«Оптика атмосферы и океана», **14,** № 4 (2001)

УДК 555.515.4:551.574:551.576

С.С. Суворов, Ю.В. Кулешов

Прогнозирование ливневых осадков в районах мегаполисов. Модель и методика

Военный инженерно-космический университет им. А. Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург

Поступила в редакцию 23.02.2001 г.

Отмечено все возрастающее влияние антропогенных факторов на протекание процессов, приводящих к образованию конвективных облаков и ливневых осадков в районах мегаполисов. Предложена трехмерная модель конвективного облака, учитывающая микрофизические процессы образования, роста и размножения капель. Разработана численная схема реализации модели, основанная на методе расщепления с использованием на этапе адвекции монотонной схемы. Предложена методика прогнозирования ливневых осадков в районах мегаполисов.

Введение

Конвективные движения обусловливаются как термическими факторами (плавучестью), так и динамическими; ведущую же роль в развитии конвекции играет термическая неустойчивость атмосферы. Начальным импульсом, приводящим к развитию конвекции, могут послужить локальный перегрев воздуха вблизи подстилающей поверхности, турбулентность или макромасштабное (мезомасштабное) динамическое взаимодействие потока с подстилающей поверхностью. Необходимо отметить, что кучево-дождевые облака порождаются не отдельными термиками, а квазиупорядоченным мезомасштабным подъемом воздуха [1]. Такой подъем чаще всего происходит над наветренными склонами гор, в гребнях гравитационных волн и над участками, где резко меняются термические характеристики и шероховатость подстилающей поверхности (у побережья рек и морей, вблизи границ зон городской застройки).

Загрязняющие вещества, поступающие в воздушный бассейн мегаполисов, в сочетании с особенностями подстилающей поверхности (значительная шероховатость, повышенная теплопроводность, малое альбедо и др.) и наличием техногенных источников тепла оказывают существенное влияние на микро- и мезоклиматический режим города и его окрестностей. Под воздействием этих факторов в мегаполисах происходят существенные изменения в распределениях температуры и влажности воздуха, скорости ветра, радиации, видимости, количества осадков, условий формирования облаков и туманов [2].

Таким образом, становится совершенно очевидной необходимость учета особенностей подстилающей поверхности, тепловыделения, распределения ядер конденсации в районах мегаполисов при моделировании облакообразования и прогнозировании осадков. Вопросу прогнозирования ливевых осадков в районах мегаполисов с учетом отмеченных выше факторов и посвящена настоящая статья.

Система уравнений модели

Как известно [3–6], в качестве модели конвективного облака можно принять систему трехмерных нестационарных уравнений термогидродинамики в негидростатическом приближении, записанных с обычными упрощениями для явлений мезометеорологического масштаба (без учета кориолисовой силы), и кинетических уравнений коагуляции (КУК) для спектров частиц в трехфазной среде.

Уравнения движения, учитывающие адвективный и конвективный переносы, турбулентность, силы плавучести и барического градиента, записываются в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \pi'}{\partial x} + \Delta' u, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \pi'}{\partial y} + \Delta' v, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} =$$

$$= -\frac{\partial \pi'}{\partial z}\,\Delta' u + g\left[\frac{\theta'}{\theta_0} + 0{,}61 q' - q_L\right], \qquad (3)$$

где u, v, w – компоненты вектора скорости движения воздуха по осям x, y, z соответственно; θ' и q' – отклонения потенциальной температуры и массовой доли водяного пара от основного состояния $\theta_0(z)$ и $q_0(z)$ невозмущенной атмосферы; q_L – удельная водность; безразмерное давление π связано с давлением p соотношением $\pi = c_p\,\bar{\theta}(p/1000)^{R/c_p}$, в котором R – универсальная газовая постоянная; c_p – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении; $\bar{\theta}$ – средняя потенциальная температура; π' – отклонение безразмерного давления от его фонового значения;

$$\Delta' \equiv \frac{\partial}{\partial x}K\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}K\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}K\frac{\partial}{\partial z},$$

где K – коэффициент турбулентности, который рассчитывается на основе уравнения баланса энергии турбулентности [7].

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \sigma w. \qquad (4)$$

Здесь множитель $\sigma = d\ \ln\rho_0(z)/dz$ учитывает изменение плотности воздуха $\rho_0(z)$ с высотой. При глубокой конвекции σ отлична от нуля, в противном случае полагают, что $\sigma = 0$ [8].

