«Оптика атмосферы и океана», **12**, № 5 (1999)

РАССЕЯНИЕ И ПЕРЕНОС ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 535.361

**В.В. Веретенников**

# СТРУКТУРА ЛИДАРНОГО СИГНАЛА ПРИ МНОГОКРАТНОМ РАССЕЯНИИ В МАЛОУГЛОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск*

Поступила в редакцию 8.02.99 г. Принята к печати 2.03.99 г.

Рассмотрено уравнение для мощности лидарного сигнала с учетом зависимости вклада многократного рассеяния от дисперсного состава среды в малоугловом приближении. Численно исследовано соотношение между компонентами многократно и однократно рассеянного излучения в зависимости от угла поля зрения приемника при различной оптической толщине слоя. Оценена применимость дифракционного приближения для малоугловой части индикатрисы рассеяния при описании лидарных сигналов с учетом многократного рассеяния.

В практике атмосферно-оптических исследований в последние десятилетия прочное место заняли лидары. К настоящему времени создана развитая теория и разработаны эффективные методики интерпретации лидарных сигналов, в которых рассеяние учитывается в однократном приближении [1–3]. При зондировании оптически плотных сред в лидарном сигнале значительно возрастает и становится преобладающей доля многократно рассеянного света. Многократное рассеяние играет особенно существенную роль при распространении света в грубодисперсных средах, индикатриса рассеяния в которых сильно вытянута вперед.

Существующие алгоритмы интерпретации данных лазерного зондирования плотных сред основаны, как правило, на выделении компоненты лидарного сигнала, соответствующей приближению однократного рассеяния, и решении уравнения для этой компоненты известными методами [4, 5]. При этом вклад компоненты, обусловленной многократным рассеянием, рассматривается как помеха, учет которой производится итерационным путем. Уровень помехи многократного рассеяния в лидарных сигналах зависит от оптических характеристик среды и геометрии эксперимента. Для ее строгого учета требуется решение уравнения переноса излучения (УПИ), что связано, как известно, со значительными вычислительными затратами и затрудняет оперативную интерпретацию экспериментальной информации.

Одним из перспективных направлений, позволяющих преодолеть указанные трудности, является использование аналитических решений УПИ, получаемых в приближении малых углов [6, 7]. В [8–10] предложена и развита методика учета в лидарном сигнале многократного рассеяния в малоугловом приближении при последовательном учете актов рассеяния на большие углы. Однако применение результатов, полученных в [8–10], при решении обратных задач лидарного зондирования затруднено тем обстоятельством, что применяемые в них модельные описания индикатрис рассеяния имеют крайне упрощенный вид и не отражают реальную информацию о дисперсном составе среды.

Этот недостаток восполняется при использовании связи между индикатрисой рассеяния крупных частиц в приближении дифракции Фраунгофера и геометрическими параметрами тени этих частиц [11]. Такой подход позволяет аналитически выразить зависимость фона многократного рассеяния в лидарном сигнале от параметров микроструктуры среды [12]. В свою очередь, включение этой зависимости в описание лидарных сигналов позволяет рассматривать фон многократного рассеяния уже не как помеху, а как дополнительный источник полезной информации о свойствах среды, которую можно учитывать при разработке алгоритмов интерпретации лидарных данных. Наконец, указанный подход позволяет прогнозировать поведение лидарных сигналов для индикатрис рассеяния, соответствующих типичным аэрозольным распределениям с учетом их микроструктуры, что необходимо при планировании экспериментов по зондированию плотных сред и разработке соответствующей экспериментальной техники.

В настоящей статье на основе обобщения уравнения лазерного зондирования с учетом многократного рассеяния в малоугловом приближении рассмотрена структура лидарных сигналов в зависимости от геометрии эксперимента. Приведены расчетные зависимости фона многократного рассеяния при вариациях угла поля зрения приемника с учетом дисперсного состава рассеивающих сред.

## 1. Формулировка лидарного уравнения с учетом многократного рассеяния в малоугловом приближении

В данном разделе будут приведены аналитические соотношения, устанавливающие связь между мощностью лидарного сигнала, поступающего на вход приемной системы, и оптическими характеристиками дисперсной среды с учетом вклада многократного рассеяния в малоугловом приближении.

Рассмотрим рассеивающую среду с сильно вытянутой вперед индикатрисой рассеяния и оптическими характеристиками, зависящими только от одной пространственной координаты $z$. Предположим, что среда облучается импульсным лидаром; источник и приемник лазерного излучения расположены в плоскости $z = 0$, их оптические оси параллельны оси $Oz$, расстояние между осями равно $d$, а чувствительность приемной системы описывается функцией $D(\mathbf{r}, \gamma)$, имеющей круговую симметрию по пространственным и угловым координатам, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – поперечные координаты в плоскости $z = 0$, а $\gamma$ – угол, образуемый заданным направлением с осью $Oz$.

