

Пространственные масштабы когерентности бездифракционных пучков в турбулентной атмосфере

И.П. Лукин*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 27.01.2016 г.

Исследуются когерентные свойства бездифракционных оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Анализ задачи основывается на решении уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения. Изучается поведение степени когерентности бездифракционных (косинусного и фундаментального бesselева) оптических пучков в зависимости от параметров пучков и характеристик турбулентной атмосферы. Оказалось, что фундаментальным свойством бездифракционных пучков является осциллирующий характер степени когерентности этих пучков, который проявляется при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере. При высоких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере степень когерентности бездифракционного косинусного пучка становится ближе к аналогичной характеристике плоской волны, а бездифракционного фундаментального бesselева пучка — к сферической. Анализ двух пространственных масштабов степени когерентности оптических пучков показал, что интегральный масштаб степени когерентности для бездифракционных пучков является более репрезентативной характеристикой, чем радиус когерентности. Интегральный масштаб степени когерентности бездифракционных пучков практически однозначно связан с условиями распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере.

Ключевые слова: бesselев пучок, оптическое излучение, атмосферная турбулентность, функция взаимной когерентности второго порядка, когерентность; Bessel beam, optical radiation, atmospheric turbulence, second-order mutual coherence function, coherence.

Введение

В настоящее время при изучении распространения лазерных пучков в однородных и случайно-неоднородных средах особое внимание уделяется пучкам различного вида [1–7]. Это связано с поиском лазерных пучков, чей функциональный вид наиболее адекватно соответствовал бы решению конкретной проблемы передачи информации или транспортировки энергии оптическим излучением. Обусловлен данный интерес тем, что при современном уровне развития квантовой электроники появилась возможность не только оптимизировать параметры лазерных пучков для достижения максимальной эффективности разрабатываемых оптикоэлектронных систем, но и саму структуру лазерных пучков выбирать также оптимальным образом [8–13].

Отметим, что из множества различных видов оптических пучков семейство инвариантных гелмгольцовых пучков вызывает особый интерес [14]. Данное семейство состоит из четырех основных типов пучков: косинусных, бesselевых, Матье и параболических. Из этого семейства наиболее активно

изучаются бездифракционные косинусные и бesselевы пучки [8–13, 15], которые считаются самыми перспективными в практическом плане среди инвариантных пучков.

Исследование когерентных свойств лазерных пучков является следующим шагом после выяснения наличия принципиальной возможности распространения их в однородной среде [8–13]. Функции взаимной когерентности бездифракционных пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере, имеют ряд общих закономерностей, выделяющих их из множества других типов лазерных пучков [16, 17].

В настоящей статье на основе решения уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка анализируется поведение степени когерентности когерентных бездифракционных (косинусного и фундаментального бesselева) пучков, распространяющихся в турбулентной случайно-неоднородной среде. Особое внимание уделяется изучению влияния свойства инвариантности оптического пучка на степень пространственной когерентности бездифракционного пучка в случайно-неоднородной среде. Проводится подробный анализ числовых характеристик степени когерентности бездифракционных пучков: радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности.

* Игорь Петрович Лукин (lukin_ip@iao.ru).

Основные определения

Для косинусного и фундаментального бesselева пучков, распространяющихся в направлении оси x , начальные распределения полей ($x = 0$) записываются следующим образом [15, 17, 18]:

$$E_0(\rho) = E_0 \cos(\gamma\rho), \quad (1)$$

$$E_0(\rho) = E_0 J_0(\beta\rho), \quad (2)$$

где E_0 — начальная амплитуда оптического пучка; $\gamma = \{\gamma_y, \gamma_z\}$ — параметр косинусного пучка (векторная величина, координаты которой имеют размерность м^{-1}); β — параметр бesselева пучка (скалярная величина с размерностью м^{-1}); $\rho = \{y, z\}$ — поперечная к направлению распространения оптического излучения пространственная координата; $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ — модуль этой координаты; $J_0(\cdot)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Для случая косинусного пучка (1) параксиальное приближение поля при распространении в трехмерной однородной среде имеет следующий вид:

$$U_0(x, \rho) \cong E_0 \exp(ik_{xcb}x) \cos(\gamma\rho), \quad (3)$$

где x — длина трассы распространения; $k_{xcb} = k[1 - \gamma^2/(2k^2)]$ — продольное волновое число для косинусного пучка (компонента волнового вектора по направлению распространения оптического излучения); $\gamma = \sqrt{\gamma_y^2 + \gamma_z^2}$; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число оптического излучения, λ — длина волны оптического излучения в вакууме. Соответственно, параксиальное приближение поля для фундаментального бesselева пучка, сформированного начальным распределением (2), в трехмерной однородной среде можно записать следующим образом:

