

А.И. Исакова, Г.М. Игонин

## АДАПТИВНАЯ ВРЕМЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЛИДАРНЫХ СИГНАЛОВ

Описывается подход, связанный с использованием аппарата марковской фильтрации дважды стохастических пуассоновских процессов. На основе свойства и уравнений фильтра Калмана–Бьюси получена оптимальная оценка реализации дважды стохастического пуассоновского процесса. Применена процедура Роббинса–Монро, позволяющая строить сходящуюся к неизвестному истинному значению параметра последовательность.

### Введение

Чрезвычайная изменчивость в пространстве и во времени земной атмосферы приводит к тому, что поля атмосферно-оптических параметров являются случайными, высотные зависимости – суть пространственные реализации этих полей в фиксированные моменты времени, а зависимости характеристик выбранного объема на интервале наблюдения – их временные реализации. Лидарное измерение любого параметра атмосферы сопровождается пространственно-временным сглаживанием этих реализаций, что при определенных условиях позволяет задавать их статистическую структуру [1]. Для оптимизации обработки выборочных данных с целью повышения эффективности лидарных методов определения атмосферных параметров возможно применение методов теории статистических решений, в частности оптимальной марковской фильтрации лидарных сигналов, как это показано в [1 – 3] применительно к основным режимам их регистрации.

Оптимизация в счетно-фотонном режиме регистрации была проведена на основе уравнений, полученных с применением методов марковской фильтрации непрерывных процессов. Более строгий подход связан с использованием аппарата марковской фильтрации дважды стохастических пуассоновских процессов [4]. Идея применения этого аппарата может быть плодотворной при соблюдении двух условий.

Во-первых, оцениваемый параметр должен проявлять черты стохастичности в том смысле, что его зависимость от времени (временная фильтрация) или дальности (пространственная фильтрация) должна быть реализацией некоторого случайного процесса, который имеет определенные свойства – гауссовости и марковости. В частности, такими процессами являются временные зависимости сглаженных в пространственном строге флуктуаций коэффициента обратного рассеяния, что подтверждает удовлетворительная экспоненциальная аппроксимация их автокорреляционной функции [5].

Во-вторых, оптимальная фильтрация должна быть значительно эффективней обычно применяемых неоптимальных обработок лидарных сигналов, чтобы оправдать усложнение алгоритма обработки и предъявляемых к нему требований. Так возникает необходимость оценки эффективности оптимальной фильтрации для определения области ее применения, а также для проверки работоспособности алгоритма в условиях замкнутых численных экспериментов, для анализа чувствительности к неточному заданию априорных данных и т.д. Расчет эффективности необходим также и для других целей: например, для прогноза эффективности зондирования в назначенном диапазоне условий при разработке лидара и при выборе его основных параметров, а также для определения эффективности работы конкретных лидаров в различных условиях зондирования.

В данной статье описывается подход, связанный с использованием аппарата марковской фильтрации дважды стохастических пуассоновских процессов.

## Необходимые соотношения и постановка задачи

Предположим, что временные, сглаженные в рассеивающем объеме реализации коэффициента обратного рассеяния  $\beta(t; z)$  – марковские, которые можно представить в виде  $\beta = \bar{\beta} + \Delta\beta$ , где  $\bar{\beta}$ ,  $\Delta\beta$  – среднее значение и флуктуация  $\beta$ ;  $t$  – момент времени;  $z$  – высота зондируемого строба. Считая, что нормированные флуктуации  $\eta(t; z) = \Delta\beta/\delta\beta$ , где  $\sigma_\beta^2(z)$  – дисперсия  $\beta(t; z)$ , являются гауссовским марковским процессом с экспоненциальной автокорреляционной функцией и радиусом  $t_k$  временной корреляции, имеем

$$\beta(t; z) = \bar{\beta} + \sigma_\beta(z) \eta(t; z). \quad (1)$$

В режиме счета фотонов с интегрированием заряда в стробе длительностью  $\Delta t_c$  интенсивность  $v_\Sigma(t; \eta, z)$  суммарного пуассоновского потока чисел  $n(t; \Delta t)$  фотоэлектронов, накопленных на интервалах дискретизации  $\Delta t \ll t_k$  в моменты  $t$ , равна

$$v_\Sigma(t; \eta, z) = \chi_2 [P_s(t; \eta, z) + \chi_1 P_\phi] / hv + i_T / q, \quad (2)$$