Будем исходить из часто используемой модели, согласно которой учет многократно рассеянного излучения производится в окрестности направления распространения зондирующего импульса, а рассеяние на большие углы учитывается в однократном приближении. В этом случае процесс распространения импульса можно разделить на три этапа, включающие в себя распространение излучения от источника до рассеивающего объема, в котором происходит однократное рассеяние импульса в обратном направлении, и распространение рассеянного излучения от этого объема до приемника. При этом процесс распространения светового импульса в обоих направлениях описывается нестационарным уравнением переноса излучения в малоугловом приближении. Формальное описание сигнала, рассеянного в обратном направлении, можно получить на основе предложенной в [8, 9] методики последовательного учета актов рассеяния на большие углы. Особенно простое решение будем иметь в случае, когда можно пренебречь изменением индикатрисы рассеяния в области углов, близких к $\pi$. Эта область определяется поперечным размером мгновенного рассеивающего объема.

При сделанных предположениях в случае точечного мононаправленного (ТМ) источника, излучающего $\delta$-импульс с единичной энергией в момент времени $t = 0$, можно получить следующее выражение для мощности лидарного сигнала, поступающего в момент времени $t = 2\,z/c$ на вход приемной системы:

$$P(z,R_{\text{п}},\gamma_{\text{п}},d) = \frac{c}{4\pi}\,\beta_\pi(z)\int_0^\infty \nu J_0(\nu d)\,\widetilde{D}(\nu,z\nu)\,F(\nu)\,d\nu, \qquad (1)$$

где

$$F(\nu) = \exp\left[-2\,\tau(z) + g(\nu)\right], \quad \tau(z) = \int_0^z \varepsilon(s)\,ds\,; \qquad (2)$$

$$g(\nu) = 2\int_0^z \sigma(z-s)\,\widetilde{x}(\nu s)\,ds\,; \qquad (3)$$

$J_0(.)$ – функция Бесселя первого рода; $\widetilde{D}(\nu, p)$ – преобразование Ганкеля функции $D(r, \gamma)$ по переменным $r$ и $\gamma$; $F(\nu)$ – оптическая передаточная функция (ОПФ) для стационарного источника в фиктивной среде, коэффициенты ослабления и рассеяния света в которой вдвое превышают их реальные значения $\varepsilon(s)$ и $\sigma(s)$, а малоугловая индикатриса рассеяния $x(\gamma)$ остается без изменения.

Наряду с коэффициентом обратного рассеяния $\beta_\pi(z)$, ОПФ $F(\nu)$ в уравнении (1) содержит информацию об оптических свойствах среды и зависит также от преобразования Ганкеля малоугловой индикатрисы рассеяния $\widetilde{x}(p)$. Малоугловая индикатриса рассеяния $x(\gamma)$ удовлетворяет условию нормировки $2\pi\int_0^\infty x(\gamma)\,\gamma\,d\gamma = 1$. Она подобна реальной индикатрисе в области малых углов рассеяния $\gamma$ и стремится к нулю при больших углах $\gamma$. При замене индикатрисы рассеяния на ее малоугловую часть величина коэффициента рассеяния $\sigma(s)$ заменяется «эффективным» значением. Это позволяет приближенно учитывать потери излучения, рассеянного на большие углы.

Вид функции $\widetilde{D}(\nu, p)$ определяется пространственно-угловыми характеристиками приемной системы. Последующий анализ будет проводиться для случая, когда функция $D(r, \gamma)$ имеет ступенчатый вид по обеим переменным, т.е. полагаем, что

$$D(r,\gamma) = U(R_{\text{п}} - r)\,U(\gamma_{\text{п}} - \gamma)\,, \qquad (4)$$

где $U(r)$ – единичная ступенчатая функция (функция Хевисайда); $R_{\text{п}}$, $\gamma_{\text{п}}$ – радиус входного зрачка и угол (половинный) поля зрения приемника. Преобразование Ганкеля функции $D(r, \gamma)$ (4) приводит к выражению

$$\widetilde{D}(\nu, p) = \widetilde{U}(\nu, R_{\text{п}})\,\widetilde{U}(p, \gamma_{\text{п}})\,, \qquad (5)$$

где

$$\widetilde{U}(\nu, R_{\text{п}}) = S_{\text{п}}\,\frac{2\,J_1(R_{\text{п}}\,\nu)}{R_{\text{п}}\,\nu}\,,$$

$$\widetilde{U}(p, \gamma_{\text{п}}) = \Omega_{\text{п}}\,\frac{2\,J_1(\gamma_{\text{п}}\,p)}{\gamma_{\text{п}}\,p}\,; \qquad (6)$$

$J_1(.)$ – функция Бесселя первого рода; $S_{\text{п}} = \pi\,R_{\text{п}}^2$ – площадь приемной апертуры; $\Omega_{\text{п}} = \pi\,\gamma_{\text{п}}^2$ – телесный угол приема.