$$U_0(x, \rho) \cong E_0 \exp(ik_{xbb}x) J_0(\beta\rho), \quad (4)$$

где $k_{xbb} = k[1 - \beta^2/(2k^2)]$ — продольное волновое число бesselева пучка. Как следует из выражений (3) и (4), интенсивность бездифракционных (косинусного и фундаментального бesselева) пучков $I(x, \rho) = U(x, \rho)U^*(x, \rho)$ в однородной среде не зависит от эволюционной координаты x , т.е. как косинусный, так и фундаментальный бesselев пучки удовлетворяют условию $I(x > 0, \rho) = I(0, \rho)$, так как инвариантны по интенсивности в любой точке трассы распространения: $I(x, \rho) = E_0^2 \cos^2(\gamma\rho)$ и $I(x, \rho) = E_0^2 J_0^2(\beta\rho)$.

Будем рассматривать поперечную функцию взаимной когерентности второго порядка поля когерентного оптического пучка $U(x, \rho) = E(x, \rho) \exp(ikx)$, распространяющегося в турбулентной атмосфере. Здесь $E(x, \rho)$ — комплексная амплитуда оптического пучка в точке наблюдения $\{x, \rho\}$, описываемая параболическим приближением скалярного волнового уравнения [19]. Соответственно, для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка в точках наблюдения $\{x, \rho_1\}$ и $\{x, \rho_2\}$ верно соотношение:

$$\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2) = \langle U(x, \rho_1)U^*(x, \rho_2) \rangle \cong \langle E(x, \rho_1)E^*(x, \rho_2) \rangle,$$

где $\langle \dots \rangle$ — усреднение по ансамблю реализаций флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха турбулентной атмосферы. Если воспользоваться известным [19] общим решением уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка при произвольном виде функции $H(\eta)$ и начального значения функции взаимной когерентности $\Gamma_2^{(0)}(\rho_1, \rho_2)$, тогда интегральное выражение для функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка, распространяющегося в крупномасштабной, по сравнению с длиной волны оптического излучения, случайно-неоднородной среде, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2) &= \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \langle E(x, \rho_1)E^*(x, \rho_2) \rangle = \\ &= \langle E(x, \mathbf{R} + \rho/2)E^*(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle = \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 x^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho'_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\rho'_2 \Gamma_2^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2) \times \\ &\quad \times \exp\left\{ \frac{ik}{x} \mathbf{R}[\rho - (\rho'_1 - \rho'_2)] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{ik}{2x} \rho(\rho'_1 + \rho'_2) + \frac{ik}{2x} (\rho_1'^2 - \rho_2'^2) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi\rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

где $\Gamma_2^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2) = E_0(\rho'_1)E_0^*(\rho'_2)$; $H(\mu) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa \Phi_\varepsilon(\kappa) \times [1 - \cos(\kappa\mu)]$; $\Phi_\varepsilon(\kappa)$ — спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды распространения оптического излучения; κ — пространственная частота масштаба случайной неоднородности диэлектрической проницаемости; $\mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2$ и $\rho = \rho_1 - \rho_2$ — суммарная и разностная координаты точек наблюдения. При дальнейшем анализе выражения (5) спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды возьмем колмогоровским $[\Phi_\varepsilon(\kappa) \sim \kappa^{-11/3}]$ [19]. В этом случае интеграл от функции $H(\eta)$ из выражения (5) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi\rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] &\cong \\ &\cong \rho_0^{-5/3} \int_0^1 d\xi |\xi\rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)|^{5/3}, \quad (6) \end{aligned}$$

где ρ_0 — радиус когерентности плоской оптической волны, распространяющейся в случайно-неоднородной среде [19]. Для колмогоровского спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости случайно-неоднородной среды

$$\rho_0 = \left[2^{-5/3} \frac{9}{10} \frac{\Gamma(8/3)\Gamma(7/6)}{\Gamma(11/6)} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) C_\varepsilon^2 k^2 x \right]^{-3/5} = (0,3643 C_\varepsilon^2 k^2 x)^{-3/5}, \quad (7)$$

где C_ε^2 — структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы [19].

