

А.А. Попов, О.В. Шефер

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И ОРИЕНТАЦИИ ЛЕДЯНЫХ ПЛАСТИНОК ИЗ ДАННЫХ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ЛАЗЕРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

В рамках оптической модели облака в виде совокупности ориентированных пластинок и на основе двух-угловой схемы зондирования получена система из двух нелинейных уравнений для определения показателя преломления и одного из углов ориентации. Решение данной системы сведено к простому итерационному алгоритму. В статье приведена иллюстрирующая алгоритм двумерная номограмма, выходными параметрами которой являются показатель преломления и угол ориентации. Другой угол, задающий ориентацию пластинок, определяется на основе свойств для деполаризационного отношения.

Углы ориентации и показатель преломления ледяных пластинок относятся к тем параметрам кристаллического облака, которые по сравнению с остальными подвержены наименьшим вариациям. Причем в малых интервалах изменения данных параметров для каждого из них можно всегда указать по одному априорно известному значению. Действительно, ледяные пластинки при малой горизонтальной составляющей скорости ветра ориентируются в горизонтальной плоскости. Такая ориентация пластинок обусловлена их движением в поле гравитационных сил. Что касается показателя преломления, то для него в качестве априорного можно указать значение, измеренное для чистого льда на данной длине волны в лабораторных условиях. Однако для различных атмосферных кристаллов значения показателя преломления даже при фиксированной длине волны рассеяны на некотором интервале, граничные точки которого отличаются по величине друг от друга на десятки процентов. Повидимому, это связано с содержанием в природных кристаллах различных микропримесей. Как и показатель преломления, ориентацию ледяных пластинок также нельзя считать априорно известной. Действительно, горизонтальная составляющая скорости ветра смещает относительно вертикали направление воздушного потока, обтекающего каждую частицу полидисперсной среды. А это, в свою очередь, влечет за собой изменение ориентации пластинок.

В работе [1] нами исследованы характеристики обратного рассеяния для системы ориентированных пластинок различных диаметров и толщин. Известно, что в атмосфере с высокой повторяемостью встречаются облака, преимущественно состоящие из ориентированных ледяных пластинок [2, 3]. Поэтому предложенная в статье [1] оптическая модель полидисперсной среды вполне адекватно соответствует реальным атмосферным образованиям. В рамках этой модели показано, что отношения параметров вектора Стокса в первом приближении зависят только от показателя преломления и ориентации пластинок. Это дает возможность контролировать данные параметры полидисперсной среды с помощью поляризационного лидара без привлечения дополнительной информации. В настоящей статье предложен алгоритм определения показателя преломления и углов ориентации ледяных пластинок из данных поляризационного лазерного зондирования.

Предположим, что измерительная схема лидара позволяет кроме интенсивности I_{π_1} сигнала обратного рассеяния определять также остальные параметры вектора Стокса: $I_{\pi_2}, I_{\pi_3}, I_{\pi_4}$. Введем в рассмотрение следующие отношения: $I_{\pi_2} / I_{\pi_1}, I_{\pi_3} / I_{\pi_1}, I_{\pi_4} / I_{\pi_1}$. В [1] показано, что если рассеивающий объем содержит в себе ориентированные ледяные пластинки, то с погрешностью не более 2% для этих отношений справедлива следующая формула:

$$\frac{I_{\pi_j}}{I_{\pi_1}} = \frac{A_j}{A_1}, \quad j = 2, 3, 4, \quad (1)$$

где A_j — некоторые коэффициенты, зависящие от углов ориентации и показателя преломления пластинок, а также от состояния поляризации падающего излучения. В этой же работе [1] приведены соотношения для коэффициентов A_j при произвольной поляризации падающего поля. В данной статье рассмотрим только случаи линейной и круговой поляризации, которые наиболее часто используются на практике. Заметим, что при линейной поляризации более информативным является отношение A_2/A_1 , а при круговой — A_4/A_1 . Отношения A_2/A_1 и A_4/A_1 определенные, соответственно, при линейной и круговой поляризациях, обозначим символами P_L и P_K . Для коэффициентов P_L и P_K в статье [1] получены следующие соотношения:

$$P_{\perp} = \frac{(|R_{\parallel}|^2 \cos^2 \gamma - |R_{\perp}|^2 \sin^2 \gamma) \cos 2\gamma - \operatorname{Re}(R_{\parallel} R_{\perp}^*) \sin^2 2\gamma}{|R_{\parallel}|^2 \cos^2 \gamma + |R_{\perp}|^2 \sin^2 \gamma}, \quad (2)$$

$$P_{\kappa} = - \frac{2\operatorname{Re}(R_{\parallel} R_{\perp}^*)}{|R_{\parallel}|^2 + |R_{\perp}|^2}, \quad (3)$$

