

В.В. Колосов, М.Ф. Кузнецов

**УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ОПИСАНИИ ВЕТРОВОЙ РЕФРАКЦИИ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНЫХ ПУЧКОВ**

Описание теплового самовоздействия частично когерентных пучков в движущейся среде проводится на основе уравнения переноса излучения. Решение данного уравнения в прилучевом приближении позволяет свести задачу самовоздействия к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Обсуждаются отличия в закономерностях самовоздействия когерентных и частично когерентных пучков. Приводятся результаты расчетов радиуса когерентности по сечению пучка. В рамках используемого подхода показана инвариантность коэффициента когерентности на произвольном геометрическом луче в приближении геометрической оптики.

Уравнение переноса излучения (УПИ) привлекает все большее внимание исследователей в описании самовоздействия частично когерентного излучения [1, 2]. В работе [1] сообщалось о решении УПИ методом прилучевого приближения в случае стационарной тепловой дефокусировки. Ниже приводится решение УПИ в нелинейной среде с ветровой рефракцией, когда задача не обладает осевой симметрией.

Использование УПИ или тождественного ему замкнутого уравнения для функции когерентности второго порядка в описании самовоздействия частично когерентных пучков предполагает возможность расщепления корреляторов поля и диэлектрической проницаемости среды, являющейся функционалом интенсивности излучения. Указанное расщепление строго выполняется лишь для случайных полей с гауссовой статистикой. Для определения ограничений на характеристики излучения и среды, при выполнении которых нелинейное взаимодействие излучения со средой слабо меняет начальную гауссову статистику поля, воспользуемся подходом работы [3]. Будем предполагать, что характерное расстояние, на котором происходит нелинейное взаимодействие поля с наведенными флуктуациями диэлектрической проницаемости среды, значительно превосходит область продольной корреляции поля. В этом случае дополнительная корреляция между случайными полями излучения и диэлектрической проницаемостью будет мала, и начальная гауссова статистика будет сохраняться при выполнении следующих условий

$$P \ll P_{кр} \left( \frac{\tau_v}{\tau_0} \right)^{1/2} \quad \text{при } t_0 > \tau_v; \quad (1)$$

$$P \ll P_{кр} \left( \frac{\tau_v^2}{\tau_0 t_0} \right)^{1/2} \quad \text{при } t_0 < \tau_v,$$

где  $P$  — мощность пучка;  $P_{кр} = \frac{\pi n_0 \rho C_p a_0}{\alpha \kappa^2 r_{к0}^2 |dn/dT|}$ ;  $P_{кр}$  — критическая мощность самовоздействия частично

когерентного пучка;  $v$  — скорость ветра;  $n_0, \rho, C_p, \alpha$  — показатель преломления, плотность, изобарная теплоемкость и коэффициент поглощения среды соответственно;  $a_0$  и  $r_{к0}$  — ширина и радиус когерентности пучка;  $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число;  $\tau_0$  — время когерентности излучения;  $t_0$  — длитель-

ность импульса излучения;  $\tau_v = \frac{a_0}{v}$  — время пролета частицы среды через поперечное сечение пучка.

Таким образом, с уменьшением времени когерентности область применимости УПИ существенно расширяется. В частности, мощность пучка может значительно превышать критическую мощность самовоздействия, а дистанция распространения — длину нелинейной рефракции

$$L_R^2 = \frac{\sqrt{\pi} n_0 \rho C_p v a_0^3}{\alpha |dn/dT| P}.$$

Решение УПИ

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \boldsymbol{\kappa} \nabla_R + \frac{1}{2} \nabla_R \tilde{\varepsilon}(z, R) \nabla_{\boldsymbol{\kappa}} \right) J(z, R, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \quad (2)$$

для интенсивности

$$W(z, \mathbf{R}) = E_r \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} J(z', \mathbf{R}, \mathbf{x}) = E_r \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} J_0(z=0, \mathbf{R}(z=0), \mathbf{x}(z=0)) \quad (3)$$

строится на характеристике  $\tilde{r}(z)$ , удовлетворяющей уравнению

$$\frac{d^2 \tilde{r}(z)}{dz^2} = \frac{1}{2} \nabla_{\mathbf{R}} \tilde{\varepsilon}(z, \tilde{r}(z)), \quad (4)$$