Основные соотношения

Информация о функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения позволяет не только анализировать поведение средней интенсивности, но также оценивать его когерентные свойства, в частности масштабы когерентности оптического излучения в турбулентной атмосфере [16, 17, 19]. Если пространственные координаты функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка определены, так, как это сделано в уравнении (5), тогда нормированная функция взаимной когерентности второго порядка (комплексная степень когерентности) оптического пучка имеет следующий вид:

$$\gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \frac{\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho)}{\sqrt{\langle I(x, \mathbf{R} + \rho/2) \rangle \langle I(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle}}, \quad (8)$$

где $\langle I(x, \mathbf{R}) \rangle \equiv \Gamma_2(x, \mathbf{R}, 0)$ — средняя интенсивность оптического пучка в точке $\{x, \mathbf{R}\}$. Используя определение (8), можно получить интегральное выражение для модуля комплексной степени когерентности (степени когерентности) оптического пучка на его оптической оси ($R = 0$) в турбулентной атмосфере:

$$\begin{aligned} \mu(x, \rho) &\equiv \text{mod}[\gamma_2(x, 0, \rho)] \equiv \\ &\equiv \sqrt{\frac{\{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}} = \\ &= \sqrt{\frac{\{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}}. \end{aligned} \quad (9)$$

При распространении в турбулентной атмосфере плоской или сферической волны [16, 17] их степень когерентности является одномасштабной монотонно спадающей функцией от ρ . В этом случае для характеристики когерентных свойств оптического излучения оказывается достаточно лишь одного параметра — радиуса когерентности. Однако известно [17, 20], что степень когерентности бездифракционных оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере, имеет более сложный функциональный вид, чем подобная характеристика для случаев плоской или сферической волн, что не позволяет получить достаточно информации о когерентных свойствах бездифракционных пучков лишь по одному параметру степени когерентности. Для того чтобы более полно охарактеризовать поведение степени когерентности бездифракционного оптического пучка в турбулентной атмосфере, введем в рассмотрение две физические величины: радиус когерентности ρ_c и интегральный масштаб степени когерентности ρ_m .

Радиус когерентности ρ_c будем определять по первому пересечению графика степени когерентности заданного уровня, равного $\exp(-1)$:

$$\mu(x, \rho_c) = \exp(-1) = 0,3679, \quad (10)$$

а интегральный масштаб степени когерентности ρ_m — по площади между графиком степени когерентности и осью ρ :

$$\rho_m = \int_0^\infty d\rho \mu(x, \rho). \quad (11)$$

Для плоской оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере с колмогоровским спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости (6), степень когерентности (9), радиус когерентности (10) и интегральный масштаб степени когерентности (11) соответственно равны [16]: $\mu_{pl}(x, \rho) = \exp(-\rho^{5/3}/\rho_0^{5/3})$, $\rho_{cpl} = \rho_0$ и $\rho_{mpl} = \Gamma(8/5)\rho_0$. Эти же физические величины для случая сферической волны равны [16]: $\mu_{sp}(x, \rho) = \exp[-(3/8)(\rho^{5/3}/\rho_0^{5/3})]$, $\rho_{csp} = (8/3)^{3/5}\rho_0$ и $\rho_{msp} = (8/3)^{3/5}\Gamma(8/5)\rho_0$. Нетрудно заметить, что радиус когерентности и интегральный масштаб степени когерентности для плоской и сферической волн связаны одним и тем же простым соотношением

$$\frac{\rho_{mpl}}{\rho_{cpl}} = \frac{\rho_{msp}}{\rho_{csp}} = \Gamma\left(\frac{8}{5}\right) = 0,8935. \quad (12)$$

Выражение (12) показывает, что в случаях плоской и сферической волн для характеристики когерентных свойств оптического излучения в турбулентной атмосфере достаточно лишь одного параметра — радиуса когерентности оптического излучения. Отметим особо, что для того чтобы значения радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности в случаях плоской и сферической волн совпадали, уровень, определяющий значение радиуса когерентности оптического излучения, надо выбрать равным не $\exp(-1) = 0,3679$, а $\exp[-\Gamma^{5/3}(8/5)] = \exp(-0,8289) = 0,4365$.