Уравнение сохранения энергии записывается применительно к потенциальной температуре θ:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} + w\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{L}{c_p}\frac{\theta}{T}M_c + \Delta'\theta, \qquad (5)$$

где M_c – масса пара, конденсирующегося (испаряющегося) в единицу времени; L – удельная теплота конденсации; T – термодинамическая температура.

Уравнение сохранения массы воды аналогично уравнению (5) и записывается для массовой доли водяного пара

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u\frac{\partial q}{\partial x} + v\frac{\partial q}{\partial y} + w\frac{\partial q}{\partial z} = -M_c + \Delta' q. \qquad (6)$$

Для описания процессов возникновения, роста и исчезновения облачных частиц в модель включены кинетические уравнения, описывающие трансформацию плотностей распределения облачных капель и ядер конденсации (ЯК) по размерам. Кинетическое уравнение для плотности распределения $f(x,y,z,m,t)$ облачных капель по размерам записывается в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}(uf) + v\frac{\partial}{\partial y}(vf) + w\frac{\partial}{\partial z}[(w - v_m) f] =$$
$$= \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{конд-исп}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{коаг}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{расп}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{нукл}} + \Delta' f, \qquad (7)$$

(v_m – скорость падения капли массой m). Члены в правой части уравнения (7) учитывают трансформацию функции f вследствие процессов конденсации-испарения, коагуляции, распада облачных капель, прибыли капель за счет активации ядер конденсации и турбулентного переноса. Диапазон радиусов облачных капель (в модели выбран 4–3250 мкм) разбит на 30 логарифмически равных классов, и уравнение (7) решается для каждого из них.

Уравнение для плотности распределения $n(x, y, z, r_n, t)$ ядер конденсации несколько проще уравнения (7) и имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}(un) + v\frac{\partial}{\partial y}(vn) + w\frac{\partial}{\partial z}(wn) =$$
$$= -\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{\text{нукл}} + \Delta' n. \qquad (8)$$

Диапазон радиусов ядер конденсации (0,0076–7,58 мкм) разбит на 19 интервалов, как это сделано в [9], и уравнение (8) решается для каждого из них.

Для численного решения приведенной системы уравнений необходимо определить граничные условия, а для инициализирования конвекции — задать соответствующие начальные условия.

Граничные и начальные условия

Для полей температуры, влажности, энергии турбулентности и концентрации капель на боковых стенках рассматриваемого объема атмосферы используются граничные условия типа открытой границы. Это означает, что в тех граничных точках, где вектор скорости воздуха направлен внутрь моделируемого объема, значения перечисленных характеристик на границе равны их начальным значениям. В противном случае полагается равной нулю производная этих характеристик по нормали к соответствующей границе области. На нижней границе задается условие непротекания, а на верхней — условие на свободной поверхности.

В качестве фоновых распределений температуры и влажности на протяжении всего расчета используются начальные распределения этих параметров. Начальными условиями являются данные температурно-ветрового зондирования атмосферы. Полученные посредством такого зондирования профили составляющих скорости ветра, температуры и влажности трансформируются в трехмерные горизонтально однородные поля соответствующих характеристик. При этом поля температуры и давления адаптируются друг к другу таким образом, чтобы выполнялось соотношение гидростатики.

Конвекция инициализируется возмущением температуры от теплового источника, расположенным на поверхности земли. В момент времени $t = 0$ полагается, что

$$\theta = \theta_0(z) + \theta'(x,y,z); \quad q = q_0(z); \quad f(r_i) = 0,\ i = 1(1)30;$$
$$n(r_j) = n_{j0}(z),\ \ j = 1(1)19.$$

Численная схема реализации модели

Система уравнений модели конвективного облака (1)–(8), которая описывает изменение его динамических и микрофизических характеристик во времени, состоит из 3 уравнений движения, уравнений баланса тепла и влаги, 30 кинетических уравнений для облачных капель и 19 кинетических уравнений для ядер конденсации. Кроме того, чтобы решение удовлетворяло уравнению неразрывности (2), на каждом временном шаге необходимо решать трехмерное уравнение Пуассона для возмущения давления. Для решения таких задач широко используется метод расщепления, разработанный Г. И. Марчуком [10].

Реализация метода расщепления заключается в последовательном учете отдельных операторов системы уравнений. При решении уравнений модели использовались различные численные схемы. На этапе адвективного переноса методика решения, в основном, повторяет методику, описанную в [6]. Исключение составляет тот факт, что кроме схемы типа предиктор – дивергентный корректор использовалась схема Смоляркевича [11]. Использование этой схемы было обусловлено тем, что при прогонке в неявной схеме строго положительные функции могут принять отрицательные значения, а дополнительное использование монотонной схемы позволяет исключить указанный выше недостаток.