С учетом формул (4)–(6) легко показать, что уравнение (1) может быть представлено также в следующем виде [12]:

$$P(z, R_{\text{п}}, \gamma_{\text{п}}, d) = \frac{c}{2}\,\beta_\pi(z)\,S_{\text{п}}\,\Omega_{\text{п}}\,E(z, R_{\text{п}}, \gamma_{\text{п}}, d)\,, \qquad (7)$$

где функция $E(z, R_{\text{п}}, \gamma_{\text{п}}, d)$ описывает распределение освещенности в фиктивной среде, создаваемое на расстоянии $z = ct/2$ стационарным направленным источником единичной мощности с радиусом выходной апертуры $R_{\text{п}}$ и угловой расходимостью $\gamma_{\text{п}}$.

Уравнение (1) определяет мощность лидарного сигнала $P$ в зависимости от вышеперечисленных оптических характеристик рассеивающей среды: $\varepsilon(s)$, $\sigma(s)$, $\beta_\pi(z)$, $x(\gamma)$ и параметров приемной системы лидара: $d$, $R_{\text{п}}$ и $\gamma_{\text{п}}$. Это уравнение обобщает известное уравнение лидарного зондирования при учете многократного рассеяния в малоугловом приближении теории переноса излучения. Из выражения (1) следуют известные приближения малых кратностей рассеяния: однократного и двукратного. На основании формулы (1) можно оценить уровень помехи многократного рассеяния в лидарных сигналах при интерпретации данных зондирования в рамках приближения однократного рассеяния. Поскольку лидарный сигнал в малоугловом приближении несет информацию об ОПФ среды $F(\nu)$ (2), то возникает возможность определения ОПФ (и ФРТ) среды с использованием методов лазерного зондирования [13]. В свою очередь, для решения обратных задач лазерного зондирования по восстановлению оптических характеристик плотных сред можно применять методы, основанные на интерпретации зависимости $F(\nu)$ [14, 15], восстанавливаемой из лидарных экспериментов.

Поскольку поведение ОПФ $F(\nu)$ в значительной степени определяется индикатрисой рассеяния $x(\gamma)$, то для решения соответствующих обратных задач существенное значение имеет использование априорных модельных представлений о ее структуре. Кратко остановимся на выборе модели малоугловой индикатрисы рассеяния в уравнении (1).

## 2. Модель малоугловой индикатрисы рассеяния

При рассеянии на больших частицах, для которых $kr\,|\,m-1\,| \gg 1$ где $r$, $m$ – размер и показатель преломления частицы; $k = 2\pi/\lambda$, $\lambda$ – длина волны света, удовлетворительное описание индикатрисы рассеяния в области малых углов дает приближение дифракции Фраунгофера на плоском непрозрачном экране, совпадающем с контуром частицы. Это приближение в случае сферических частиц приводит к известной формуле Эйри [16] для индикатрисы рассеяния $x(\gamma) = x^{(d)}(\gamma)$. При этом для коэффициентов ослабления $\varepsilon$ и рассеяния $\sigma = \sigma^{(d)}$ выполняются соотношения $\varepsilon = 2S$, $\sigma^{(d)} = S$, где $S = \int\limits_0^R s(r)\,dr$ – суммарное геометрическое сечение частиц в единичном рассеивающем объеме; $s(r)$ – функция распределения геометрического сечения частиц по размерам. Для полидисперсного ансамбля частиц, описывающего модель облачной среды Cloud C1 [17], в [18] показана применимость дифракционного приближения для углов рассеяния в пределах $\gamma < 8°$ (при $\lambda = 0{,}7$ мкм).

Преобразование Ганкеля от индикатрисы рассеяния $x^{(d)}(\gamma)$ определяет функцию корреляции тени частиц $\varphi(\rho)$ [11]. Она связана с нормированной функцией распределения геометрического сечения частиц по размерам $f(r) = s(r)/S$ выражением

$$\varphi(\rho) = \int\limits_{\rho/2}^{R} G(\rho/2r)\,f(r)\,dr\;, \quad \int\limits_0^R f(r)\,dr\;, \tag{8}$$

где $R$ – максимальный размер рассеивателей. Функция $G(\rho/2r)$ имеет наглядный геометрический смысл: ее величина равна отношению площади пересечения двух кругов радиуса $r$, расстояние между центрами которых равно $\rho$, к площади одного из кругов.

К более точному описанию индикатрисы рассеяния для больших частиц приводит дополнительный учет отраженного частицами и прошедшего сквозь них света. Подробно этот вопрос обсуждается в [19, 20], где в рамках геометрической оптики получены выражения, определяющие индикатрису рассеяния отраженного $x^{(r)}(\gamma)$ и прошедшего сквозь нее света $x^{(t)}(\gamma)$ с учетом переотражения внутри частицы. Это позволяет записать следующее разложение для суммарной индикатрисы рассеяния

$$x(\gamma) = \frac{\sigma^{(d)}}{\sigma}\,x^{(d)}(\gamma) + \frac{\sigma^{(r)}}{\sigma}\,x^{(r)}(\gamma) + \frac{\sigma^{(t)}}{\sigma}\,x^{(t)}(\gamma) \tag{9}$$