Степень когерентности косинусного пучка

Интегральное выражение (5) для функции взаимной когерентности второго порядка поля косинусного оптического пучка (1) можно упростить с использованием квадратичной аппроксимации для функции $H(\eta)$ (6):

$$\begin{aligned} \frac{\pi k^2 x}{4} \int_0^1 d\xi H[\xi\rho + (1-\xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] &\approx \\ \approx \frac{1}{3}\rho_0^{-2} [\rho^2 + \rho(\rho'_1 - \rho'_2) + (\rho'_1 - \rho'_2)^2]. \end{aligned} \quad (13)$$

После подстановки (1) и (13) в интегральное выражение (5) и вычисления табличных интегралов [21] получится простая аналитическая формула для искомой функции

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) \cong \frac{E_0^2}{2} \exp\left(-q \frac{k}{x} \rho^2\right) \times \left[\cos(\gamma \rho) + \exp\left(-\frac{4}{3} q \frac{x}{k} \gamma^2\right) \cosh(2q\gamma\rho + 2i\gamma\mathbf{R}) \right], \quad (14)$$

где $q = x/(k\rho_0^2)$ — параметр, характеризующий условия распространения оптического излучения на трассе в турбулентной атмосфере [16].

Вычисления степени когерентности $\mu(x, \rho)$ косинусных пучков, проведенные по формулам (8), (9) и (14), показывают, что функциональный вид данной характеристики чувствителен к уровню флуктуаций в турбулентной атмосфере, который задается величиной безразмерного параметра q . При низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере ($q \rightarrow 0$) зависимость степени когерентности косинусного пучка на его оптической оси ($R = 0$) $\mu(x, \rho)$ от разностной поперечной координаты ρ носит немонотонный (осциллирующий) характер. При вы-

соких уровнях флуктуаций в турбулентной среде ($q \rightarrow \infty$) степень когерентности $\mu(x, \rho)$ косинусного пучка описывается одномасштабной монотонно спадающей кривой, приближающейся (по мере увеличения q) к кривой, соответствующей степени когерентности плоской волны. Кроме того, обнаруживает себя еще одна принципиальная особенность поведения степени когерентности бездифракционных косинусных оптических пучков — ее пространственная неоднородность, так как аргументы функций, входящих в формулу (14), зависят от скалярного произведения двух векторов: γ и ρ , а соответственно, и от их взаимной ориентации.

Графики степени когерентности косинусных оптических пучков на их оптической оси ($R = 0$) $\mu(x, \rho)$ для разных значений нормированного параметра косинусного пучка $\sqrt{x/k}\gamma$ при низких уровнях атмосферной турбулентности $q < 1,0$ (когда регулярная структура бездифракционного косинусного пучка все еще слабо искажена влиянием случайных неоднородностей среды распространения) представлены на рис. 1–3. На рис. 1, *a–z* приведены линейные графики степени когерентности $\mu(x, \rho)$ косинусных пучков в случае выполнения условия $\gamma \parallel \rho$