где R_{\parallel} и R_{\perp} — коэффициенты отражения Френеля для волн параллельной и перпендикулярной поляризации; γ — угол, который образует вектор электрической составляющей электромагнитного поля с плоскостью падения. Для ледяных кристаллов показатели преломления n и поглощения κ связаны между собой следующим неравенством: $n-1 \gg \kappa$. Это означает, что в выражениях для коэффициентов Френеля R_{\parallel} и R_{\perp} комплексный показатель преломления $\tilde{n} = n + i \cdot \kappa$ можно заменить на вещественный n . При такой замене коэффициенты Френеля станут вещественными, что в свою очередь приводит к упрощениям соотношений (2) и (3). В результате получим

$$P_{\perp} = \frac{(R_{\parallel}^2 \cos^2 \gamma - R_{\perp}^2 \sin^2 \gamma) \cos 2\gamma - R_{\parallel} R_{\perp} \sin^2 2\gamma}{R_{\parallel}^2 \cos^2 \gamma + R_{\perp}^2 \sin^2 \gamma}, \quad (4)$$

$$P_{\kappa} = - \frac{2R_{\parallel} R_{\perp}}{R_{\parallel}^2 + R_{\perp}^2}, \quad (5)$$

где R_{\parallel} и R_{\perp} — вещественные коэффициенты Френеля, определяемые по формулам

$$R_{\parallel} = \frac{n^2 \cos \beta - s}{n^2 \cos \beta + s}, \quad R_{\perp} = \frac{\cos \beta - s}{\cos \beta + s}, \quad s = \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}. \quad (6)$$

Здесь β — острый угол между направлением распространения падающей волны и нормалью к основанию любой из пластинок.

Предположим, что P_{\perp} и P_{κ} являются измеряемыми величинами. Нетрудно убедиться, что каждая из них связана, по крайней мере, с тремя (соотношения (2) и (3)) или с двумя (соотношения (4) и (5)) неизвестными величинами, т. е. задача определения параметров n , κ , β является неоднозначной. В этой связи следует указать на один из возможных путей устранения неоднозначности, который используется для подобного рода задач. Соотношения (2) и (4) имеют свободный параметр — угол γ изменение которого можно реализовать путем поворота лидара вокруг его оси. В результате для измеряемых величин P_{\perp} можно получить экспериментальные кривые, а затем попытаться методом наименьших квадратов подогнать под них параметры n , κ , β , используя соотношение (2), или n , β с помощью соотношения (4). Однако в данном случае такой подход не позволяет удовлетворительно разрешить проблему неоднозначности. Действительно, функция P_{\perp} , определяемая соотношением (4), является однородной по отношению к коэффициентам Френеля R_{\parallel} и R_{\perp} . Следовательно, речь здесь может идти только об определении отношения коэффициентов Френеля, а оно включает в себя два неизвестных параметра n и β . Введение малого затухания κ хотя формально и снимает неоднозначность, но приводит к необходимости решения некорректной задачи при определении параметров n , κ , β с помощью соотношения (2). Поэтому далее рассмотрим иной подход устранения неоднозначности при определении углов ориентации и показателя преломления ледяных пластинок.

Преобразуем соотношения (4) и (5) к виду

$$p_{\perp} = \frac{(p^2 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma) \cos 2\gamma - p \sin^2 2\gamma}{p^2 \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma}, \quad (7)$$

$$p_{\kappa} = - \frac{2p}{p^2 + 1}, \quad (8)$$

где символом p обозначено отношение коэффициентов Френеля, т. е. $p = R_{\parallel}/R_{\perp}$. Вполне понятно, что не представляет особого труда выразить параметр p через измеряемую величину P_{κ} с помощью формулы (8) либо подогнать его под экспериментальную кривую $P_{\perp}(\gamma)$, используя соотношение (7). Таким образом, можно считать параметр p известным и перейти к определению неизвестных параметров n и β , от которых он зависит. Однако здесь следует заметить, что один угол β не позволяет однозначно задать ориентацию пластинок. Действительно, при известном угле β можно только указать возможные направления нормалей к основанию той или иной пластинки, которые образуют вокруг

направления распространения падающей волны коническую поверхность. Но из совокупности нормалей, соответствующих данному углу β , всегда можно выбрать единственную, если заранее определить плоскость падения волны. В этой связи отметим, что когда вектор электрической составляющей линейно поляризованной волны лежит в плоскости падения ($\gamma = 0^\circ$) или перпендикулярен к ней ($\gamma = 90^\circ$), то измеряемая величина P_\perp принимает максимальное значение, равное 1. Кроме того, известно [1], что кривая $P_\perp(\gamma)$ на отрезке $[0^\circ, 90^\circ]$ не является симметричной: ее минимум смещен относительно середины отрезка к его левому концу $\gamma = 0$. Таким образом, анализируя изменение величины P_\perp при повороте лидара вокруг его оси, можно всегда однозначно определить плоскость падения волны.