На следующем этапе проводится учет процесса конденсации. Уравнения, решаемые на этом этапе, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{L}{c_p}\frac{\theta^{m+4/6}}{T^{m+4/6}} M_c ,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = - M_c , \; \frac{\partial n}{\partial t} = - \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{\text{нукл}} , \qquad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{конд-исп}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{нукл}}, \quad t_m \le t \le t_m + \Delta t.$$

Система уравнений включает в себя (9) и уравнение конденсационного роста капли, записанное в виде

$$\frac{dr}{dt} = \frac{b(T,\, p)\;(1 + \xi - B^*)}{r + a(T,\, p)/\alpha} , \qquad (10)$$

где $a(T, p)$, $b(T, p)$ – известные функции от температуры и давления [6]; B^* – фактор, учитывающий влияние кривизны капель и растворимых в ней солей на давление насыщенных паров (равновесную упругость пара); ξ – пересыщение, доли единицы; r – радиус капли; α – коэффициент конденсации.

Эта система решается с начальными условиями:

$$\theta\Big|_{t=t_m} = \theta^{m+4/6}; \quad q\Big|_{t=t_m} = q^{m+4/6};$$

$$f_i\Big|_{t=t_m} = f_i^{m+4/6}; \quad n_j\Big|_{t=t_m} = n_j^{m+4/6}, \qquad (11)$$

где $\theta^{m+4/6}$, $q^{m+4/6}$, $f_i^{m+4/6}$, $n_j^{m+4/6}$ – значения соответствующих параметров после реализации этапов расщепления, описывающих адвективный перенос.

Для обеспечения устойчивости расчет процесса конденсации проводится с более мелким шагом $\Delta\tau$.

Приведем последовательность вычислений внутри этого этапа:

1. Определяются начальные значения потенциальной температуры, массовой доли водяного пара, а также функций n и f согласно формулам (11).

2. По значениям потенциальной температуры вычисляются абсолютная температура T и соответствующее значение насыщающей удельной влажности водяного пара $q_s(T)$.

3. Определяется пересыщение $\xi = q/q_s(T) - 1$.

4. Определяется прирост за время $\Delta\tau$ радиуса облачных капель и ядер конденсации, активирующихся при данном пересыщении ξ.

5. Вычисляется масса сконденсированной (испарившейся) влаги по формуле

$$Mc\;\Delta t = \rho w \left[\int_{r_0^{\text{я.к}}}^{r_{\max}^{\text{я.к}}} 4\pi r^2\,\dot r\, n(r)\, dr + \int_{r_0^{\text{о.к}}}^{r_{\max}^{\text{о.к}}} 4\pi r^2\,\dot r\, f(r)\, dr\right]\Delta t.$$

6. Определяются изменения температуры $\Delta T_{\text{конд}}(\Delta\tau)$ и массовой доли водяного пара $\Delta q_{\text{конд}}(\Delta\tau)$, обусловленные конденсацией (испарением) массы водяного пара δM.

7. Находятся новые значения T и q:

$$T \to T + \Delta T_{\text{конд}}(\Delta\tau); \;\; q \to q + \Delta q_{\text{конд}}(\Delta\tau).$$

8. Пункты 3–7 повторяются для следующего момента времени в течение всего динамического шага.

9. В конце динамического шага при $t = t_m + \Delta t$ новые значения $n(r_j)$ и $f(r_i)$ вычисляют методом интерполяции, сохраняющим число частиц и их массу [12].

На заключительном этапе решается система уравнений, описывающая адаптацию динамических полей:

$$u^{m+1} = u^{m+4/6} - \frac{\partial\pi'}{\partial x}\Delta t \;;$$

$$v^{m+1} = v^{m+4/6} - \frac{\partial\pi'}{\partial y}\Delta t \;; \qquad (12)$$

$$w^{m+1} = w^{m+4/6} - \frac{\partial\pi'}{\partial z}\Delta t +$$

$$+\, g\;\Delta t\left\{\frac{\theta^{m+1} - \theta_0(z)}{\theta_0(z)} + 0{,}61\;[q^{m+1} - q_0(z)] - q_L^{m+1}\right\}.$$