с начальными условиями, заданными в плоскости излучения

$$\tilde{r}(z=0) = r_0, \quad d\tilde{r}(z=0)/dz = \lambda.$$

Для нахождения решения УПИ в прилучевом приближении [1] система уравнений (2)–(4) дополняется уравнением для вариации

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\mathbf{R}}(z) &= (\delta \tilde{X}(z), \delta \tilde{Y}(z)); \\ \frac{d^2 \delta \tilde{\mathbf{R}}(z)}{dz^2} &= \frac{1}{2} (\delta \tilde{\mathbf{R}}(z) \nabla_{\mathbf{R}}) \nabla_{\mathbf{R}} \tilde{\varepsilon}(z, \tilde{r}(z)) \end{aligned} \quad (5)$$

с начальными условиями, заданными в плоскости приема излучения

$$\delta \tilde{\mathbf{R}}(z=z') = 0; \quad d\delta \tilde{\mathbf{R}}(z=z')/dz = \delta \mathbf{x} = (\delta x_x, \delta x_y).$$

Заменяя векторное дифференциальное уравнение второго порядка (5) системой четырех скалярных уравнений первого порядка, его решение можно представить в виде

$$\psi(z) = u(z) \psi(z'), \quad (6)$$

где

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} \delta \tilde{X}(z) \\ \delta \tilde{Y}(z) \\ \delta x_x(z) \\ \delta x_y(z) \end{pmatrix}, \quad \psi(z') = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta x_x \\ \delta x_y \end{pmatrix},$$

$u(z)$  – матрица Грина уравнения (5), равная в плоскости приема излучения единичной матрице  $u(z=z') = 1$ .

Для частично когерентных пучков с начальным распределением яркости [4]

$$J_0(\mathbf{R}, \mathbf{x}) = \frac{1}{\pi} \frac{\kappa^2 a_0^2}{1 + a_0^2/r_{k0}^2} \exp \left\{ -\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2} - \frac{\kappa^2 a_0^2 (\mathbf{x} - \mathbf{R}/F)^2}{1 + a_0^2/r_{k0}^2} \right\} \quad (7)$$

Подынтегральное выражение в (3) можно записать в виде

$$J_0(\tilde{r}(0) + \delta \tilde{\mathbf{R}}(0, \delta x_x, \delta x_y), E_r^{1/2} \delta \tilde{\mathbf{x}}(0, \delta x_x, \delta x_y)) = \exp(-S(x_0, y_0, \delta x_x, \delta x_y)), \quad (8)$$

где квадратичная форма  $S(x_0, y_0, \delta x_x, \delta x_y)$  определяется с учетом (5) следующим образом:

$$\begin{aligned} S(x_0, y_0, \delta x_x, \delta x_y) &= x_0^2 + y_0^2 + \delta x_x^2 [u_{13}^2(0) + u_{23}^2(0) + E_r(u_{33}^2(0) + u_{43}^2(0))] + \\ &+ 2\delta x_x(x_0 u_{13}(0) + y_0 u_{23}(0)) + \delta x_y^2 [u_{14}^2(0) + u_{24}^2(0) + E_r(u_{34}^2(0) + u_{44}^2(0))] + \\ &+ 2\delta x_y(x_0 u_{14}(0) + y_0 u_{24}(0)) + 2\delta x_x \delta x_y [u_{13}(0) u_{14}(0) + \\ &+ u_{23}(0) u_{24}(0) + E_r(u_{33}(0) u_{34}(0) + u_{43}(0) u_{44}(0))], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $u_{ij}$  — элементы матрицы  $u(z)$  ( $i, j = 1 \dots 4$ ). Интеграл в (3) с подынтегральным выражением (8) легко интегрируется и выражение для интенсивности в прилучевом приближении принимает вид