где  $\chi_1, \chi_2$  – коэффициент потерь в приемной оптике и квантовая эффективность фотодетектора;  $hv$  – энергия кванта излучения;  $q$  – заряд электрона;  $i_T$  – темновой ток;  $P_\phi$  – мощность фона, собираемая приемной апертурой;

$$P_s(t; \eta, z) = \chi_1 E_0 S_a (z - z_n)^{-2} \frac{c \Delta t_c}{2} \beta(t; \eta, z) Y^2(z_n, z) f_n \quad (3)$$

– реализация сигнальной компоненты мощности обратного рассеяния. В (3)  $E_0$  – энергия излучения в импульсе;  $S_a$  – площадь приемной апертуры;  $Y(z_n, z)$  – произведение (сглаженных) функций аэрозольного и рэлеевского пропусканий;  $z_n$  – высота расположения лидара;  $f_n$  – частота повторения зондирующих импульсов.

Для данной реализации  $P_s(t; \eta, z)$  имеем на выходе фотодетектора ненаблюдаемый условно-пуассоновский поток  $n_s(t; \eta, z)$  сигнальных фотоэлектронов с интенсивностью  $v_s(t; \eta, z)$ , пропорциональной  $P_s$ , и суммарный поток сигнальных и фоновотемновых фотоэлектронов  $n(t)$  с интенсивностью  $v_\Sigma(t; \eta, z)$  вида (2). В силу интегрального характера флуктуаций  $Y(z_n, z)$  будем считать, что вклад во флуктуации  $\Delta P_s$  на интервале наблюдения  $[t_0, t_{\max}]$  дают случайные отклонения  $\Delta\beta$ . Флуктуации  $\Delta Y$  с радиусом  $t_{kY}$  временной корреляции, удовлетворяющим условию  $t_{kY} > t_{\max} - t_0 \gg t_{k\beta}$ , где  $t_{k\beta}$  – временной радиус корреляции  $\beta$ , определяемый горизонтальным масштабом оптических неоднородностей и скоростью их движения, наряду с другими крупномасштабными флуктуациями атмосферных параметров, определяют статистические характеристики среднего по ансамблю флуктуаций  $\Delta\beta$  значения  $\bar{v}_\Sigma$ , которое будем считать неизвестной случайной величиной. В результате имеем дважды стохастический пуассоновский процесс с априорно неизвестной средней интенсивностью.

Требуется синтезировать алгоритм обработки реализаций  $n(t)$ , позволяющий оптимально восстанавливать реализации  $\eta(t)$ ,  $v_s(t; \eta, z)$ ,  $v_\Sigma(t; \eta, z)$  и одновременно оценивать неизвестное значение  $\bar{v}_\Sigma$ .

## Уравнение фильтрации и адаптации

Найдем обработку  $n(t)$ , являющуюся оптимальной (в смысле минимума среднеквадратической ошибки) оценкой реализации  $\eta(t)$  на интервале наблюдения  $[t_0, t_{\max}]$ . Подставляя (1) в (3), согласно (2) запишем  $v_\Sigma(t)$  в следующем виде:

$$v_{\Sigma}(t; \eta, z) = \bar{n}_{\Sigma}(z) + \sigma_s(z) \eta(t), \quad (4)$$

где  $\bar{v}_{\Sigma}(z) = \bar{v}_s(z) + v_{ш}$ ,  $\bar{v}_s(z) = \chi_2 \bar{P}_s(z) / h\nu$ ,  $v_{ш} = \chi_1 \chi_2 P_{\phi} / h\nu + \frac{i_r}{q}$  – средние по ансамблям дробовых флуктуаций фотодетектора и  $\beta$  значения интенсивностей суммарного, сигнального и фоновотемнового потоков фотоэлектронов;  $\sigma_s = \bar{v}_s m_{\beta}$ ;  $m_{\beta} = \sigma_{\beta} / \bar{\beta}$ .

Используя марковость  $\eta$ , можно записать уравнения фильтра Калмана–Бьюси для ее оптимальной оценки  $\eta^*$  при регистрации дважды стохастического пуассоновского процесса:

$$d\eta^* = -\frac{1}{t_k} \eta^* dt + K \sigma_s / \bar{v}_{\Sigma} [dn(t) - \bar{n}_{\Sigma} dt - \sigma_s \eta^* dt]; \quad (5)$$

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{2}{t_k} K + \frac{2}{t_k} - \frac{\sigma_s^2}{\bar{v}_{\Sigma}} K^2, \quad (6)$$

где  $K = \langle (\eta - \eta^*)^2 \rangle$  – апостериорная дисперсия  $\eta^*$ ;  $dn(t) = n(t) - n(t + dt)$  – приращение процесса  $n(t)$  на интервале  $[t, t + dt]$ . Начальные условия задаются в момент  $t_0$ :  $\eta^*(t_0) = 0$ ,  $K(t_0) = 1$ . Система уравнений решается рекуррентными численными методами (Эйлера–Коши, Рунге–Кутта 4-го порядка).

