

А.А. Попов, О.В. Шефер

ОЦЕНКА ОСЛАБЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КРИСТАЛЛАМИ, НЕ ИМЕЮЩИМИ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ГРАНЕЙ

Получена оценка в виде аналитической формулы для факторов эффективности ослабления оптического излучения кристаллами, не имеющими плоскопараллельных граней. В качестве общей модели для таких кристаллов выбрана круглая пластинка со скошенной верхней гранью. Показано, что в ИК-диапазоне только для кристаллов, грани которых составляют между собой углы больше $10-12^\circ$, можно считать фактор эффективности ослабления равным 2.

По характеру ослабления оптического излучения всю совокупность форм атмосферных кристаллов можно условно разбить на две группы. К первой имеет смысл отнести только те кристаллы, которые имеют хотя бы одну пару плоскопараллельных граней. Все же оставшиеся кристаллы можно объединить во второй группе. Попробуем обосновать такую классификацию.

Для кристаллов с плоскопараллельными гранями полное рассеянное поле вблизи малых углов рассеяния определяется как когерентная сумма дифракционного и рассеянного полей [1]. Поэтому факторы эффективности ослабления, рассчитанные для таких частиц, могут существенно отличаться от значения, равного 2 [1–3]. Наибольший интервал возможных значений фактора (0,4) имеет место для пластинчатых кристаллов [1–2]. Увеличение количества пар плоскопараллельных граней сужает этот интервал. Так, для гексагонального столбика фактор эффективности ослабления изменяется примерно от 1 до 3 [3].

При нарушении параллельности граней рефракционные пучки отклоняются от направления распространения первичной волны тем сильнее, чем больше угол между гранями. И чем сильнее отклоняются рефракционные пучки, тем больше оснований определять полное рассеянное поле вблизи малых углов рассеяния только дифракционным полем. А это означает, что факторы эффективности ослабления для таких частиц принимают значения, равные 2.

Заметим, что для всех форм кристаллов с плоскопараллельными гранями известны или могут быть получены простые аналитические формулы для факторов эффективности ослабления с учетом состояния поляризации падающего излучения. Получить же аналогичные формулы для кристаллов с непараллельными гранями не представляется возможным. Да в этом и нет необходимости, так как, с одной стороны, таких форм кристаллов несоизмеримо больше, с другой стороны, для большинства из них фактор эффективности ослабления заведомо равен 2. Поэтому для такой группы кристаллов наибольший интерес представляет оценка углов между гранями, при которых фактор с наперед заданной точностью равен 2. Решению этой задачи и посвящена статья.

Задача формулируется следующим образом. На круглую пластинку, имеющую скошенную верхнюю грань, нормально к ее нижней грани падает плоская волна эллиптической поляризации (рис. 1). Форму такой пластинки однозначно можно задать следующими параметрами: a — радиус нижнего основания, d_{\min} — минимальная толщина, θ — угол между гранями. Определим для данного рассеивателя фактор эффективности ослабления. Заметим, что для кристалла любой формы с ростом его показателя поглощения к фактору ослабления стремится к 2. Полагая $\kappa = 0$ в постановке задачи, мы тем самым перейдем к рассмотрению такой модели кристалла, для которой непараллельность граней является единственным механизмом, влияющим на характер ослабления оптического излучения.

В рамках метода физической оптики электрические составляющие электромагнитного поля, рассеянного скошенной круглой пластинкой в передней полусфере, определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} E_{s_1} &= (A_{d_1} - A_{r_1}) \frac{e^{i\kappa r}}{i\kappa r}, \\ E_{s_2} &= (A_{d_2} - A_{r_2}) \frac{e^{i\kappa r}}{i\kappa r}. \end{aligned} \quad (1)$$