и коэффициента рассеяния

$$\sigma = \sigma^{(d)} + \sigma^{(r)} + \sigma^{(t)}\,. \tag{10}$$

Для функций $x^{(r)}(\gamma)$ и $x^{(t)}(\gamma)$ в [21] предложены простые аппроксимационные формулы вида

$$x^{(r)}(\gamma) = x^{(r)}(0)\;e^{-\alpha\gamma}\;, \quad x^{(t)}(\gamma) = x^{(t)}(0)\;e^{-\beta\gamma^2}\;, \tag{11}$$

в которых параметры $\alpha$ и $\beta$ зависят от показателя преломления частиц. Как показано в [21], использование приближения для $x(\gamma)$ вида (9) с учетом аппроксимаций (11) позволяет описать индикатрису рассеяния для модели Cloud C1 [17] с погрешностью не хуже 15% в области углов рассеяния $\gamma < 35°$ (при $\lambda = 0{,}7$ мкм). Значения составляющих коэффициента рассеяния $\sigma^{(r)}$ и $\sigma^{(t)}$, обусловленных отраженным и преломленным на частицах светом, определяются параметрами аппроксимационных моделей (11) и пропорциональны геометрическому сечению частиц $S$. Это позволяет выразить коэффициент рассеяния $\sigma = \Lambda\varepsilon$ через коэффициент ослабления $\varepsilon$ и «эффективное» альбедо однократного рассеяния $\Lambda$, которое, в свою очередь, является также функцией параметров $\alpha$ и $\beta$ и может варьировать от 0,5 (модель непрозрачных экранов) до 0,94 ($m = 1{,}33 - i \cdot 0$).

В случае непоглощающих частиц индикатриса рассеяния в приближении геометрической оптики не зависит от дисперсного состава среды, а информация о микроструктуре среды содержится исключительно в дифракционной компоненте индикатрисы $x^{(d)}(\gamma)$. Наличие поглощения приводит к тому, что световые лучи при прохождении внутри частицы теряют часть своей энергии. Величина этих потерь зависит от пути, проходимого внутри частицы, и в конечном итоге от ее размеров. Это приводит к изменению формы составляющей индикатрисы $x^{(t)}(\gamma)$ и, в частности, к уменьшению степени ее вытянутости.

## 3. Анализ структуры лидарного уравнения

Для анализа уравнения (1) удобно произвести разделение в ОПФ $F(\nu)$ (2) на падающую ослабленную $F_0 = e^{-2\tau(z)}$ и рассеянную $F_{sc}(\nu) = F(\nu) - F_0$ компоненты. При этом с учетом (7) уравнение (1) преобразуется к виду

$$P(z, R_п, \gamma_п, d) = \frac{c}{2}\,\beta_\pi(z)\,S_п\,\Omega_п\,[E_0(z, d) + E_{sc}(z, d)]\,. \tag{12}$$

Если пренебречь в (12) компонентой $E_{sc}(z, d)$, то получим обычное уравнение дистанционного лазерного зондирования в приближении однократного рассеяния:

$$P_1(z, R_п, \gamma_п, d) = \frac{c}{2}\,\beta_\pi(z)\,S_п\,\Omega_п\,E_0(z, d)\;, \tag{13}$$

где

$$E_0(z, d) = A e^{-2\tau(z)} \int\limits_0^\infty \nu^{-1}\,J_0(\nu d)\,J_1(\nu R_п)\,J_1(\nu z\gamma_п)\,d\nu\;, \tag{14}$$

$$A = 2/(\pi\,R_п\,z\,\gamma_п)\;.$$

Интегральный член в (14) описывает влияние геометрического фактора в лидарном уравнении в приближении однократного рассеяния.

Формулу (12) можно также представить в виде

$$P(z) = P_1(z)\;[1 + m(z)]\;, \tag{15}$$

где функция $m(z)$ есть отношение между многократно и однократно рассеянными компонентами лидарного сигнала:

$$m(z) = \frac{P(z) - P_1(z)}{P_1(z)} = \frac{E_{sc}(z, d)}{E_0(z, d)}\;. \tag{16}$$

Прежде чем перейти к анализу общего уравнения (1), кратко рассмотрим структуру лидарного сигнала в приближении однократного рассеяния (13).

### *3.1. Приближение однократного рассеяния*

В этом приближении лидарный сигнал $P_1(z)$ (13) определяется только двумя оптическими характеристиками рассеивающей среды: коэффициентами ослабления $\varepsilon(z)$ и обратного рассеяния $\beta_\pi(z)$. Отметим некоторые особенности влияния геометрического фактора в (13), которые следуют из свойств интеграла от произведения функций Бесселя в формуле (14). Этот интеграл, как показано в [22, 23], выражается через элементарные функции. На основании [23] лидарный сигнал $P_1(z)$ (13) можно представить в виде

$$P_1(z) = (c/2)\, \beta_\pi(z)\, e^{-2\tau(z)}\, z^{-2}\, G(R_п, z\gamma_п, d)\,, \tag{17}$$

где функция $G(R_п, z\gamma_п, d)$ представляет собой двумерную свертку кругов с радиусами $R_п$ и $z\gamma_п$, расстояние между центрами которых равно $d$.