$$W(z', \mathbf{R}) = \frac{1}{\Delta} \exp \left\{ -\frac{1}{\Delta^2} [x_0^2 (\Delta_1^2 + \beta (\Delta_2^2 + \Delta_3^2)) + y_0^2 (\Delta_4^2 + \beta (\Delta_5^2 + \Delta_6^2)) - 2\beta x_0 y_0 (\Delta_2 \Delta_4 + \Delta_3 \Delta_5)] \right\}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= E_r^{-1} = \frac{L_R^2}{L_D^2}, \quad L_D = \kappa a_0^2 (1 + a_0^2 / r_{k0}^2)^{-1/2}; \\ \Delta^2 &= \Delta_1^2 + \beta (\Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \Delta_4^2 + \Delta_5^2) + \beta^2 \Delta_6^2; \\ \Delta_1 &= v_{11}(z') v_{22}(z') - v_{12}(z') v_{21}(z'), \quad \Delta_2 = v_{14}(z') v_{21}(z') - v_{11}(z') v_{24}(z'); \\ \Delta_3 &= v_{11}(z') v_{23}(z') - v_{21}(z') v_{13}(z'), \quad \Delta_4 = v_{12}(z') v_{24}(z') - v_{11}(z') v_{24}(z'); \\ \Delta_5 &= v_{13}(z') v_{22}(z') - v_{12}(z') v_{23}(z'); \\ \Delta_6 &= v_{14}(z') v_{23}(z') - v_{13}(z') v_{24}(z'). \end{aligned}$$

Интенсивность в точке приема излучения в (10) определяется через элементы матрицы Грина  $V(z)$  уравнения (5) с граничными условиями, заданными в плоскости излучения:  $V(z=0) = 1$ .

В режиме сильных нелинейных искажений ( $E_r \rightarrow \infty$ ) выражение (10) для интенсивности принимает более простой вид:

$$W(z', R) = \frac{1}{\Delta_1} \exp(-x_0^2 - y_0^2). \quad (11)$$

Нетрудно показать [5], что в этом случае решение УПИ переходит в решение геометрической оптики параболического уравнения.

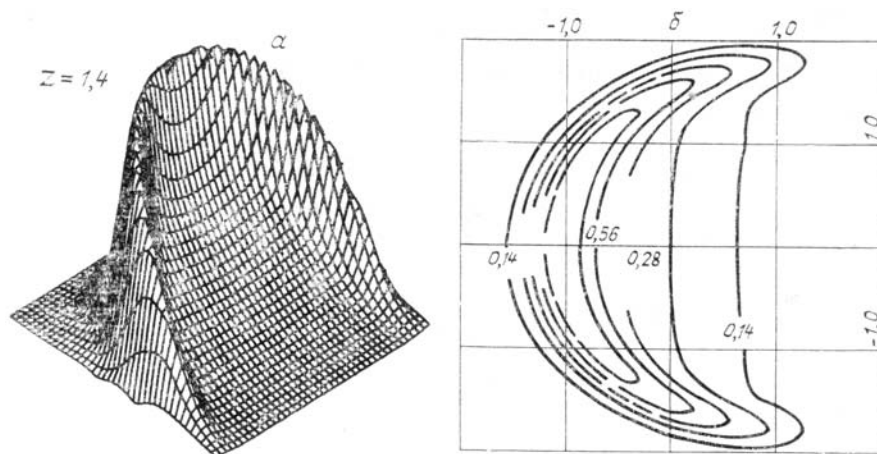


Рис. 1. Абберационная структура гауссова пучка в приближении геометрической оптики (а) и линии равной интенсивности этого же пучка (б)

Таким образом, решение задачи самовоздействия частично когерентных пучков в прилучевом приближении сводится к совместному решению уравнения (4) для характеристики  $\tilde{r}(z)$  и уравнения (5) для элементов матрицы  $V(z)$ . Указанные уравнения замыкаются материальным уравнением для определения возмущения диэлектрической проницаемости среды  $\tilde{\epsilon}(z, R)$ . Ниже приводятся результаты исследования самовоздействия квазинепрерывного частично когерентного излучения в среде с нелинейной ветровой рефракцией.

Для однородной среды с постоянной скоростью ветра, направленной перпендикулярно направлению распространения пучка, решение задачи самовоздействия будет определяться длиной нелинейной рефракции  $L_R$  и параметром рефракции  $E_r$ . Абберационные искажения пучка, испытывавшего тепловое самовоздействие в движущейся среде, иллюстрирует рис. 1. Результаты расчетов профилей интенсивности

первоначально гауссова пучка при различных значениях параметра нелинейной рефракции представлены на рис. 2. С ростом значения параметра нелинейной рефракции профили интенсивности пучка сходятся к пределу, определяемому геометрической оптикой. Максимальное отличие, причины которого будут обсуждаться ниже, наблюдается в области локальной абберрационной фокусировки пучка.