Векторные амплитуды дифракционного поля A_{d_1} , A_{d_2} имеют вид

$$\begin{aligned} A_{d_1} &= A_{d_1} (\theta_{01} \cos \varphi_1 - \varphi_{01} \sin \varphi_1); \\ A_{d_2} &= A_{d_2} (\theta_{01} \sin \varphi_1 + \varphi_{01} \cos \varphi_1); \end{aligned}$$

$$A_{d_1} = \frac{\kappa^2}{4\pi} (1 + \cos \theta_1) E_1 F(\theta_1, \varphi_1) e^{i\psi_d};$$

$$A_{d_2} = \frac{\kappa^2}{4\pi} (1 + \cos \theta_1) E_2 F(\theta_1, \varphi_1) e^{i\psi_d}. \quad (2)$$

Здесь $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число; E_1, E_2 — комплексные амплитуды падающего поля; ψ_d — фазовый набег для дифракционного поля; $\theta_{01}, \varphi_{01}$ — орты сферической системы координат (r, θ_1, φ_1) , углы θ_1, φ_1 которой определены в прямоугольной системе координат $ox_1y_1z_1$; угол θ_1 отсчитывается от оси oz_1 , а угол φ_1 от оси ox_1 в координатной плоскости ox_1y_1 . Угловая функция $F(\theta_1, \varphi_1)$ является интегралом Фраунгофера

$$F(\theta_1, \varphi_1) = \int_S \int e^{-ikx_1 \cos \varphi_1 \sin \theta_1 - ik y_1 \sin \varphi_1 \sin \theta_1} dx_1 dy_1. \quad (3)$$

В соотношении (3) интегрирование проводится по площади геометрической тени S , совпадающей в нашем случае с площадью нижней грани.

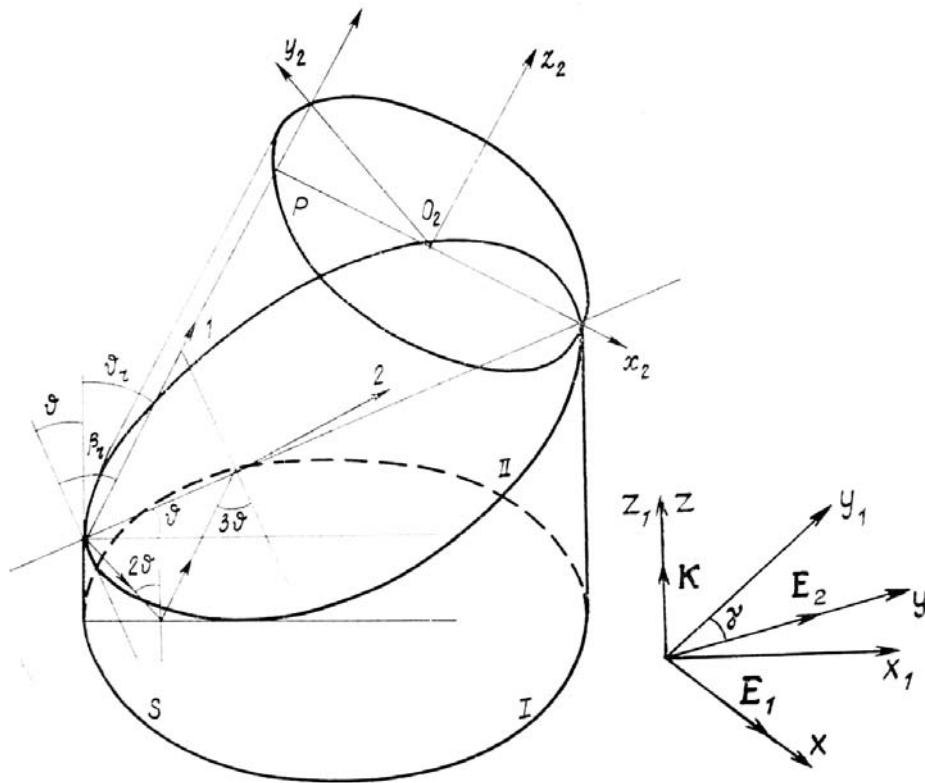


Рис. 1. Схема образования рефракционного пучка

Векторные амплитуды A_{r_1}, A_{r_2} определим как амплитуды рассеянного поля рефракционного пучка, прошедшего один раз через толщу кристалла (рис. 1). Именно этот пучок при рассеянии дает определяющую добавку к дифракционному полю в интересующем нас направлении oz_1 .