В зависимости от соотношения между параметрами $d$, $R_п$ и $\gamma_п$ трассу зондирования можно разделить на характерные области или зоны: ближнюю, переходную и дальнюю, в пределах которых расчеты, связанные с учетом геометрии лидарного эксперимента, могут существенно упрощаться.

В дальней зоне приема, представляющей наибольший практический интерес, при

$$z\gamma_п > R_п + d \tag{18}$$

геометрический фактор сохраняет постоянное значение и равен площади приемной апертуры $G = S_п$, откуда мощность принимаемого сигнала определяется формулой

$$P_1(z) = (c/2)\, z^{-2}\, S_п\, \beta_\pi(z)\, e^{-2\tau(z)}\,. \tag{19}$$

Это уравнение хорошо изучено и имеется большое число публикаций по методам его обращения (см., например, обзор [1]).

В ближней зоне, которую определим из условия

$$z\gamma_п < |\, R_п - d\,|, \tag{20}$$

при $d > R_п$ получим $G = 0$ и, следовательно, $P_1(z) = 0$. При $d < R_п$ геометрический фактор в ближней зоне возрастает по квадратичному закону $G = \pi(z\gamma_п)^2$. Это приводит к исключению фактора $z^{-2}$ в выражении для мощности лидарного сигнала:

$$P_1(z) = (c/2)\, \Omega_п\, \beta_\pi(z)\, e^{-2\tau(z)}\,. \tag{21}$$

В переходной зоне

$$|\, R_п - d\,| < z\gamma_п < R_п + d \tag{22}$$

геометрический фактор $G$ представляет собой монотонно возрастающую функцию $z$ с областью изменения от $\pi(R_п - d)^2$ до $\pi\, R_п^2$. В совмещенной схеме зондирования при $d = 0$ размер переходной зоны уменьшается до нуля.

### *3.2. Поправка на многократное рассеяние*

С учетом вида функции $E_0(z, d)$ (14) для дальней зоны приема (18) отношение между многократно и однократно рассеянными компонентами лидарного сигнала $m(z)$ (16) можно записать в следующем виде [12]:

$$m(z) = \frac{2z\gamma_п}{R_п} \int\limits_0^\infty \nu^{-1} J_0(\nu d) J_1(\nu R_п) J_1(\nu z\gamma_п)\, [e^{g(\nu)} - 1]\, d\nu. \tag{23}$$

В частности, для схемы с совмещенными источником и приемником ($d = 0$) при $R_п \to 0$ из (23) следует

$$m(z) = z\gamma_п \int\limits_0^\infty J_1(\nu z\gamma_п)\, [e^{g(\nu)} - 1]\, d\nu\,. \tag{24}$$

Выражение, стоящее в правой части формулы (24), абсолютно идентично формуле, определяющей отношение потоков рассеянного и нерассеянного излучений, проходящих через круговую площадку радиуса $(z\gamma_п)$, в случае ТМ-источника [12].

В ближней зоне (20) формула для определения $m(z)$ имеет вид, аналогичный (23), если в множителе, стоящем перед интегралом, поменять местами $R_п$ и $(z\gamma_п)$. При $d = 0$ и $\gamma_п \to 0$ в ближней зоне будем иметь

$$m(z) = z\gamma_п \int\limits_0^\infty J_1(\nu R_п)\, [e^{g(\nu)} - 1]\, d\nu\,. \tag{25}$$

## 4. Результаты численного моделирования

В качестве примера на рис. 1 приведено типичное параметрическое семейство характеристик $m(\gamma_п)$, рассчитанных при различной оптической толщине $\tau$ для однородного 1-км слоя, расстояние $H$ до ближней границы которого равно 1 км. Для приведенных данных индикатриса рассеяния выбрана в приближении дифракции Фраунгофера $x(\gamma) = x^{(d)}(\gamma)$ ($\Lambda = 0{,}5$) на длине волны $\lambda = 0{,}55$ мкм для полидисперсного ансамбля частиц типа Cloud C1 с эффективным размером $R_e$, в качестве которого рассматривался модальный радиус, равным 10 мкм.

Характеристика $m(\gamma_п)$ монотонно возрастает как функция угла $\gamma_п$ и стремится к пределу $m_\infty = \exp(2\Lambda\tau) - 1$ при $\gamma_п \to \infty$, откуда следует, что уже при оптической толщине $\tau = 1$ вклад многократно рассеянного излучения в лидарном сигнале может стать преобладающим при достаточно большом угле поля зрения приема $\gamma_п$, а с ростом $\tau$ отношение между многократно и однократно рассеянными компонентами лидарного сигнала может достигать величины порядка нескольких десятков. При таких условиях величина сигнала однократного рассеяния может оказаться на уровне и даже меньше ошибок измерения суммарного лидарного сигнала. Это отрицательно сказывается на точности интерпретации экспериментальных данных, основанной на анализе сигнала однократного рассеяния, и накладывает ограничения на выбор допустимых значений угла $\gamma_п$. Для характеристик, изображенных на рис. 1, величина порогового значения угла $\gamma_п$, в пределах которого функция $m(\gamma_п) \le m_1$, приведена на рис. 2 в зависимости от оптической толщины $\tau$ при $m_1 = 10$ (кривая *1*). Эта кривая имеет вертикальную асимптоту $\tau = \ln 11 \cong 2{,}4$. Аналогичные зависимости $\gamma_п(\tau)$ для $m_1 = 5$ и 2 представлены на рис. 2 кривыми *2* и *3* соответственно.