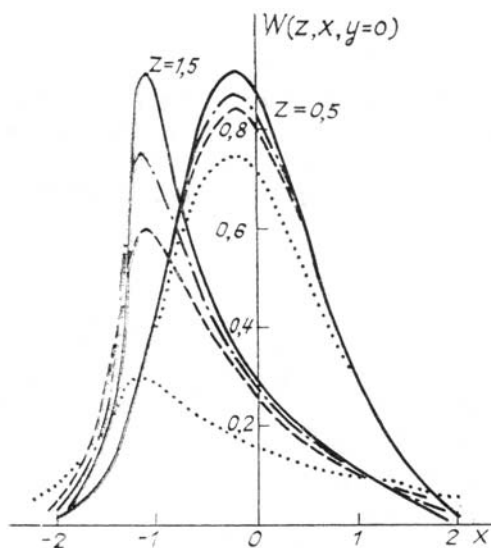


Рис. 2. Изменение профилей интенсивности гауссова пучка с дистанцией при значениях параметра нелинейной рефракции  $E_r = 1$  (точки),  $E_r = 4$  (штриховые),  $E_r = 10$  (штрихпунктирные линии) и в приближении геометрической оптики

Из связи яркости излучения с функцией когерентности поля следует, что решение УПИ должно описывать изменение статистических свойств поля. Важнейшей характеристикой статистически неоднородного излучения является пространственный радиус когерентности, определяемой как характерный масштаб изменения пространственной функции когерентности по разностной координате. Поскольку предметом нашего обсуждения являются частично когерентные пучки с начальным распределением яркости вида (7), то нормированное значение радиуса когерентности будет равно величине, обратно пропорциональной эффективной угловой ширине тела яркости в (8), (9).

В прилучевом приближении сечение тела яркости представляет собой эллипс, размеры и ориентация которого определяются коэффициентами при квадратичных членах. Как следствие этого, масштабы функции когерентности по разностной координате, определяющие значение радиуса когерентности, также будут различны. Анизотропия статистических свойств функции когерентности по разностной координате будет описываться эллипсом когерентности (по аналогии с эллипсом поляризации), определяемым следующим образом:

$$\begin{aligned} a_{11}(z', \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(x_0, y_0, \delta x_x, \delta x_y)}{\partial (E_r^{1/2} \delta x_x)^2}; \\ a_{22}(z', \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(x_0, y_0, \delta x_x, \delta x_y)}{\partial (E_r^{1/2} \delta x_y)^2}; \\ a_{12}(z', \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(x_0, y_0, \delta x_x, \delta x_y)}{\partial (E_r^{1/2} \delta x_x) \partial (E_r^{1/2} \delta x_y)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Переходя к системе координат, связанной с главными осями эллипса когерентности, для радиусов когерентности получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} r_{кx}^2(z', \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} [a_{11}(z', \mathbf{R}) + a_{22}(z', \mathbf{R}) - \sqrt{(a_{11}(z', \mathbf{R}) + a_{22}(z', \mathbf{R}))^2 - 4\Delta^2}]; \\ r_{кy}^2(z', \mathbf{R}) &= \frac{1}{2} [a_{11}(z', \mathbf{R}) + a_{22}(z', \mathbf{R}) + \sqrt{(a_{11}(z', \mathbf{R}) + a_{22}(z', \mathbf{R}))^2 - 4\Delta^2}]. \end{aligned} \quad (13)$$

Результаты расчетов радиусов когерентности, представленные на рис. 3, наглядно демонстрируют существенную анизотропию когерентных свойств излучения. Поэтому исследования поведения радиуса когерентности только на оси пучка [6–7] или в единственном выделенном направлении далеко не полны. Более полную информацию об изменении радиусов когерентности дают коэффициенты (12), определяющие эффективный эллипс когерентности.