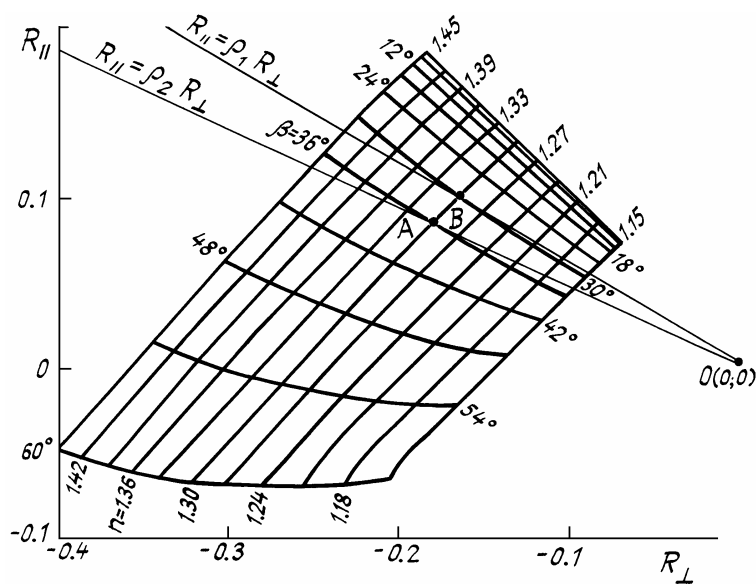
Пусть определены параметры P_j ($j = 1, 2$) для двух направлений зондирования, которые составляют между собой известный угол Δ . Пусть также векторы этих направлений лежат в одной и той же плоскости падения. Тогда неизвестные параметры n и β можно определить из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} p_1 &= R_{\parallel}(\beta, n)/R_{\perp}(\beta, n); \\ p_2 &= R_{\parallel}(\beta + \Delta, n)/R_{\perp}(\beta + \Delta, n). \end{aligned} \quad (9)$$

Решение системы (9) удобнее всего получить с помощью предложенного ниже итерационного алгоритма. Зададим для показателя преломления n некоторое начальное приближение n_0 . Затем вычислим соответствующие данному показателю преломления n_0 углы β_{01} и β_{02} , которые определяют отклонения нормали к основанию пластинки от каждого из двух направлений зондирования. Для этого воспользуемся следующей цепочкой формул:

$$\begin{aligned} a_j &= 0,5 \left(1 - \frac{1}{p_j} \right) \cdot \frac{n_0^2 + 1}{n_0^2 - 1}; \\ b_j &= 1/p_j \left(\sqrt{a_j^2 + 1/p_j} + a_j \right); \quad c_j = \sqrt{(n_0^2 - i) / ((1 - b_j)/(1 + b_j))^2 - 1}; \\ \beta_{0j} &= \arccos(c_j). \end{aligned} \quad (10)$$

(Индекс j здесь принимает значения 1 и 2). После вычисления β_{01} и β_{02} проверяется условие $|\beta_{01} - \beta_{02}| = \Delta$, при выполнении которого итерационная схема прекращает работу, а β_{01} и n_0 считаются найденными параметрами. Если данное условие не выполняется, то следует изменить значение показателя преломления n . Причем на очередном шаге алгоритма n следует увеличивать, если $|\beta_{01} - \beta_{02}| < \Delta$, или уменьшать, если $|\beta_{01} - \beta_{02}| > \Delta$. Работу алгоритма можно также проиллюстрировать номограммой, представленной на рисунке.