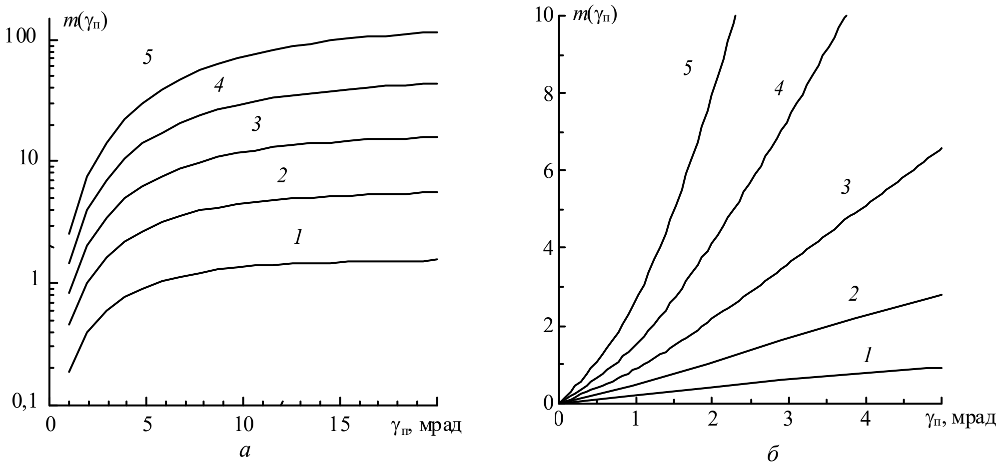


Рис. 1. Изменчивость функции $m(\gamma_п)$ на глубине 1 км внутри удаленного на расстояние 1-км однородного слоя при вариациях оптической толщины $\tau = 1, 2, ..., 5$ (кривые *1*–*5*)

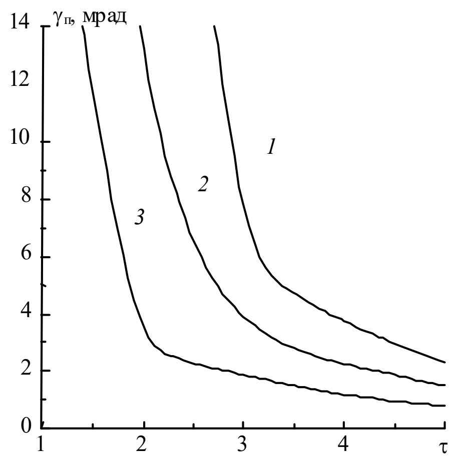


Рис. 2. Карта изолиний функции $m(\tau, \gamma_п) = 10$ (*1*), 5 (*2*), 2 (*3*) по данным, приведенным на рис. 1

Зависимости, приведенные на рис. 1 и 2, получены для малоугловой индикатрисы рассеяния $x(\gamma) = x^{(d)}(\gamma)$, в дифракционном приближении, которое удовлетворительно описывает структуру лидарного сигнала при относительно небольших угловых апертурах. Роль геометро-оптической составляющей в индикатрисе рассеяния становится существенной на периферии пучка, что иллюстрируют рис. 3 и 4. На рис. 3 в качестве примера приведены зависимости $m(\gamma_п)$ для двух значений $\tau = 2$ и 3, рассчитанные как без учета указанной составляющей ($m(\gamma_п) = m^{(d)}(\gamma_п)$) (кривые *1*, *2*), так и с ее учетом (кривые *1′*, *2′*), позволяющие оценить область углов $\gamma_п$, в пределах которой для лидарных сигналов допустимо описание малоугловой индикатрисы рассеяния в дифракционном приближении. На рис. 4 изображены зависимости от оптической толщины $\tau$ для углов $\gamma_п$, в пределах которых расхождение между функциями $m^{(d)}(\gamma_п)$ и $m(\gamma_п)$ не превышает 5, 10 и 15% (кривые *1* – *3* соответственно).

Влияние неоднородности слоя на поведение функции $m(\gamma_п)$ иллюстрируют рис. 5 и 6. На рис. 5 приведены зависимости $m(\gamma_п)$ для линейно возрастающей модели профиля коэффициента ослабления

$$\varepsilon(z) = h(z - z_0)\,, \quad z > z_0\,, \quad z = 3\ \text{км},\ z_0 = 1\ \text{км}, \qquad (26)$$

в случае, когда границы слоя фиксированы, а скорость возрастания коэффициента ослабления, определяемая величиной коэффициента $h$, меняется.