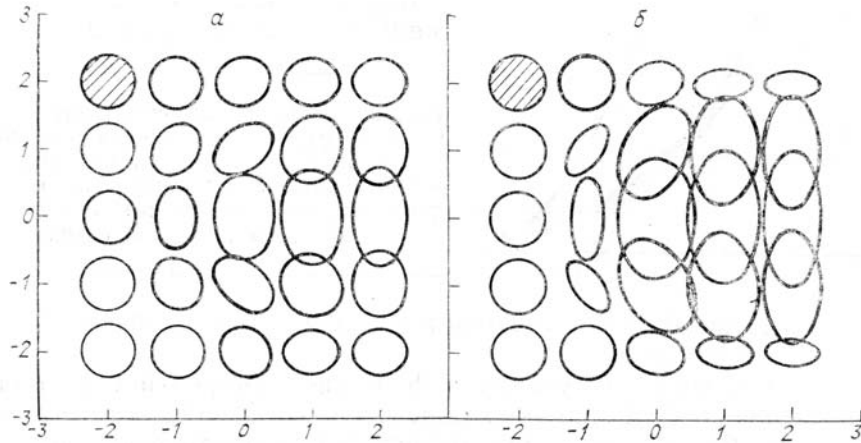


Рис. 3. Трансформация эллипса когерентности по сечению гауссова пучка в приближении геометрической оптики на дистанциях  $z = 1$  (а) и  $z = 1,5$  (б). Заштрихованная часть рисунка определяет невозмущенный нормированный эллипс когерентности в начальной плоскости

Количественной мерой когерентности излучения может являться либо отношение площади когерентности к площади пучка  $C_1 = r_k^2 / a^2$ , либо произведение площади когерентности  $S_k = z_{kx} \cdot r_{ky}$  на значение интенсивности на оси пучка [6, 8]  $C_2 = S_k W$ . Нетрудно видеть, что оба определения коэффициента когерентности излучения тождественны. Изменение площади когерентности  $S_k(z, \tilde{r}(z))$  на неометрическом луче  $\tilde{r}(z)$  определяется выражением

$$S_k(z, \tilde{r}(z)) = r_{kx}(z, \tilde{r}(z)) r_{ky}(z, \tilde{r}(z)) = \Delta.$$

В приближении геометрической оптики ( $E_r \rightarrow \infty$ )  $\Delta = \Delta_1$ . Отсюда, учитывая выражение (11) для интенсивности излучения, следует инвариантность коэффициента когерентности в приближении геометрической оптики на произвольном геометрическом луче  $\tilde{r}(z)$

$$C(z, \tilde{r}(z)) = C(0, \tilde{r}(0)).$$

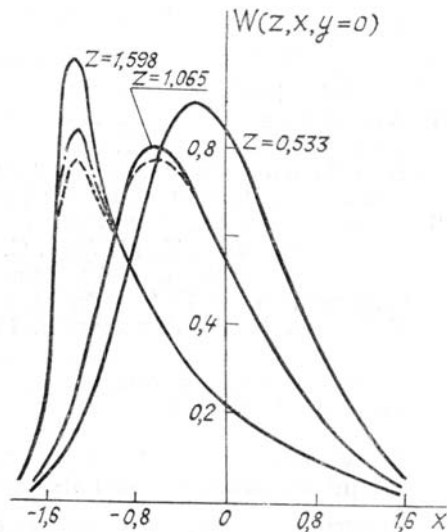


Рис. 4. Сравнение результатов расчета самовоздействия частично когерентного излучения (сплошные кривые) и когерентного излучения: результаты работ [10] ( $E_r = 123$ , штриховые) и [11] ( $E_r = 246$ , штрихпунктирные)

Учет дифракции приводит к увеличению коэффициента когерентности вдоль геометрооптических лучей по всему сечению пучка за исключением области осевого пучка. В работах [6–8] было показано, что коэффициент когерентности на оси пучка может как уменьшаться, так и возрастать. Изменение коэффициента когерентности в этих случаях связано, видимо, с учетом самовоздействия флуктуаций поля через наведенные флуктуации среды. В основе наших расчетов лежит УПИ, использова-

ние которого в задачах самовоздействия предполагает, что влияние наведенных флуктуаций диэлектрической проницаемости среды на статистические свойства излучения, незначительно.