Следуя изложенной в работе [2] методике, для искомых амплитуд A_{r_1}, A_{r_2} имеем

$$A_{r_1} = A_{r_1} (\theta_{02} \cos \varphi_2 - \varphi_{02} \sin \varphi_2); A_{r_2} = A_{r_2} (\theta_{02} \sin \varphi_2 - \varphi_{02} \cos \varphi_2);$$

$$A_{r_1} = \frac{\kappa^2}{4\pi} (1 + \cos \theta_2) a_1 G(\theta_2, \varphi_2) e^{i\psi_r}; A_{r_2} = \frac{\kappa^2}{4\pi} (1 + \cos \theta_2) a_2 G(\theta_2, \varphi_2) e^{i\psi_r};$$

$$a_1 = (t_{\parallel} \cos^2 \gamma + t_{\perp} \sin^2 \gamma) E_1 - \sin \gamma \cos \gamma (t_{\parallel} - t_{\perp}) E_2;$$

$$a_2 = -\sin \gamma \cos \gamma (t_{\parallel} - t_{\perp}) E_1 + (t_{\parallel} \sin^2 \gamma + t_{\perp} \cos^2 \gamma) E_2;$$

$$t_{\parallel} = T_{\parallel} \tilde{T}_{\parallel}, t_{\perp} = T_{\perp} \tilde{T}_{\perp}, \quad (4)$$

где ψ_r – фазовый набег рефракционного пучка; $\theta_{02}, \varphi_{02}$ – орты сферической системы координат (r, θ_2, φ_2) , углы θ_2, φ_2 которой определены в прямоугольной системе $o_2x_2y_2z_2$; γ – угол, который составляет вектор падающего поля с нормалью к плоскости падения. Угловая функция $G(\theta_2, \varphi_2)$ является интегралом Фраунгофера

$$G(\theta_2, \varphi_2) = \int_P \int e^{-ikx_2 \cos \varphi_2 \sin \theta_2 - ik y_2 \sin \varphi_2 \sin \theta_2} dx_2 dy_2. \quad (5)$$

Интегрирование в (5) проводится по площади сечения пучка P , которое имеет форму эллипса. И наконец, коэффициенты Френеля $T_{\parallel}, \tilde{T}_{\parallel}, T_{\perp}, \tilde{T}_{\perp}$ определяются соотношениями

$$\tilde{T}_{\parallel} = \tilde{T}_{\perp} = \frac{2}{n+1}, \quad T_{\parallel} = \frac{2n \cos \theta}{\cos \theta + n \cos \beta_r}, \quad T_{\perp} = \frac{2n \cos \theta}{n \cos \theta + \cos \beta_r}, \quad (6)$$

где n – показатель преломления скошенной пластинки; β_r – угол выхода рефракционного пучка из пластинки, связанный с углом законом Снеллиуса: $\sin \beta_r = n \cos \theta$.

Формула ослабления включает в себя амплитуды полного рассеянного поля, определенные в направлении распространения первичной волны. Поэтому приведем полученные нами соотношения (2) – (5) к направлению oz_1 . Для этого углам $\theta_1, \theta_2, \varphi_2$ необходимо придать значения: $\theta_1 = 0$; $\theta_2 = \theta_r = \beta_r - \theta$; $\varphi_2 = 0$. В результате угловые функции $F(\theta_1, \varphi_1), G(\theta_2, \varphi_2)$ примут следующий вид:

$$F(0, \varphi_1) = \int_S \int dx_1 dy_1 = S = \pi a^2; \quad (7)$$

$$G(\theta_r, 0) = \int_P \int e^{-ikx_2 \sin \theta_r} dx_2 dy_2 = \pi b_{\min} b_{\max} \cdot \frac{2J_1(\kappa b_{\min} \sin \theta_r)}{\kappa b_{\min} \sin \theta_r}, \quad (8)$$

где $b_{\min} = a \cos \beta_r / \cos \theta$, $b_{\max} = a$ – минимальная и максимальная полуоси эллипса P ; $J_1(t)$ – функция Бесселя первого порядка.

