны и наклоненного гауссова пучка (эта характеристика представлена на рис. 2, 3). Тогда можно было бы использовать данные прямых астрономических наблюдений дрожания изображения двух звезд, наблюдаемых под разными углами, для прогнозирования величины взаимной корреляции для системы «телескоп – лазерная опорная звезда» и более корректно делать выводы о переходе системы формирования лазерной опорной звезды в бистатический режим. В настоящее время простое сопоставление кривых на рис. 2, 3 из настоящей работы и, например, кривых работы [25, рис. 2] невозможно, поскольку в этих работах использованы существенно различные модели атмосферной турбулентности.

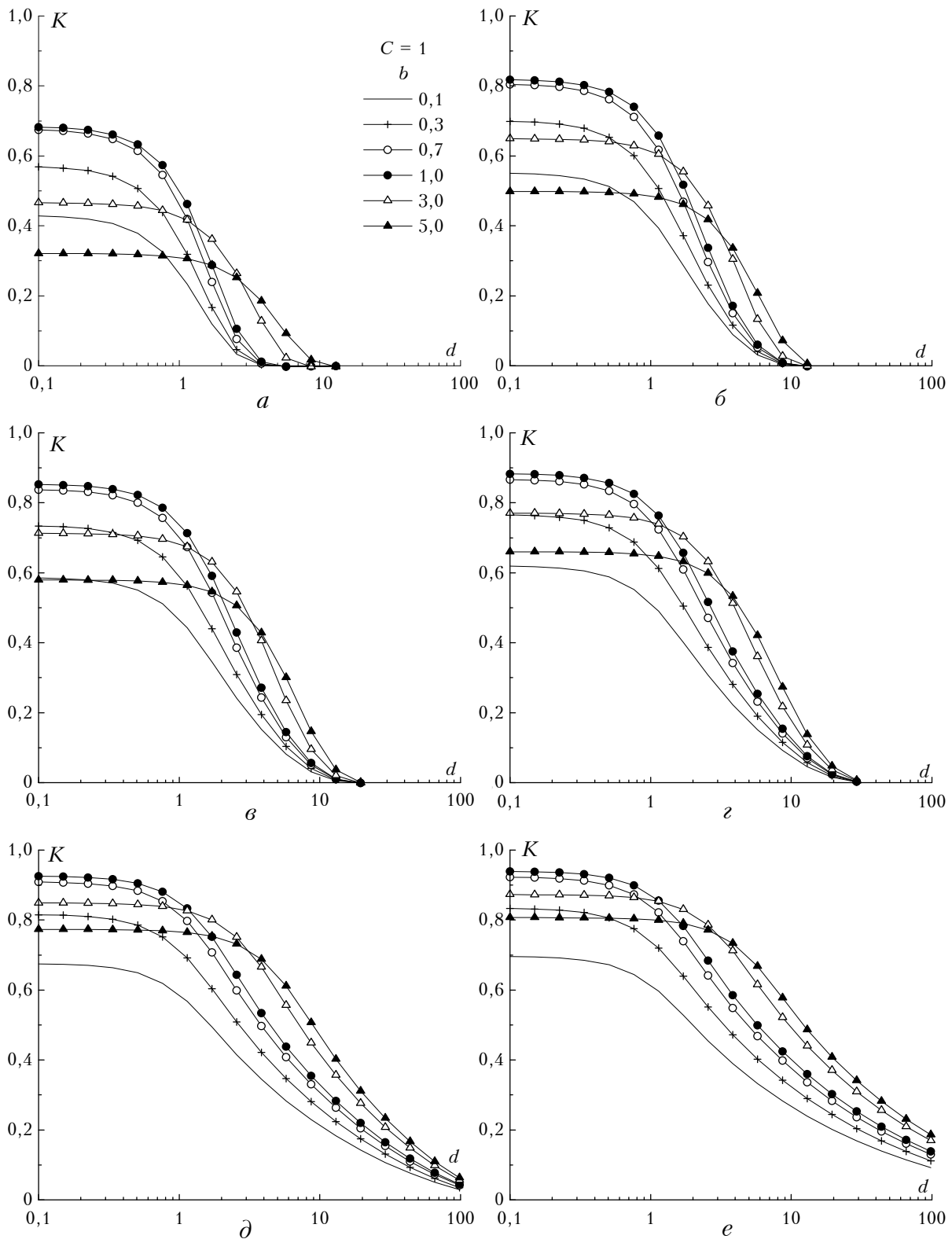


Рис. 2. Коэффициент корреляции (без учета знака) случайных угловых смещений центра тяжести изображения нормально падающей плоской волны и угловых смещений центра тяжести лазерного фокусированного пучка, наклоненного относительно оси телескопа для высоты формируемой лазерной опорной звезды $X = 10$ км