Продифференцировав уравнения (6) и потребовав выполнения уравнения неразрывности, приходим к трехмерному эллиптическому уравнению для возмущения давления:

$$\frac{\partial^2\pi'^{\,m+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\pi'^{\,m+1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\pi'^{\,m+1}}{\partial z^2} -$$

$$-\,\sigma\,\frac{\partial^2\pi'^{\,m+1}}{\partial z} = F^{m+1}(x,y,z);$$

$$F^{m+1} = \frac{1}{\Delta t}\left[(\nabla\mathbf{U})^{m+4/6} - \sigma w^{m+4/6}\right] + g\left(\frac{\partial}{\partial z} - \sigma\right)\times$$

$$\times\left\{\frac{\theta^{m+1} - \theta_0(z)}{\theta_0(z)} + 0{,}61\;[q^{m+1} - q_0(z)] - q_L^{m+1}\right\}; \;(13)$$

$$\left.\frac{\partial\pi'}{\delta x}\right|_{z=0,L_x} = \left.\frac{\partial\pi'}{\delta y}\right|_{z=0,L_y} = 0 ,$$

$$\left.\frac{\partial\pi'}{\delta z}\right|_{z=0,L_x} = g\left(\frac{\theta'}{\theta_0} + 0{,}61q' - q_L\right).$$

Методика решения (13) подобна приведенной в [6], где для его решения использовался неявный двухшаговый метод блочной верхней релаксации [13]. В отличие от [6], учитывая различие горизонтальных и вертикальных масштабов протекающих процессов, нами были использованы различные пространственные шаги. В конечно-разностном виде уравнение (13) записывается следующим образом:

$$B^2\,\pi'^{\,m+1}_{i+1,j,k} + B^2\,\pi'^{\,m+1}_{i-1,j,k} + C^2\,\pi'^{\,m+1}_{i,j+1,k} + C^2\,\pi'^{\,m+1}_{i,j-1,k} +$$

$$+ A^2\,\pi'^{\,m+1}_{i,j,k+1} + A^2\,(1 + \Delta z\sigma)\,\pi'^{\,m+1}_{i,j,k-1} = 2\,(A^2 +$$

$$+ B^2 + C^2 + \frac{1}{2}A^2\,\Delta z\sigma)\,\pi'^{\,m+1}_{i,j,k} + ABCF'^{\,m+1}_{i,j,k}(x,y,z), \quad (14)$$

где i, j, k – индексы, соответствующие переменным по осям x , y, z соответственно;

$$A = \Delta x\,\Delta y;\;\; B = \Delta y\,\Delta z;\;\; C = \Delta x\,\Delta z.$$

Уравнение (14) решается итерационно методом блочной релаксации [13], разбитым на два этапа. На первом этапе проводится собственно релаксация вдоль некоторого фиксированного направления, а на втором вычисляются окончательные значения $\pi^{m+1}_{i,j,k}$ для данной итерации.

Моделируемый объем представляет собой параллелепипед с числом узлов 32400 (30×30×36 узлов регулярной сетки с элементарным счетным объемом 1×1×0,4 км).

Методика прогнозирования

Методика прогнозирования ливневых осадков, основанная на предлагаемой модели, выглядит следующим образом. Вначале выполняется процедура задания физических и математических констант, необходимых для решения уравнений модели. Затем выполняется процедура задания начальных и граничных условий.

1. Задается положение в пространстве узлов регулярной сетки моделируемого объема.

2. Задаются значения функций на границах моделируемого объема.

3. На основе результатов прогнозирования полей ветра, температуры и влажности воздуха с использованием модели процессов синоптического масштаба определяются вертикальные распределения указанных параметров на момент времени, к которому относится разрабатываемый прогноз.

4. Эти данные согласовываются между собой, как это указано выше.

5. Задаются значения перегрева вблизи подстилающей поверхности и вертикального распределения концентрации ядер конденсации различных размеров в районе мегаполиса.

6. Производится численная реализация модели путем последовательного выполнения следующих процедур:

– решения уравнений, определяющих предиктор, в которой производится решение уравнений переноса и турбулентного обмена отдельно по каждой пространственной координате;

– корректировки решения, в которой уточняются значения функций на временном шаге $t_m + 4/6\,\Delta t$;

– учета процесса конденсации, в которой определяются количество сконденсированной влаги, а также изменение распределения ядер конденсации и облачных капель по размерам;

– адаптации динамических полей, в которой решается трехмерное эллиптическое уравнение для возмущения давления, что обеспечивает удовлетворение решений уравнению неразрывности.

Эти процедуры выполняются в течение одного шага по времени; далее вся процедура интегрирования по времени циклически выполняется до момента времени, равного директивному времени прогнозирования плюс один час. Если в результате моделирования выясняется, что образуются ливневые осадки, то на указанный момент времени дается прогноз этого явления.