Используя формулу ослабления для поляризованных полей [4], после очевидных преобразований получим следующее соотношение для фактора эффективности ослабления:

$$\Theta = 2 - f \cos \delta T, \quad (9)$$

где

$$f = (1 + \cos \theta_r) \frac{\cos \beta_r}{\cos \theta} \frac{2J_1\left(\kappa a \frac{\cos \beta_r \sin \theta_r}{\cos \theta}\right)}{\kappa a \frac{\cos \beta_r \sin \theta_r}{\cos \theta}}; \quad (10)$$

$$\delta = \psi_r - \psi_d = \kappa d_{\min} (n - 1) + \kappa a \left(2n \operatorname{tg} \theta - \frac{\sin \beta_r}{\cos \theta} - \operatorname{tg} \theta\right); \quad (11)$$

$$T = \frac{t_{\parallel} + t_{\perp}}{2} + \frac{t_{\parallel} - t_{\perp}}{2} \left(\frac{I_2}{I_1} \cos 2\gamma - \frac{I_3}{I_1} \sin 2\gamma\right). \quad (12)$$

В формуле (12) I_1, I_2, I_3 – первые три параметра вектора Стокса, связанные с комплексными амплитудами E_1, E_2 падающего поля соотношениями

$$I_1 = |E_1|^2 + |E_2|^2, \quad I_2 = |E_1|^2 - |E_2|^2, \quad I_3 = 2\operatorname{Re}(E_1, E_2^*).$$

Анализируя выражение для коэффициента T , нетрудно убедиться, что электромагнитные волны различных поляризаций должны ослабляться по-разному. Однако даже при больших углах θ между гранями пластинки значения $T_{\min} = t_{\perp}$ и $T_{\max} = t_{\parallel}$ отличаются друг от друга несущественно. Так, при показателях преломления $n \leq 1,5$ и углах $\theta \leq 30^\circ$ параметр $(T_{\max} - T_{\min}) / (T_{\min} + T_{\max})$ не превосходит значения, равного 0,027. Заметим, что все зависимости $\Theta(d_{\min})$ и $\Theta(\theta)$, представленные на рис. 2–4, получены для той линейной поляризации падающего поля: $I_2/I_1 = 1, \gamma = 0$, при которой коэффициент T принимает максимальные значения.

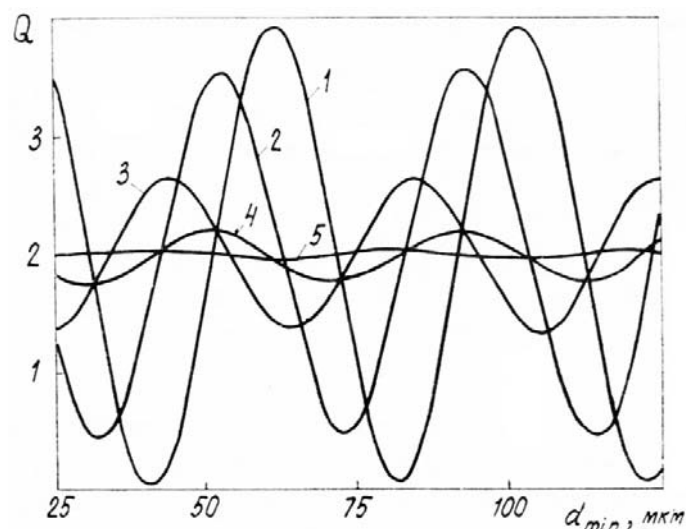


Рис. 2. Зависимости фактора эффективности ослабления от толщины пластинки: $I_2/I_1 = 1$, $\gamma = 0^\circ$; $n = 1,26$, $a = 250$ мкм, $\lambda = 10,6$ мкм: 1— $\nu = 0^\circ$; 2— $\nu = 2^\circ$; 3— $\nu = 4^\circ$; 4— $\nu = 7^\circ$; 5— $\nu = 10^\circ$