В условиях априорной неопределенности относительно каких-либо параметров плодотворным является применение адаптивных алгоритмов обработки, позволяющих одновременно оценивать неизвестные величины. В частности, для оценки неизвестной средней интенсивности  $\bar{v}_{\Sigma}$  ввиду ограниченности априорной информации о статистических характеристиках крупномасштабных флуктуаций, определяющих распределение, целесообразно применение методов непараметрической статистики. Считая заданной оптимальную оценку  $\eta^*$ , полученную из системы уравнений (5), (6), приходим к задаче одновременной оценки неизвестного среднего на фоне аддитивных гауссовских дробовых флуктуаций фотодетектора. Для решения этой задачи применялась процедура Роббинса–Монро [6], позволяющая строить сходящуюся к неизвестному истинному значению параметра последовательность согласно рекуррентному виду:

$$\bar{n}_{j+1}^* = \bar{n}_j^* + \frac{1}{j+1} [n(t_j + 1) - \sigma_s \eta^* - \bar{n}_j^*], \quad (7)$$

где  $t_j = t_0 + (j-1) \Delta t$ ;  $\bar{n}_1^* = n_0$ ;  $j = 1 \div M$ ;  $M = (t_{\max} - t_0) / \Delta t$ ;  $n_0$  – произвольное начальное значение. Последовательность оценок  $\bar{v}_{\Sigma j}^*$  неизвестной средней интенсивности  $\bar{v}_{\Sigma}$  определяется как  $\bar{v}_j^* = \bar{n}_j^* / \Delta t$ .

Адаптивный алгоритм сводится к рекуррентному определению оценок  $\eta^*$  и  $\bar{n}_j^*$  путем решения системы взаимосвязанных уравнений (5)–(7).

Работоспособность алгоритма анализировалась в условиях замкнутого численного эксперимента, который включал имитирование реализаций  $\eta(t)$ , задающих вид флуктуаций  $\Delta \beta(t; z)$ , формирование полезной  $n_s(t; \eta, z) = v_s(t; \eta, z) \Delta t$  и суммарной  $n(t; \eta, z) = v(t; \eta, z) \Delta t$  составляющих потока фотоэлектронов, а также анализ пространственной и временной зависимостей показателей эффективности фильтрации для различных лидарных станций.

Имитация временных флуктуаций  $\beta(t; z)$  проводилась по (1) путем моделирования простого марковского процесса  $\eta(t)$  по рекуррентной формуле [7]

$$\eta(t_i) = \exp(-\Delta t / t_k) \eta(t_{i-1}) + \sqrt{1 - \exp(-2 \Delta t / t_k)} \xi(t_i),$$

где  $\xi(t_i)$  – нормальные случайные величины с нулевым средним и единичной дисперсией.

Для моделирования временных рядов чисел фотоэлектронов  $n_s(t; \eta, z)$ ,  $n(t; \eta, z)$  применялось свойство суперпозиции независимых пуассоновских потоков [8], что позволило имитировать пуассоновские потоки с большими входными средними значениями с помощью стандартных процедур и тем самым проводить замкнутые численные эксперименты для большого диапазона высот зондирования. Входными данными для <пуассоновского оператора> П, описывающего идеальный фотодетектор, при получении  $n_s(t; \eta, z)$  служили временные реализации  $\tilde{n}_s(t) = \bar{n}_s + \sigma_s \eta(t)$ , поэтому  $n_s = \Pi \{\tilde{n}_s\}$  – дважды стохастический пуассоновский процесс. Для имитации шумовой составляющей  $n_{ш}$  входной смеси фотоэлектронов использовались  $\bar{n}_{ш}$ , т.е.  $n_{ш} = \Pi \{\bar{n}_{ш}\}$ .

На рис. 1, 2 приведены результаты численного эксперимента. На рис. 1 сравниваются <истинные>  $\eta(t)$  и восстановленные  $\eta^*(t)$  по (5) – (7) реализации относительных флуктуаций коэффициента обратного рассеяния при различных значениях априорной неопределенности  $n_0$ . В частности, при априорно известном  $\bar{n}$ , соответствующем неадаптивному варианту фильтрации, оценка  $\eta^*(t)$  хорошо следует за флуктуациями  $\eta$ .