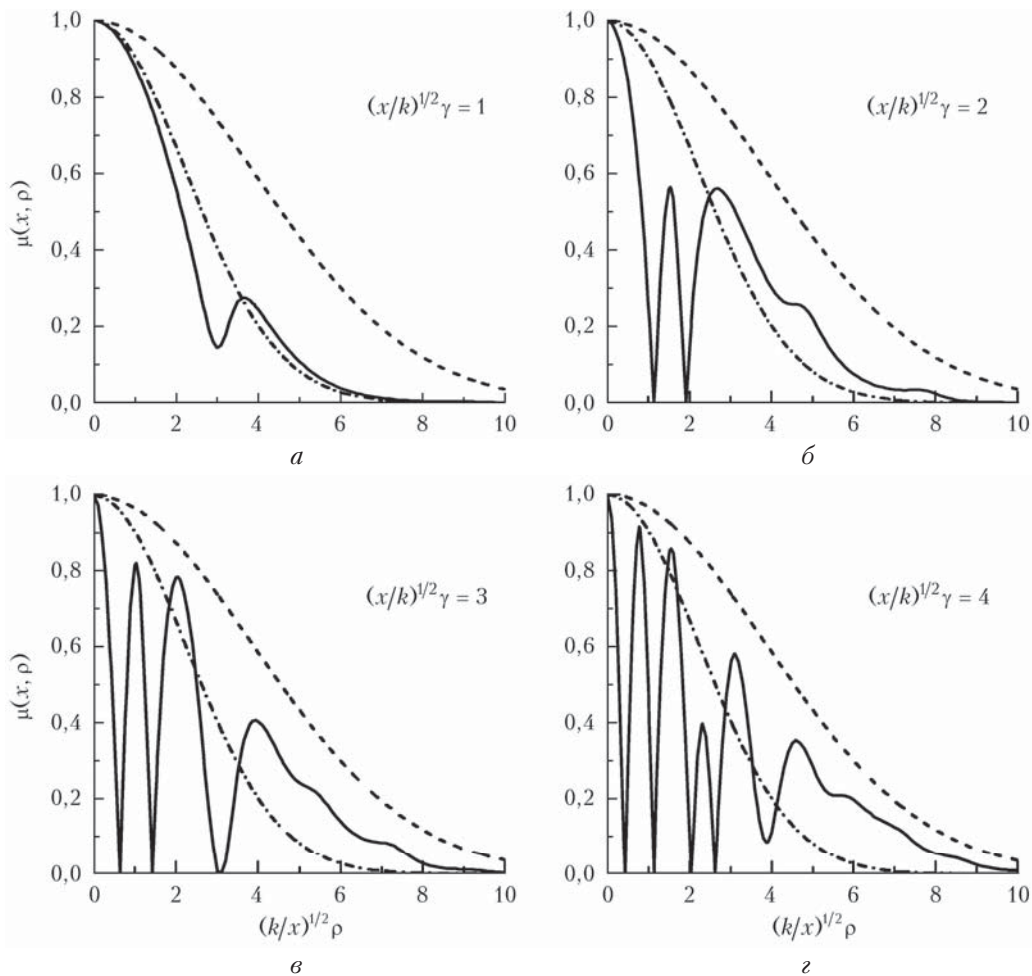


Рис. 1. Степени когерентности $\mu(x, \rho)$ косинусных пучков для разных значений параметра пучка $\sqrt{x/k}\gamma$ (сплошные линии), сферической (штриховые) и плоской (штрихпунктирные) волн при $q = 0,1$

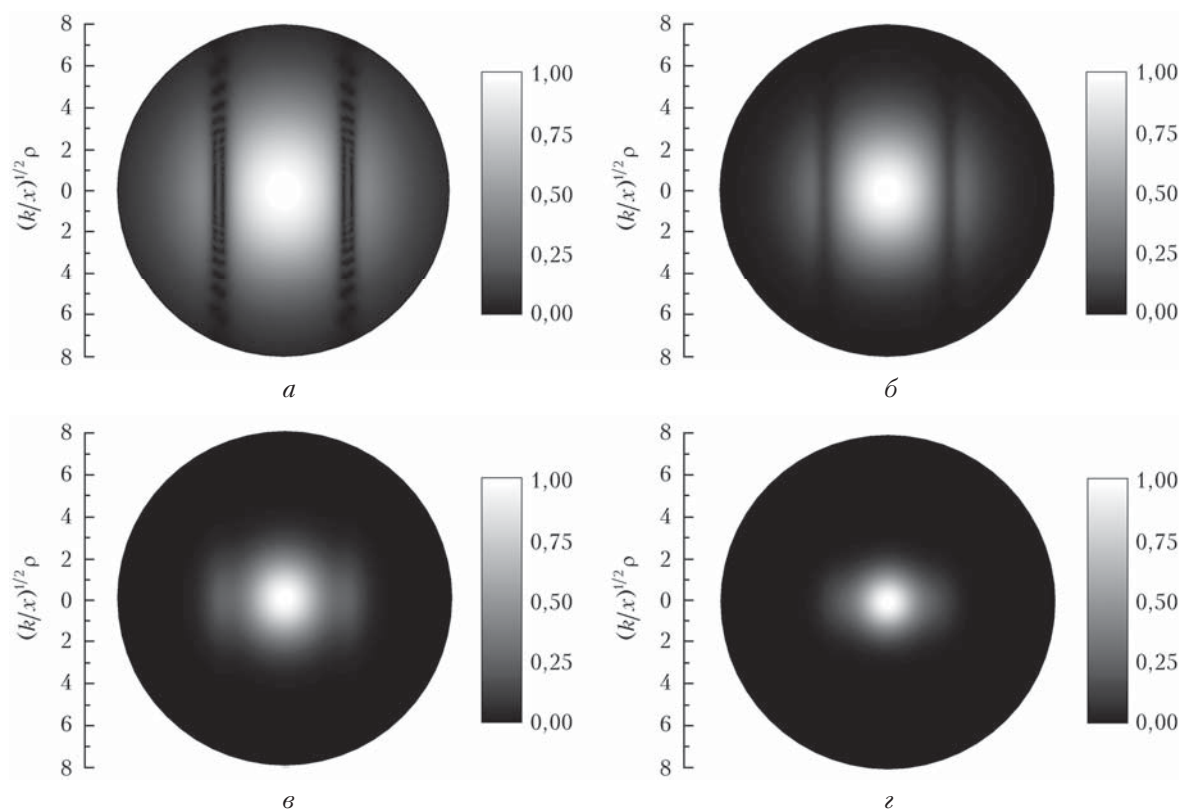


Рис. 2. Степень когерентности $\mu(x, \rho)$ косинусного пучка для $\sqrt{x/k\gamma} = 1$ при $q = 0,05$ (а); $0,10$ (б); $0,25$ (в); $0,50$ (г)