Изменение толщины пластинки d_{\min} приводит к осцилляции фактора эффективности ослабления Θ (рис. 2). С увеличением угла θ между гранями амплитуды осцилляций быстро убывают и при $\theta = 10^\circ$ зависимость Θ от d_{\min} уже можно не учитывать. Нетрудно убедиться, что $\Theta = 2$ является асимптотой для всех зависимостей $\Theta(\theta)$, представленных на рис. 3–4. Причем нарушение параллельности граней на $10\text{--}12^\circ$ можно считать достаточным для того, чтобы не учитывать влияние толщи кристалла на характер ослабления оптического излучения. В этой связи становится более понятной предложенная выше классификация форм кристаллов. Действительно, если естественный кристалл не имеет плоскопараллельных граней, то, как правило, эта «непараллельность» граней более существенна, чем $10\text{--}12^\circ$. А для таких кристаллов, согласно нашей оценке, фактор эффективности ослабления равен 2.

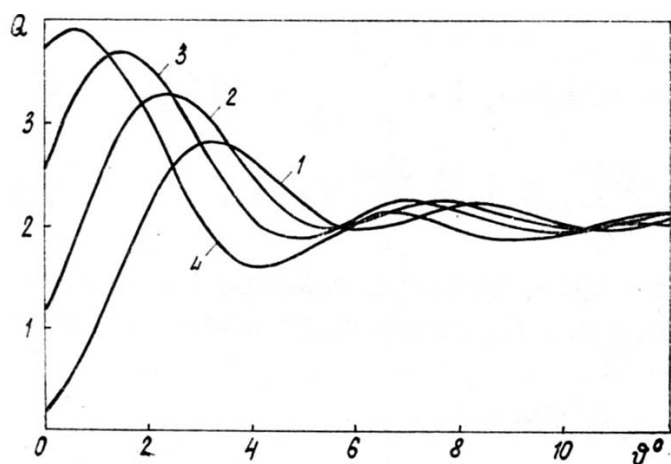


Рис. 3. Зависимости фактора эффективности ослабления от угла между гранями пластинки: $I_2/I_1 = 1$, $\gamma = 0^\circ$; $n = 1,26$, $a = 250$ мкм: 1— $d_{\min} = 43$ мкм, 2— $d_{\min} = 48$ мкм, 3— $d_{\min} = 53$ мкм, 4— $d_{\min} = 58$ мкм

Остановимся еще на одном важном аспекте, связанном с переходом к интегральному ослаблению оптического излучения всей совокупностью частиц рассеивающего объема. Как правило, считают, что частицы в рассеивающем объеме ориентированы хаотически. Причем с хаотической ориентацией частиц связывают нейтральный ход в видимой части оптического диапазона такой интегральной характеристики светорассеяния, как коэффициент ослабления. Однако в работе [5] нами показано, что нейтральный ход коэффициента ослабления в видимой части диапазона характерен и для системы ориентированных пластинок. Поэтому отсутствие зависимости коэффициента ослабления от длины волны в видимой части диапазона не может служить аргументом в пользу хаотической ориентации частиц рассеивающего объема. На наш взгляд, более логично принять, что хаотически ориентированными будут только те частицы, для которых минимальные и максимальные моменты инерции в их вращательном движении незначительно отличаются друг от друга. В этой связи игольчатые и пластинчатые кристаллы должны иметь некоторую преимущественную ориентацию. Имеется ряд экспериментов, в ко-