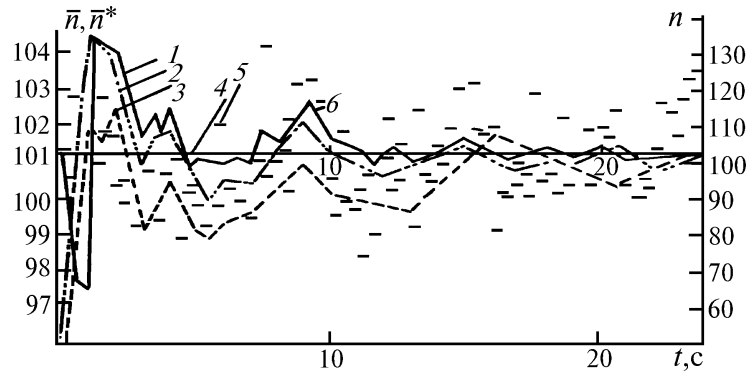


Рис. 1. Восстановление неизвестного среднего числа фотоэлектронов во времени при

$$\bar{n}^*(0) = \begin{cases} \bar{n} \cdot 1,0 - 1, \\ \bar{n} \cdot 0,7 - 2, \bar{n} - 4; \text{ исходная реализация} - 5 \\ \bar{n} \cdot 0,5 - 3, \end{cases}$$

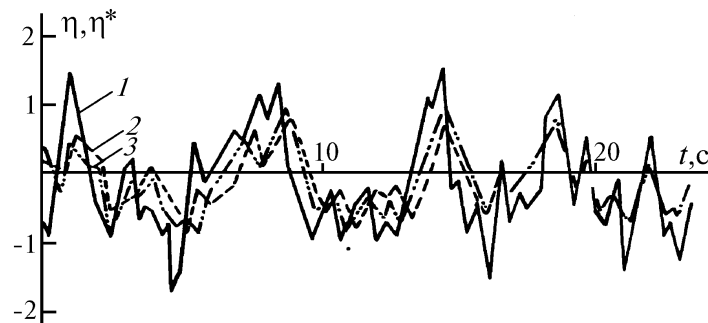


Рис. 2. Сравнение <истинных>  $(\eta(t) - 1)$  и восстановленных значений реализаций  $\eta(t)$  и  $\eta^*(t)$  при

$$n_0 = \begin{cases} \bar{n} \cdot 1,0 - 2, \\ \bar{n} \cdot 0,5 - 3 \end{cases}$$

В условиях адаптации, при существенном начальном отклонении  $\bar{n}$  (50%), в переходном режиме наблюдается заметное расхождение между  $\eta^*$  и  $\eta$ . Восстановление неизвестного среднего по (7) для различных случаев априорной неопределенности иллюстрируется на

рис. 2. В частности, видно, что при 50%-м отклонении переходный режим затягивается, что влияет на результаты восстановления  $\eta$ .

**Заключение.** В результате проведенных научных исследований найдены адаптивные алгоритмы обработки лидарного сигнала в счетно-фотонном режиме регистрации. Показана работоспособность алгоритма в условиях замкнутого численного эксперимента.

1. Глазов Г.И., Глазов Гр.Н., Игонин Г.М. //Автометрия. 1985. N 5. С. 46–51.
2. Игонин Г.М., Исакова А.И., Теушеков В.Д. // Оптика атмосферы, 1988. Т. 1. N 5. С. 104–109.
3. Игонин Г.М., Исакова А.И., Теушеков В.Д. //Физика. 1988. N 6 (деп.).
4. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1971. 408 с.
5. Корреляционные методы лазерно-локационных измерений скорости ветра. / Г.Г. Матвиенко, Г.О. Задде, Э.С. Фердинандов и др. Новосибирск: Наука, 1985. 221 с.
6. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. М.: Наука, 1972. 304 с.
7. Полляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М.: Советское радио, 1971. С. 188–189.
8. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 2. М.: Мир, 1977. С. 146–148.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
28 июня 1994 г.

A. I. Isakova, G. M. Igonin. Adaptive Temporal Filtration of Lidar Signals.

An approach using the techniques of Markov filtration of the twice stochastic Poisson process is described in the paper. Based on Markov property and equations of Kalman-Bussis filter, an optimal estimate is obtained of the twice stochastic Poisson process realisation. The Robbins-Monroe procedure is used allowing for constructing of the sequence converted to an unknown proper value of the parameter.