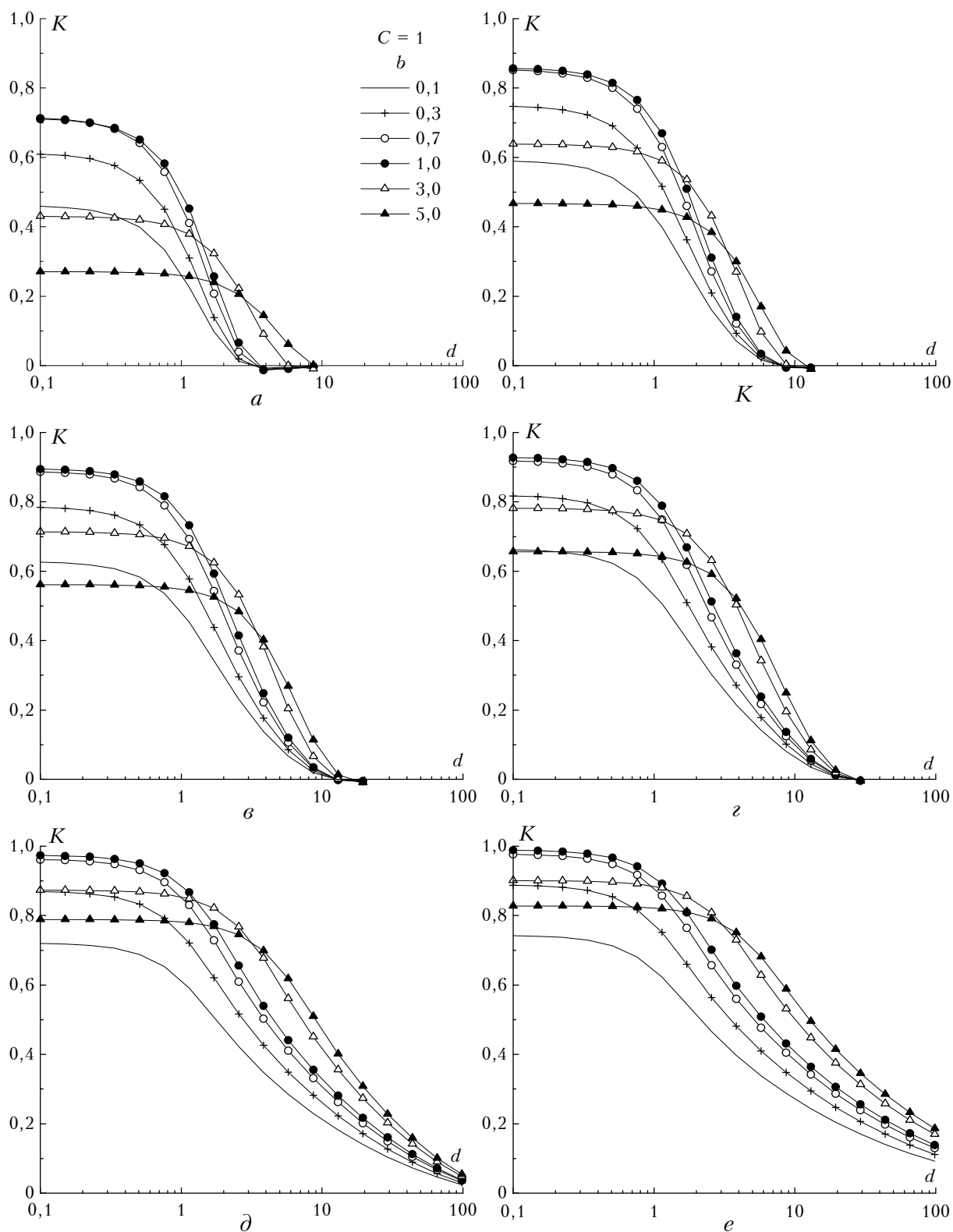


Рис. 3. Коэффициент корреляции (без учета знака) случайных угловых смещений центра тяжести изображения нормально падающей плоской волны и угловых смещений центра тяжести лазерного фокусированного пучка, наклоненного относительно оси телескопа для высоты формируемой лазерной опорной звезды $X = 100$ км

Алгоритм «оптимальной» коррекции общего наклона волнового фронта

Известно, что использование лазерной опорной звезды увеличивает зону устойчивой работы адаптивной системы. Но поскольку лазерная звезда формируется на конечной дальности, возникает необходимость корректирования данных оптических измерений от лазерной звезды для обеспечения эффективной коррекции искажений для реальных астрономических объектов. Мне представляется важным исследование возможности улучшения коррекции атмосферных искажений на основе использования моделей атмосферы [20, 22, 39]. Используя модели атмосферной турбулентности, можно:

а) оценить величину турбулентных искажений, располагающихся выше опорной звезды, тем самым определить оптимальную высоту формирования звезды,

б) обеспечить частичную компенсацию «фокусного изопланатизма» для системы, работающей по опорной звезде, находящейся на конечном расстоянии в атмосфере,

в) выбрать наиболее оптимальную схему формирования лазерной опорной звезды,

г) и наконец, улучшить возможности оценки общего наклона волнового фронта.