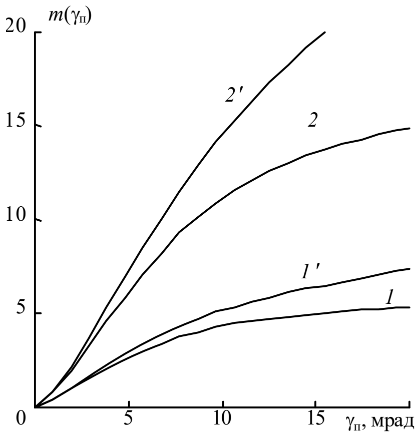


Рис. 3. Сравнение поведения функции $m(\gamma_п)$, рассчитанной без учета геометро-оптической составляющей индикатрисы рассеяния (кривые *1*, *2*) и с ее учетом (кривые *1′*, *2′*) для двух значений оптической толщины $\tau = 2$ (*1*, *1′*), 3 (*2*, *2′*) при положении слоя, аналогичном данным рис. 1

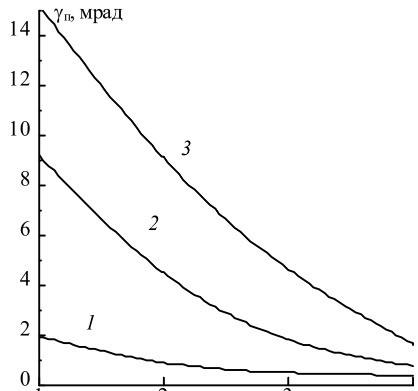


Рис. 4. Границы областей значений оптических толщин $\tau$ и углов поля зрения приемника $\gamma_п$, в пределах которых расхождение между функциями $m(\gamma_п)$ и $m^{(d)}(\gamma_п)$ не превышает 5, 10 и 15% (кривые *1* – *3* соответственно)

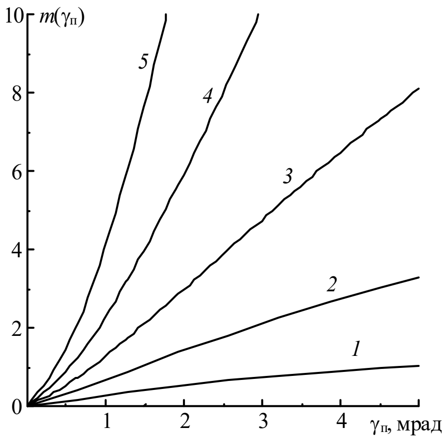


Рис. 5. Изменчивость функции $m(\gamma_п)$ на глубине 2 км при вариациях скорости линейного роста коэффициента ослабления внутри слоя; кривые *1–5* соответствуют оптической толщине $\tau$ =1, 2, ..., 5

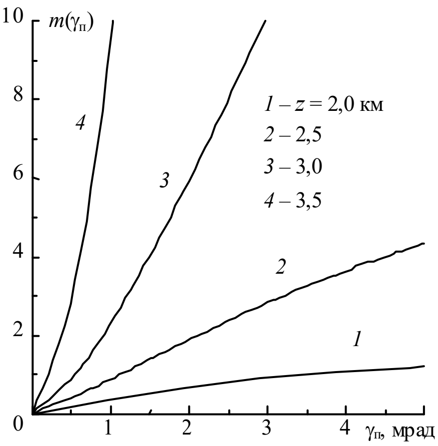


Рис. 6. Трансформация функции $m(\gamma_п)$ по мере проникновения в глубь слоя с линейно возрастающим профилем коэффициента ослабления; кривой *1* ($z$ = 2 км) соответствует значение $\tau$ = 1

На рис. 6 изображена трансформация угловой структуры функции $m(\gamma_п)$ для линейной модели профиля коэффициента ослабления $\varepsilon(z)$ (26) при $h$ = 2 по мере проникновения в глубь слоя. Как видно из сравнения рис. 5, 6 с рис. 1, характер поведения функций $m(\gamma_п)$ качественно мало изменился при вариациях модели профиля коэффициента ослабления $\varepsilon(z)$. Близкими оказываются также результаты, относящиеся к анализу границ применимости дифракционного приближения для индикатрисы рассеяния и выбору угла поля зрения приема $\gamma_п$ с целью обеспечения допустимого уровня фона многократного рассеяния.