Представляет интерес исследовать отличия в самовоздействии когерентных и частично когерентных пучков. Длина нелинейной рефракции таких пучков не зависит от степени когерентности и для пучков равной мощности и размеров будет одинакова. Равенство параметров нелинейной рефракции когерентного и некогерентного пучков будет выполнено, если будут равны их дифракционные длины, что возможно лишь для пучков с различными длинами волн излучения. Дифракционные расходимости таких пучков равны, и в этом смысле можно говорить, что результаты сравнения самовоздействия когерентных и некогерентных пучков, представленные на рис. 4, относятся к пучкам, совмещенным по дифракционной расходимости. Из рисунка видно, что при достаточно гладких профилях интенсивности решения для когерентного и частично когерентного пучков близки. С ростом абберационных искажений, приводящих к росту неоднородности пучка в области максимума интенсивности, вклад дифракции в формирование профиля интенсивности все в большей степени будет определяться степенью когерентности излучения. Причем дифракция сильнее проявляется для когерентного излучения, чем для частично когерентного. Для объяснения отмеченного отличия запишем выражение для эффективного размера частично когерентного пучка

$$S_{\text{нкг}}(z) = z^2 W_0^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int dR [-\nabla_{\rho}^2 |\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho=0)| + W(\mathbf{R}) (\nabla_{\perp} \varphi - \overline{\nabla_{\perp} \varphi})^2],$$

и когерентного пучка, полученное в работе [9],

$$S_{\text{кг}}(z) = z^2 W_0^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int d\mathbf{R} [(\nabla_{\perp} A)^2 + A^2 (\nabla_{\perp} \varphi - \overline{\nabla_{\perp} \varphi})^2].$$

Здесь  $A$  и  $\varphi$  — амплитуда и фаза волны.

Записанные выражения отличаются первыми подынтегральными членами. В случае когерентного излучения уширение пучка определяется величиной градиента интенсивности, а некогерентного — изменением когерентных свойств. Анализ рис. 2 и 3 показывает, что на дистанциях порядка одной-двух длин рефракции нормированный радиус когерентности изменяется в полтора—два раза. В то же время значения градиентов интенсивности могут возрасти на порядок. Более плавное изменение функции когерентности по разностной координате объясняет тот факт, что с ростом значения параметра нелинейной рефракции  $E_r$  интенсивность в абберационном максимуме растет быстрее для частично когерентного излучения, так как в данном случае дифракция в меньшей степени препятствует росту интенсивности, чем для когерентного излучения.

1. Колосов В.В., Кузнецов М.Ф. //Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 9. С. 1099—1105.
2. Землянов А.А., Синев С.Н. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 8. С. 44—50.
3. Пасманик Г.Л. //ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 2. С. 490—500.
4. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере /Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л. и др. М.: Наука, 1976. 217 с.
5. Колосов В.В., Кузнецов М.Ф. //VIII Всес. симпозиум по лазерному и акустическому зондированию атмосферы. (Тезисы докл.). Томск. 1984. Ч. I. С. 327—330.
6. Чуркин А.С., Юсубов Ф.М. //Квантовая электроника. 1983. Т. 10. № 9. С. 1833—1842.
7. Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н. //Квантовая электроника. 1984. Т. 11. № 7. С. 1459—1461.
8. Введение в статистическую радиофизику и оптику /Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. М.: Наука, 1981. 640 с.
9. Власов С.Н., Петрищев К.А., Таланов В.И. //Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 9. С. 1353—1363.
10. Воробьев В.В., Муравьев Н.И., Сорокин Ю.М. и др. //Квантовая электроника. 1977. Т. 4. № 11. С. 2330—2337.
11. Коняев П.А., Лукин В.П. //Изв. вузов СССР. Физика. 1983. № 2. С. 79—89.

Институт оптики атмосферы  
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию  
20 января 1989 г.

**V. V. Kolosov, M. F. Kuznetsov. Use of Radiation Transfer Equation for Describing the Wind Induced Refraction of Partially Coherent Beams.**

Description of thermal self-action of partially coherent beams is presented based on the use of radiation transfer equation. The solution of this equation obtained in the near geometrical optics approximation allows the problem on beam self-action to be reduced to a system of ordinary differential equations. Some differences between self-action of coherent and partially coherent beams are discussed. The results of calculations of the correlation ratios of coherence within the beam cross-section are given. It is shown that within the framework of the approach used the coefficient of coherence is an invariant for any geometrical ray, within the geometrical optics approximation.