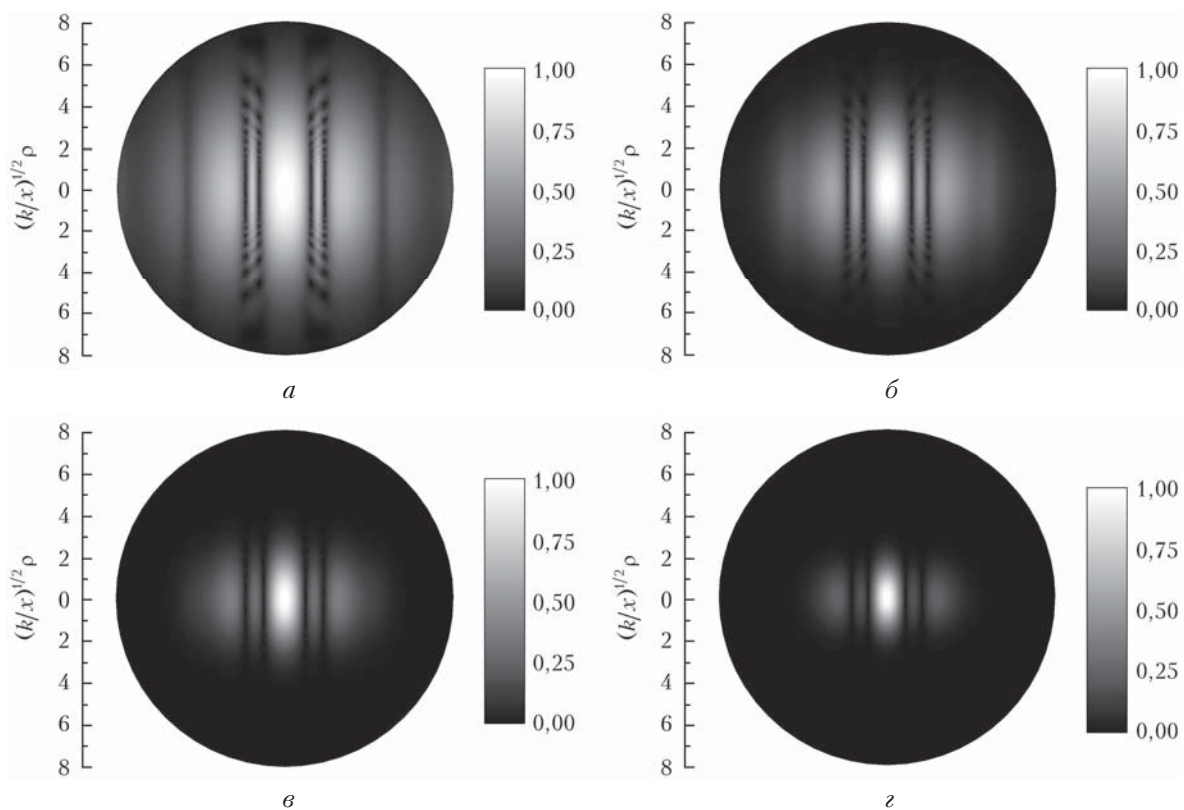


Рис. 3. Степень когерентности $\mu(x, \rho)$ косинусного пучка для $\sqrt{x/k\gamma} = 2$ при $q = 0,05$ (а); $0,10$ (б); $0,25$ (в); $0,50$ (г)

при $q = 0,1$ для различных значениях нормированного параметра косинусного пучка $\sqrt{x/k}\gamma$ (значения этого параметра указаны на рисунках). Сплошными линиями изображены степени когерентности $\mu(x, \rho)$ бездифракционных косинусных пучков, штриховыми линиями — сферической волны $[\mu_{sp}(x, \rho) = \exp(-1/3q\rho^2)]$, а штрихпунктирными — плоской $[\mu_{pl}(x, \rho) = \exp(-q\rho^2)]$. Здесь формулы для степени когерентности плоской и сферической волн приводятся при использовании квадратичной аппроксимации (13) [16].