Безусловно, использование лазерных опорных звезд, формируемых в атмосфере на основе сигнала обратного рассеяния, связано с проблемой выбора оптимального алгоритма использования данных оптических измерений для коррекции случайного дрожания изображения звезд. Мы предлагаем конструировать алгоритм коррекции дрожания изображения звезды в виде [20]

$$\Phi_F^{\text{пл}} - A\Phi_m, \quad (17)$$

обеспечивая, за счет выбора коэффициента A , минимум дисперсии остаточных искажений:

$$\langle \beta^2 \rangle = \langle (\Phi_F^{\text{пл}} - A\Phi_m)^2 \rangle = \langle (\Phi_F^{\text{пл}})^2 \rangle + A^2 \langle (\Phi_m)^2 \rangle - 2A \langle \Phi_F^{\text{пл}} \Phi_m \rangle. \quad (18)$$

Находя минимум для дисперсии в виде (18), имеем

$$\langle \beta^2 \rangle_{\min} = \langle (\Phi_F^{\text{пл}})^2 \rangle - \langle \Phi_F^{\text{пл}} \Phi_m \rangle^2 / \langle (\Phi_m)^2 \rangle, \quad (19)$$

где корректирующий коэффициент A выражается только через детерминированные функции следующим образом:

$$A = \langle \Phi_F^{\text{пл}} \Phi_m \rangle / \langle (\Phi_m)^2 \rangle. \quad (20)$$

Из самого вида этого корректирующего коэффициента A мы можем заключить, что этот оптимизирующий множитель может быть получен непосредственно в процессе оптического эксперимента, используя дан-

ные прямых измерений. Другим альтернативным подходом является расчет корректирующего коэффициента на основе моделей турбулентной атмосферы по формулам (20), (9), (12), (13).

Необходимо отметить, что традиционный алгоритм коррекции (17), когда коэффициент $A = -1$, естественно, не обеспечивает минимума дисперсии (18). Чтобы подтвердить это, выполним сравнение величины остаточной дисперсии для оптимального и неоптимального алгоритмов коррекции.