Номограмма для определения показателя преломления n и угла ориентации β для ледяных пластинок: безразмерные параметры $p_1 = -0,612$ и $p_2 = -0,462$ при условии $\Delta = |\beta_1 - \beta_2| = 6^\circ$ однозначно связаны с углами $\beta_1 = 30^\circ$ и $\beta_2 = 36^\circ$ и показателем преломления $n = 1,30$

Пусть известны два значения для параметра p : $p_1 = -0,612$ и $p_2 = -0,462$. Причем второе значение $p = p_2$ получено после изменения направления зондирования относительно первоначального на величину $\Delta = 6^\circ$. Параметры p_1 и p_2 устанавливают две зависимости между коэффициентами Френеля: $R_{\parallel} = p_1 R_{\perp}$, $R_{\parallel} = p_2 R_{\perp}$, каждая из которых определяет прямую, проходящую через начало координат (см. рисунок). Изменение показателя преломления в процессе итераций эквивалентно движению вдоль этих прямых. На каждом шаге алгоритма всегда можно получить две точки пересечения прямых $R_{\parallel} = p_1 R_{\perp}$ и $R_{\parallel} = p_2 R_{\perp}$ с линией постоянного $n = n_j$, соответствующего очередному j -му приближению для показателя преломления в итерационной схеме. Через каждую точку пересечения проходит по одной линии постоянного β (β_{j1} и β_{j2}). Если эти линии отстоят друг от друга на 6° , то алгоритм прекращает работу. Искомые точки на номограмме, для которых выполняется условие $|\beta_{j1} - \beta_{j2}| = \Delta = 6^\circ$, обозначены буквами A и B . Через каждую из этих точек проходят по две линии постоянных параметров n и β : через точку A — линии $n = 1,30$ и $\beta = 30^\circ$, через точку B — $n = 1,30$ и $\beta = 36^\circ$. Очевидно, что в данном случае $n = 1,30$ и $\beta = 30^\circ$ являются искомыми значениями. На номограмме, представленной на рисунке, одноименные линии как для параметра n , так и для параметра β не пересекаются друг с другом, что лишней раз говорит о возможности однозначного определения показателя преломления n и угла ориентации β .

Предложенный выше алгоритм справедлив при выполнении условия $n-1 \gg \kappa$ и позволяет определить только неизвестные параметры n и β , т. е. данное условие априорно выводит из алгоритма параметр κ . Более того, любая попытка в данном случае построить алгоритм, в котором бы определялись все три параметра n , κ и β , не может привести к успеху. Однако когда $n-1 \approx \kappa$, то можно ставить задачу об определении всех трех параметров. В данном случае, как упоминалось выше, параметры n , κ и β подгоняются под экспериментальную кривую $P_{\perp}(\gamma)$ с помощью соотношения (2).

При разработке алгоритма условно считалось, что все ледяные пластинки занимают фиксированное положение. На самом деле пластинки имеют флаттер, т.е. совершают колебания относительно некоторой плоскости, которую условно можно принять в качестве плоскости ориентации. Как правило, амплитуда этих колебаний незначительна. В частности, в работе [4] показано, что для пластинок величина флаттера составляет чуть больше $0,5^\circ$. Кроме того, кривые постоянных n и β на номограмме монотонны, а на малых участках практически линейны. В результате при усреднении характеристик P_{\perp} и P_{\parallel} на малом угловом интервале $[\beta - \Delta\beta, \beta + \Delta\beta]$ должны получиться характеристики P_{\perp} и P_{\parallel} , близко соответствующие случаю, при котором все пластинки расположены в плоскости ориентации.

Подводя итог вышесказанному, можно сделать вывод, что в статье построен алгоритм, который позволяет определять ориентацию и показатель преломления для ледяных пластинок из данных одночастотного поляризационного лазерного зондирования без привлечения априорной информации.

1. Попов А.А., Шефер О.В. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 1. С. 44–50.
2. Оно А. // J. Atm. Sci. 1970. V. 27. № 4. P. 649–658.
3. Platt C.M.R., Scott J., Dillely A.C. // J. Atrti. Set. 1987. V. 44. № 4. P. 729–747.
4. Platt C.M.R. // J. Appl. Meteor. 1978. V. 17. P. 1220–1224.

Марийский политехнический институт им. Горького, Йошкар-Ола
Институт оптики атмосферы СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
22 ноября 1990 г.

A. A. Popov, O. V. Shefer. An Algorithm for Determination of the Refractive Index and Orientation of Ice Plates from the Polarization Laser Sensing Data.

Within the framework of optical model of a cloud as an ensemble of oriented plates and using a two angle scheme of sounding a system of two nonlinear equations is obtained allowing the determination of the particles refractive index and of one of the orientation angles. The procedure of solving this system is reduced to a simple iteration algorithm. The algorithm is illustrated in the paper by a two-dimensional nomogram, the output parameters of which are the refractive index and the orientation angle. Another one angle of the plates orientation is determined from the depolarization ratio properties.