Полярные контурные графики (градации серого цвета) на рис. 2 и 3 соответствуют двум косинусным оптическим пучкам с параметрами $\sqrt{x/k}\gamma = 1,0$ (рис. 2) и $2,0$ (рис. 3) при различных значениях q : $q = 0,05$ (рис. 2, *a* и 3, *a*), $0,10$ (рис. 2, *б* и 3, *б*), $0,25$ (рис. 2, *в* и 3, *в*) и $0,50$ (рис. 2, *г* и 3, *г*). Данные графики построены в линейном масштабе для степени когерентности $\mu(x, \rho)$ в диапазоне $[0; 1]$ как функции от нормированной радиальной координаты $\sqrt{k/x}\rho$ в диапазоне $[0; 8]$. Горизонтальные сечения этих графиков соответствуют случаю выполнения условия $\gamma \parallel \rho$, а вертикальные — $\gamma \perp \rho$. Хорошо видно (см. рис. 2 и 3), что степень когерентности бездифракционного косинусного пучка в направлении вектора γ имеет осциллирующий характер, который исчезает по мере возрастания возмущающего воздействия атмосферной турбулентности, а в направлении, перпендикулярном вектору γ , степень когерентности косинусного пучка всегда совпадает с аналогичной характеристикой плоской волны [см. также формулу (14)]. Можно проследить, что увеличение параметра косинусного пучка $\sqrt{x/k}\gamma$ приводит к росту значения величины q , при которой происходит исчезновение осцилляций степени когерентности $\mu(x, \rho)$ этого пучка.

Степень когерентности фундаментального бesselева пучка

Известно [17], что интегральное выражение (5) для функции взаимной когерентности второго порядка поля в случае фундаментального бesselева пучка (2) может быть упрощено. Формулу (5), представляющую собой четырехкратный интеграл, с учетом соотношений (6) и (7) можно преобразовать методом стационарной фазы [22] к выражению в виде двукратного интеграла:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) &\equiv \Gamma_2(x, R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho) \cong \\ &\cong \frac{E_0^2}{4\pi^2} \exp\left[\frac{ik}{x} R\rho \cos(\varphi_R - \varphi_\rho)\right] \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\psi \exp\left\{-i\beta R \cos(\varphi_R - \varphi) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. + i\beta R \cos(\varphi_R - \psi) - i\frac{\beta}{2} \rho \cos(\varphi_\rho - \varphi) - i\frac{\beta}{2} \rho \cos(\varphi_\rho - \psi) - \right. \\ &\left. - q^{5/6} \int_0^1 d\xi \left[\xi^2 \frac{k}{x} \rho^2 + 2\xi(1-\xi)\beta \rho \cos(\varphi_\rho - \varphi) - \right. \right. \\ &\left. - 2\xi(1-\xi)\beta \rho \cos(\varphi_\rho - \psi) + 2(1-\xi)^2 \frac{x}{k} \beta^2 - \right. \\ &\left. \left. - 2(1-\xi)^2 \frac{x}{k} \beta^2 \cos(\varphi - \psi) \right]^{5/6} \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где $\mathbf{R} = \{R, \varphi_R\}$ и $\rho = \{\rho, \varphi_\rho\}$ — полярные координаты суммарного и разностного векторов точек наблюдения ρ_1 и ρ_2 . Формула (15) соответствует парааксиальному приближению [16, 17, 19] функции взаимной когерентности второго порядка поля фундаментального бesselева оптического пучка (2), распространяющегося в случайно-неоднородной среде.

Известно [17], что функциональный вид степени когерентности $\mu(x, \rho)$ фундаментального бesselева пучка [см. формулы (8), (9) и (15)] чувствителен к уровню флуктуаций в турбулентной атмосфере. В данном случае наблюдается картина, аналогичная описанной выше для косинусного пучка. При низких уровнях флуктуаций степень когерентности $\mu(x, \rho)$ фундаментального бesselева пучка демонстрирует осциллирующий характер, а при высоких уровнях флуктуаций она становится близкой к степени когерентности сферической (а не плоской, как для косинусного пучка) волны.