В реальном эксперименте, как правило, у нас есть только данные измерений Φ_m , поскольку вектор $\Phi_F^{\text{пл}}$, характеризующий угловое дрожание реальной звезды, изображение которой и необходимо скорректировать, мы не можем измерить, так как реальная звезда дает слишком мало света для измерения с помощью датчика волнового фронта. В этой ситуации можно провести оценку этого оптимального коэффициента A по формуле (20) на основе модельного описания высотного распределения турбулентности [39].

В наших обозначениях минимально возможная дисперсия остаточных флуктуаций угловых смещений изображения звезды для схемы (см. рис. 1) может быть оценена по следующей формуле:

$$\langle \beta^2 \rangle_{\min} = \langle (\Phi_F^{\text{пл}})^2 \rangle \times \left\{ 1 - \frac{2^{1/3} f(X, b, d, C_n^2)}{\left[1 + b^{-1/3} - 2^{7/6} (1 + b^2)^{-1/6} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2}{(1 + b^2)}\right)\right]} \right\}, \quad (21)$$

где функция

$$f(X, b, d, C_n^2) = \left(\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X) \times \left\{ \left[1 + (1 - \xi/X)^2 \right]^{-1/6} - \left[1 + (b^2 (1 - \xi/X)^2) \right]^{-1/6} \times {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{d^2 (1 - \xi/X)^2}{(1 + b^2 (1 - \xi/X)^2)}\right) \right\} \right)^2 \times \left[\int_0^X d\xi C_n^2(\xi) (1 - \xi/X) \int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi) \right]^{-1} \quad (22)$$

зависит как от параметров оптического эксперимента, так и от используемой модели атмосферы (эти формулы записаны в предположении бесконечности внешнего масштаба). Как показывает проведенный численный анализ [21] последних выражений, оптимальная коррекция позволяет несколько уменьшить величину остаточных угловых искажений по сравнению с традиционной схемой.

Чтобы наглядно продемонстрировать эффект от применения оптимального алгоритма, приведем здесь

только одну таблицу, показывающую величины остаточных угловых искажений для телескопа, работающего с бистатической опорной звездой. При этом предполагается, что опорная звезда может рассматриваться как точечный источник. Для оптимального и неоптимального алгоритмов коррекции в третьей и четвертой колонках таблицы приведены значения нормированной дисперсии остаточных угловых искажений $\langle \beta^2 \rangle_{\min} / \langle (\phi_F^{\text{пл}})^2 \rangle$. В пятой колонке приведены также значения коэффициента A , рассчитанные для модели турбулентности [38]. Из данных таблицы наглядно видно, что оптимальная коррекция, использующая оптимизирующий коэффициент, рассчитываемый на основе моделей турбулентной атмосферы, позволяет более чем в 2 раза уменьшить величину остаточных искажений, тогда как традиционный алгоритм (т.е. когда $A = -1$) в ряде случаев даже увеличивает остаточные искажения.

Сопоставление алгоритмов «оптимальной» и неоптимальной коррекции случайных наклонов волнового фронта для «предельной» бистатической схемы формирования лазерной опорной звезды

X, км	b	Остаточный уровень угловых искажений		A
		Оптимальный алгоритм	Неоптимальный алгоритм	
1	2	3	4	5
8	0,3	0,640	1,291	-0,427
	0,5	0,603	1,105	-0,471
	0,7	0,578	0,999	-0,500
	1	0,552	0,899	-0,532
	2	0,500	0,736	-0,593
	3	0,471	0,656	-0,628
20	0,3	0,612	1,354	-0,420
	0,5	0,572	1,148	-0,463
	0,7	0,545	1,030	-0,492
	1	0,516	0,918	-0,523
	2	0,461	0,736	-0,583
	3	0,429	0,647	-0,618
40	0,3	0,602	1,406	-0,413
	0,5	0,561	1,187	-0,456
	0,7	0,533	1,062	-0,484
	1	0,504	0,944	-0,515
	2	0,447	0,751	-0,574
	3	0,414	0,657	-0,608
80	0,3	0,600	1,446	-0,407
	0,5	0,558	1,22	-0,450
	0,7	0,531	1,091	-0,478
	1	0,501	0,969	-0,508
	2	0,443	0,769	-0,567
	3	0,410	0,672	-0,600
100	0,3	0,599	1,455	-0,406
	0,5	0,588	1,227	-0,448
	0,7	0,530	1,097	-0,477
	1	0,501	0,974	-0,507
	2	0,443	0,774	-0,565
	3	0,410	0,676	-0,598
	5	0,370	0,570	-0,639