торых наблюдались такие системы ориентированных кристаллов [6, 7]. Заметим, что пластинчатые кристаллы, как правило, «строго» ориентированы. Так, в работе [7] подробно описаны эксперименты по исследованию рассеивающих объемов из совокупности пластинок, каждая из которых имела небольшой флаттер (не больше $0,56^\circ$) относительно горизонтального положения. Заметим, что при определении суммарного ослабления оптического излучения совокупностью ориентированных кристаллов осциллирующие слагаемые факторов эффективности ослабления частично компенсируются в ИК-диапазоне и полностью в видимой части диапазона [5]. Иными словами, в направлении зондирования происходит полная или частичная компенсация рефракционных полей совокупности кристаллов исследуемой полидисперсной среды. Это означает, что полученные оценки для углов непараллельности граней отдельного кристалла (когда уже можно не учитывать добавку к дифракционному полю рассеянного поля рефракционных пучков) тем более остаются справедливыми для системы таких частиц.

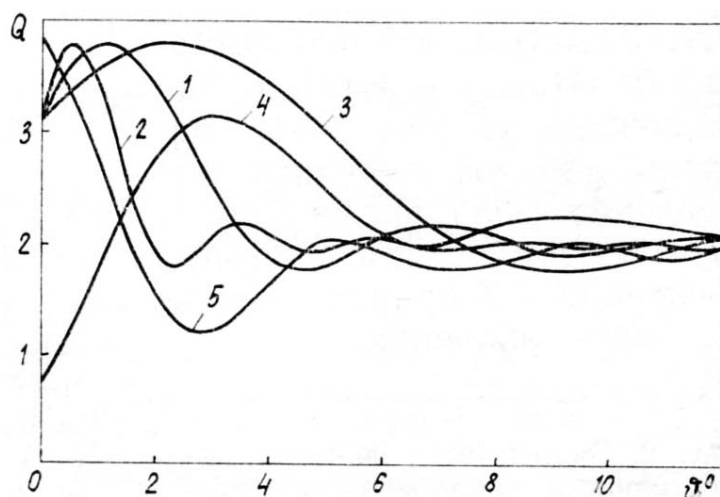


Рис. 4. Зависимости фактора эффективности ослабления от угла между гранями пластинки: $I_2/I_1 = 1$, $\gamma = 0^\circ$; $d_{\min} = 55$ мкм, $\lambda = 10,6$ мкм; 1— $a = 250$ мкм, $n = 1,26$; 2— $a = 125$ мкм, $n = 1,26$; 3— $a = 500$ мкм, $n = 1,26$; 4— $a = 250$ мкм, $n = 1,22$; 5— $a = 250$ мкм, $n = 1,30$

1. Попов А. А. // ДАН СССР. 1988. Т. 303. № 3. С. 594—597.
2. Попов А. А., Шеффер О. В. К поляризационному лазерному зондированию кристаллических облаков: простейшая оптическая модель частицы. Томск, 1988. 59 с. (Препринт/ИОА СО АН СССР, № 65).
3. Попов А. А. // Тр. X Всесоюз. симпозиума по лазерному и акустическому зондированию атмосферы. Ч. 1. Томск: ТНЦ СО АН СССР, 1989. С. 156—160.
4. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
5. Попов А. А., Шеффер О. В. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 5. С. 532—536.
6. Cho H. R. // J. Atm. Sci. 1981. V. 38. № 5. P. 1111—1114.
7. Platt C. M. R. // J. Appl. Meteor. 1978. V. 17. P. 1220—1224.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск
Марийский политехнический институт им. М. Горького,
Йошкар-Ола

Поступила в редакцию
4 декабря 1989 г.

A. A. Popov, O. V. Shefer. Estimation of the Extinction of Optical Radiation in Crystals Having No Plane Parallel Faces.

An estimation of the efficiency factor for optical radiation extinction in crystals without plane parallel faces is obtained in the paper in the form of analytical expression. A round plate with chamfered upper face is taken as a general model for such crystals. It is shown that in the IR region only for crystals with the plane faces inclined to each other at angles more than 10 to 12° the efficiency factor can be assumed to be equal to 2.