Результаты численных экспериментов с данной методикой, проведенных нами к настоящему времени, свидетельствуют о ее конструктивности и достаточно высоком качестве разрабатываемых прогнозов. Так, в качестве эксперимента нами был проанализирован случай с интенсивными осадками в Москве 12 апреля 1998 г. Погода в этот день была обусловлена прохождением холодного фронта. В период с 06 до 18 ч среднего гринвичского времени в Москве по фактическим данным выпало 21 мм осадков в виде снега и снега с дождем при температуре 0–1,8 °С.

Если предположить, что осадки в этот день были обложными, то при использовании метода прогнозирования интенсивности обложных осадков А.Ф. Дюбюка, основанного на определении индивидуального изменения массовой доли водяного пара в насыщенном воздухе, перемещающемся как по вертикали, так и по горизонтали, следовало бы прогнозировать дождь с интенсивностью 5,8 мм/12 ч. При этом ошибка прогноза составила бы около 77%.

При учете эффектов конвекции, основанном на гипотезе условной неустойчивости второго рода, прогнозируемое количество осадков за рассматриваемый период составило 8,4 мм. Таким образом, учет вынужденной конвекции позволил уменьшить ошибку прогноза для этого случая примерно на 17%.

При использовании модели атмосферного фронта, предложенной С.А. Солдатенко, в которой учитываются вынужденная конвекция и фронтальные эффекты, получены следующие результаты. В анализируемом случае контраст температур в зоне фронта составлял примерно 8 °С, а разрыв скорости геострофического ветра – около 10 м/с. При относительной влажности теплого воздуха в пределах от 90 до 95% количество осадков в этом случае может достигать значения 12,2 мм за 12 ч. Ошибка прогноза (по сравнению со стандартными методами) снижается при этом примерно на 45%.

При использовании предлагаемой методики прогнозирования ливневых осадков, которая учитывает влияние очага тепла в районе мегаполиса, прогностическая оценка количества осадков за рассматриваемый период (только при учете конвективных эффектов) составляет 11,8 мм. Это оценка сопоставима с оценкой, полученной с использованием модели атмосферного фронта, что иллюстрирует конструктивность разработанной методики.

Статистически значимые оценки качества предлагаемой методики планируется получить в ходе дальнейших исследований.

1. *Шметер С.М.* Физика конвективных облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1972. 288 с.
2. *Владимиров А.М., Ляхин Ю.И., Матвеев Л.Т., Орлов В.Г.* Охрана окружающей среды. Л.: Гидрометеоиздат, 1991. 424 с.
3. *Бекряев В.И., Гурович М.В.* Нестационарная численная модель // Сб. трудов ГГО. Вып. 538. 1991. С. 109–121.
4. *Мазин И.П., Шметер С.М.* Облака, строение и физика образования. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 280 с.
5. *Пастушков Р.С.* Физико-математические модели конвективных облаков с окружающей их атмосферой // Труды ЦАО. 1973. Вып. 112. С. 3–14.
6. *Численное* моделирование облаков /Под ред. И.П. Мазина, Б.Н. Сергеева. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 185 с.
7. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 520 с.; 1967. Ч. 2. 720 с.
8. *Коган Е.Л., Сергеев Б.Н., Хворостьянов В.И.* Численное моделирование облаков // Труды ЦАО. 1982. Вып. 150.
9. *Arnasson G., Greenfield R.S.* Micro- and macrostructures of numerically simulated convective clouds // J. Atm. Sci. 1972. V. 29. № 3. P. 342–367.
10. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1973. 352 с.
11. *Smolarkewicz P.* // J. Com. Phys. 1984. V. 54. № 2. P. 18097–18104.
12. *Kovetz A., Olund B.* The effect of coalescence and condensation on rain formation in a cloud of finite vertical extent // J. Atm. Sci. 1969. V. 26. № 5. P. 1060–1065.
13. *Марчук Г.И.* Численные методы в прогнозе погоды. Л.: Гидрометоиздат, 1987. 355 с.

S.S. Suvorov, Yu.V. Kuleshov. **The prediction of storm precipitation in large cities. Model and methodology.**
Increasing anthropogenic influence on the formation of convective clouds and storm precipitation in large cities is discussed. Three-dimensional model of convective cloud, taking into account microphysical processes of drop formation, growth, and splitting is suggested. Numerical scheme for the model realization, based on splitting method is developed for the use at the advection stage of the monotoneous scheme.