Таким образом, оптимальная коррекция, построенная на использовании информации о вертикальных профилях интенсивности турбулентности, обладает определенной эффективностью, в то время как традиционная (неоптимальная) коррекция в ряде случаев может даже увеличить искажения. Однако надо заметить, что получаемые при этом уровни остаточных искажений слишком велики, чтобы рекомендовать такую коррекцию для реальных экспериментов.

В связи с этим можно сделать вывод, что кардинальный путь получения высокого качества коррекции общих наклонов волнового фронта – это использование всякого рода гибридных схем [3, 25, 41].

Автор выражает свою глубокую признательность Е.В. Носову, выполнившему ряд численных расчетов.

1. Линник В.П. О принципиальной возможности уменьшения влияния атмосферы на изображение звезды // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 25. N 4. С. 401–402.
2. Fugare R. Laser beacon adaptive optics // Optics & Photonics News. 1993. P. 14–19.
3. Ragazzoni R. Absolute tip-tilt determination with laser beacons // Astron. Astrophys. 1996. V. 305. P. L13–L16.
4. Орлов В.М., Самохвалов И.В., Матвиенко Г.Г., Белов М.Л., Кожемяков А.Н. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1982. 225 с.
5. Tatarskii V.I., Ishimaru A. Meeting Digest of «Scintillation» International Meeting for Wave Propagation in Random Media, Conference Chairs // University of Washington. Seattle. USA. 1992.
6. Калистратова М.А., Кон А.И. Флуктуации угла прихода световых волн от протяженного источника в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9. N 6. С. 1100–1107.
7. Лукин В.П. Отслеживание случайных угловых смещений оптических пучков // V Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тезисы докладов. Томск. 1979. Часть II. С. 33–36.
8. Клячкин В.И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975.
9. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1961.
10. Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н. Корреляция смещений изображения оптических лазерных пучков в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. N 12. С. 1467–1471.
11. Лукин В.П. Эффективность компенсации фазовых искажений оптических волн // Квантовая электроника. 1978. Т. 4. С. 923–927.
12. Лукин В.П. Коррекция случайных угловых смещений оптических пучков // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. С. 1270–1279.
13. Лукин В.П., Сазанович В.М., Слободян С.М. Случайные смещения изображения при локации в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. С. 721–729.
14. Лукин В.П., Черноцкий М.И. Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. С. 952–958.
15. Лукин В.П., Емалеев О.Н. Коррекция угловых смещений оптических пучков // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. С. 2465–2473.
16. Лукин В.П., Матюхин В.Ф. Адаптивная коррекция изображения // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. С. 2465–2473.
17. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с. (Перевод: V.P.Lukin. *Atmospheric Adaptive Optics*. SPIE Optical Engineering Press. Vol. PM23. 1996. 275 pp.).
18. Lukin V.P. Limiting resolution of adaptive telescope with the use of artificial star // Proc. ICO-16. «Active and Adaptive optics». 1993. P. 521–524.
19. Lukin V.P., Fortes B.V. Efficiency of adaptive correction of images in a telescope using an artificial guide star // OSA Techn. Digest. 1995. V. 23. P. 192–194.
20. Lukin V.P. Laser beacon and full aperture tilt measurements // Adaptive Optics, Techn. Digest Series. 1996. V. 13. P. 35–1–35–5.