Дальнейшее обобщение численных результатов возможно на основе свойств подобия, которые можно получить для уравнения (1). С учетом постоянства характеристики $m(\gamma_п)$ для фиксированного значения безразмерного параметра

$$p = \frac{R_e\, z}{\lambda\, H}\gamma_п \tag{27}$$

все ранее приведенные данные достаточно просто обобщаются на широкий круг моделей, соответствующих различным значениям дальности $z$, геометрической толщины слоя $H$ и имеющим подобныефункции распределения $f(\eta)$ по относительному размеру частиц $\eta = r/R_e$. Так, например, при переходе к рассеивающему слою, расположенному на дальности $z'$, и неизменности остальных параметров происходит трансформация функции $m(\gamma_п)$ в соответствии с правилом

$$m(z', \gamma_п) = m\,(z, \gamma_п z'/z)\,, \tag{28}$$

т.е. перемещение слоя не изменяет угловой структуры лидарного сигнала с точностью до преобразования масштаба по переменой $\gamma_п$, обратно пропорционального изменению дальности $z$. Откуда, в частности, следует, что при удалении лидара от рассеивающего слоя фон многократного рассеяния, приходящий с одной и той же глубины слоя, будет нарастать по закону, определяемому формулой (28).

## 5. Заключение

Таким образом, в статье рассмотрено уравнение, которое описывает поведение мощности лидарного сигнала в зависимости от микроструктуры грубодисперсной среды и геометрических параметров схемы эксперимента с учетом многократного рассеяния в малоугловом приближении. В качестве геометрических параметров рассматривались радиус приемной апертуры, угол поля зрения приемника, а также расстояние между оптическими осями источника и приемника. Влияние дисперсного состава среды проявляется через функцию корреляции тени частиц, которая представляет собой преобразование Ганкеля от дифракционной составляющей малоугловой индикатрисы рассеяния.

Приведены результаты расчета соотношения между компонентами многократно и однократно рассеянного излучения в лидарном сигнале для моделей однородного слоя и слоя с линейно возрастающим профилем коэффициента ослабления.

Получены оценки допустимых углов поля зрения приемника, в пределах которых превышение доли многократно рассеянного излучения над однократно рассеянным сигналом не превышает 2, 5 и 10 раз для слоев переменной оптической толщины. Для лидарных сигналов с учетом многократного рассеяния численно исследована применимость дифракционного приближения в описании малоугловой части индикатрисы рассеяния.

На основе соотношений подобия результаты численных расчетов обобщены на широкий круг моделей с варьируемыми модальным радиусом частиц, расстоянием до ближней границы слоя и глубиной проникновения в слой.


1. *Зуев В.Е., Креков Г.М., Крекова М.М.* // Дистанционное зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1978. С. 3–46.
2. *Klett J.D.* // Appl. Opt. 1981. V. 20. P. 211–220.
3. *Ferguson J.A., Stephens D.H.* // Appl. Opt. 1983. V. 22. P. 3673–3675.
4. *Коршунов В.А.* // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 2. С. 115–122.
5. *Jinhuan Q., Quenzel H., Wiegner M.* // 15 International laser radar conference (Abstracts of papers. Part 1.). Tomsk. USSR. 1990. Institute of atmospheric optics. P. 345–348.
6. *Долин Л.С.* // Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 2. С. 380–382.
7. *Браво-Животовский Д.М., Долин Л.С., Лучинин А.Г., Савельев В.А.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1969. Т. 5. № 2. С. 160–170.
8. *Ермаков Б.В., Ильинский Ю.А.* // Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 5. С. 694–701.
9. *Долин Л.С., Савельев В.А.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1971. Т. 7. № 5. С. 505–510.

10. *Кожевников А.Н., Орлов В.М.* // I Всесоюз. совещ. по атмосферной оптике: Тезисы докл. Томск, 1976. Ч. 1. С. 368–372.
11. *Белов В.Ф., Боровой А.Г., Вагин Н.И., Волков С.Н.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1984. Т. 20. № 3. С. 323–327.
12. *Зуев В.Е., Белов В.В., Веретенников В.В.* Теория систем в оптике дисперсных сред. Томск: изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1997. 402 с.
13. *Веретенников В.В.* // 2 Межреспубл. симпоз. «Оптика атмосферы и океана»: Тезисы докл. Ч. 2. Томск, 1995. С. 320–321.
14. *Веретенников В.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. № 9. С. 1047–1053.
15. *Веретенников В.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. № 4. С. 409–418.
16. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
17. *Дейрменджан Д.* Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 165 с.
18. *Дрофа А.С., Усачев А.Л.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1980. Т. 16. № 9. С. 933–938.
19. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. М.: Гостехтеориздат, 1951. 288 с.
20. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицам. М.: Мир. 1986. 664 с.
21. *Зеге Э.П., Кохановский А.А.* // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1994. Т. 30. № 6. С. 812–818.
22. *Веретенников В.В.* // IV Симпозиум «Оптика атмосферы и океана»: Тезисы докл. Томск, 1997. С. 173–174.
23. *Веретенников В.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 9. С. 1002–1007.

*V.V. Veretennikov.* **Structure of Lidar Signal at Multiple Scattering within Small-Angle Approximation.**

The equation for lidar signal power is treated accounting for a dependence of multiple scattering contribution on the dispersion composition of a medium within small-angle approximation. A relationship between the components of multiple and single scattered radiation depending on the receiver field of view at various optical thickness of a layer is numerically studied. The applicability of the diffraction approximation for small-angle scattering phase function accounting for the multiple scattering in lidar signal is estimated.