21. Лукин В.П. Адаптивное формирование пучков и изображений в турбулентной атмосфере // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. С. 301–341.
22. Лукин В.П., Фортес Б.В. Предельные возможности и применимость различных способов формирования лазерных опорных звезд // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. С. 34–41.
23. Ragazzoni R., Esposito S., Marchetti E. Auxiliary telescopes for the absolute tip-tilt determination of a laser guide star // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1995. V. 276. P. L76–L78.
24. Belen'kii M.S. Full aperture tilt measurement technique with a laser guide star // Proc. SPIE. 1995. V. 2471. P. 289–296.
25. Bele'kii M.S. Tilt angular correlation and tilt sensing techniques with a laser guide star // Proc. SPIE. 1996. V. 2956. P. 206–217.
26. Good R.E., Beland R.R., Marphy E.A., Brown J.H. and Dewan E.M. Atmospheric models of optical turbulence // Proc. SPIE. 1988. V. 928. P. 165–186.
27. McKechnie T.S. Atmospheric turbulence and the resolution limit of large ground-based telescopes // J. Opt. Soc. Am. A. 1992. V. 9. P. 1937–1954.
28. Лукин В.П. Оптические измерения внешнего масштаба атмосферной турбулентности // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 354–377.
29. Лукин В.П. Исследование некоторых особенностей структуры крупномасштабной атмосферной турбулентности // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. С. 834–840.
30. Лукин В.П. Сравнение моделей спектров атмосферной турбулентности // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. С. 1102–1107.
31. Voitsekhovich V.V., Cuevas S. Adaptive optics and outer scale of turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 1995. V. 12. P. 2523–2531.
32. ESO VLT Report. 1986. N 55.
33. Site testing for the VLT. ESO VLT Report. 1990. N 60.
34. Nakato N., Iye M., Yamaguchi I. Atmospheric turbulence of small outer scale // ESO Proc. 1993. N 48. P. 15–20.
35. Agabi A., Borgino J., Martin F., Tokovinin A.V. and Ziad A. G.M.S: A grating scale monitor for atmospheric turbulence measurements. II. First measurements of the wave front outer scale at the O.C.A. // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 1995. V. 109. P. 557–562.
36. Borgino J. Estimation of the spatial coherence outer scale relevant to long baseline interferometry and imaging in optical astronomy // Applied Optics. 1990. V. 29. N 13. P. 1863–1865.
37. Лукин В.П., Носов Е.В. Эффективный внешний масштаб атмосферной турбулентности // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. С. 162–171.
38. Грачева М.А., Гурвич А.С. Простая модель турбулентности // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т. 16. С. 1107–1111.
39. Lukin V.P. Models and measurements of atmospheric turbulence characteristics and their impact on AO design // Adaptive Optics-96, Technical Digest Series. 1996. V. 13. P. 150–152.
40. Sasiela R.J., Shelton J.H. Transverse spectral filtering and Melin transform technique applied to the effect of outer scale on tilt and tilt anisoplanatism // J. Opt. Soc. Am. A. 1993. V. 10. P. 646–660.
41. Лукин В.П. Гибридная схема формирования лазерной опорной звезды // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. С. 975–979.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
15 октября 1997 г.

V.P. Lukin. Problems of Laser Guide Star Formation.

Some problems, connected with development of ground-based adaptive telescope, particularly, with its fitting with additional optical system for laser guide star formation, are treated in the paper. The point of the work is determination of type of the laser guide star being formed. Two main schemes of the guide star formation are known: monostatic and bistatic. The first scheme admits that the focused laser beam is formed in the atmosphere in such a way that for the laser guide star its fluctuations due to passing over direct and back paths are maximally correlated. Just the opposite situation takes place in the case of bistatic scheme, when full absence of the fluctuations correlation is assumed. Here, the calculational results are presented for «general» scheme, when arbitrary magnitudes of the correlation between random angular displacements of image stipulated by the laser beam fluctuations over direct and back paths can be obtained. Expressions for the monostatic and bistatic schemes are obtained as limiting cases.