На рис. 4 и 5 представлены графики степени когерентности фундаментальных бesselевых пучков на их оптической оси ($R = 0$) $\mu(x, \rho)$ для разных значений нормированного параметра бesselева пучка $\sqrt{x/k}\beta$ при низких уровнях атмосферной турбулентности ($q < 1,0$). Поскольку фундаментальный бesselев пучок обладает свойством аксиальной симметрии, то такое же свойство есть и у степени когерентности $\mu(x, \rho)$ этого пучка на оптической оси пучка. Полярные контурные графики (градации серого цвета) на рис. 4, *a–г* и 5, *a–г* соответствуют бesselевым оптическим пучкам для двух значений нормированного параметра бesselева пучка $\sqrt{x/k}\beta = 1,0$ и $2,0$ при различных значениях параметра q : $0,10$ (рис. 4, *a* и 5, *a*), $0,25$ (рис. 4, *б* и 5, *б*), $0,50$ (рис. 4, *в* и 5, *в*) и $0,75$ (рис. 4, *г* и 5, *г*). Данные графики исполнены в логарифмическом масштабе для значений степени когерентности $\mu(x, \rho)$ бesselевых пучков в диапазоне $[1; 0,01]$ от нормированной радиальной координаты $\sqrt{k/x}\rho$ в диапазоне $[0; 10]$. Отметим, что все четыре графика $\mu(x, \rho)$, приведенные на одном рисунке, соответствуют одному и тому же значению параметра $\sqrt{x/k}\beta$: $1,0$ (рис. 4, *a–г*) и $2,0$ (рис. 5, *a–г*).

Графики степени когерентности $\mu(x, \rho)$, представленные на рис. 4 и 5, демонстрируют, что при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере в центральной части двумерного поля степени

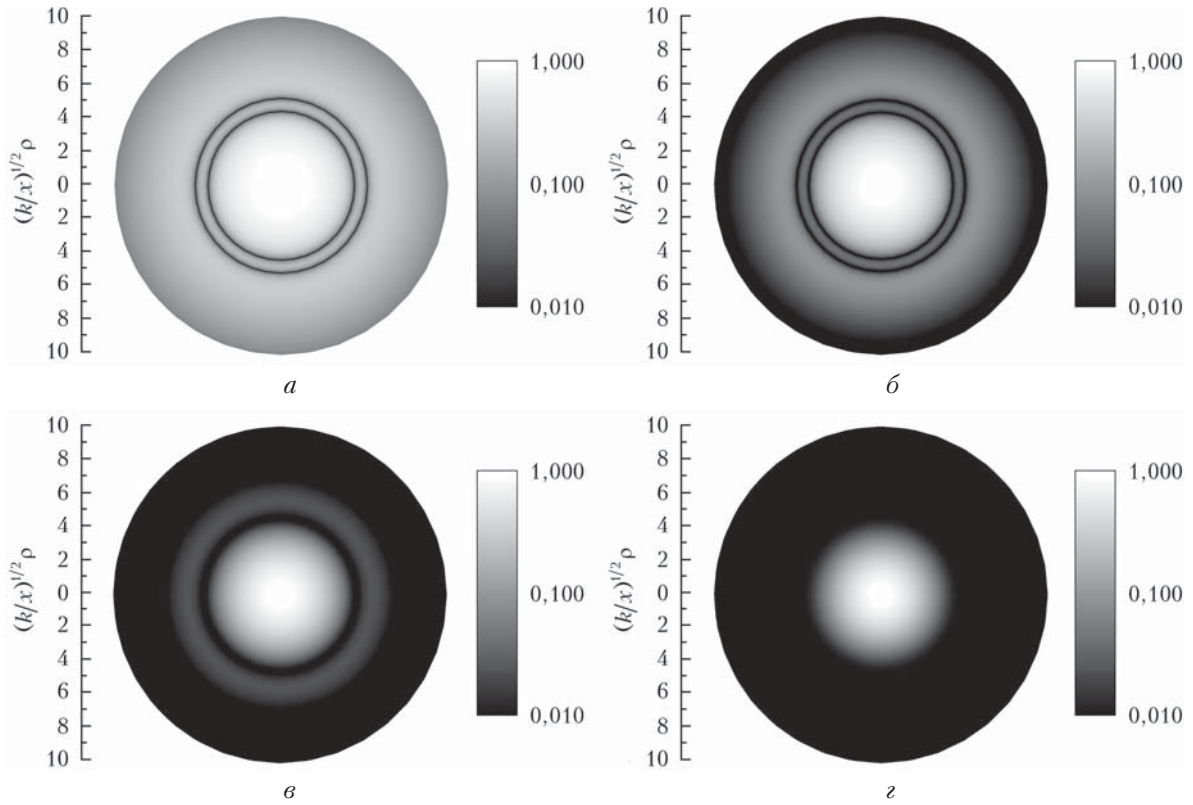


Рис. 4. Степень когерентности $\mu(x, \rho)$ фундаментального бesselова пучка для $\sqrt{x/k\beta} = 1,0$ при $q = 0,10$ (а); $0,25$ (б); $0,50$ (в); $0,75$ (з)

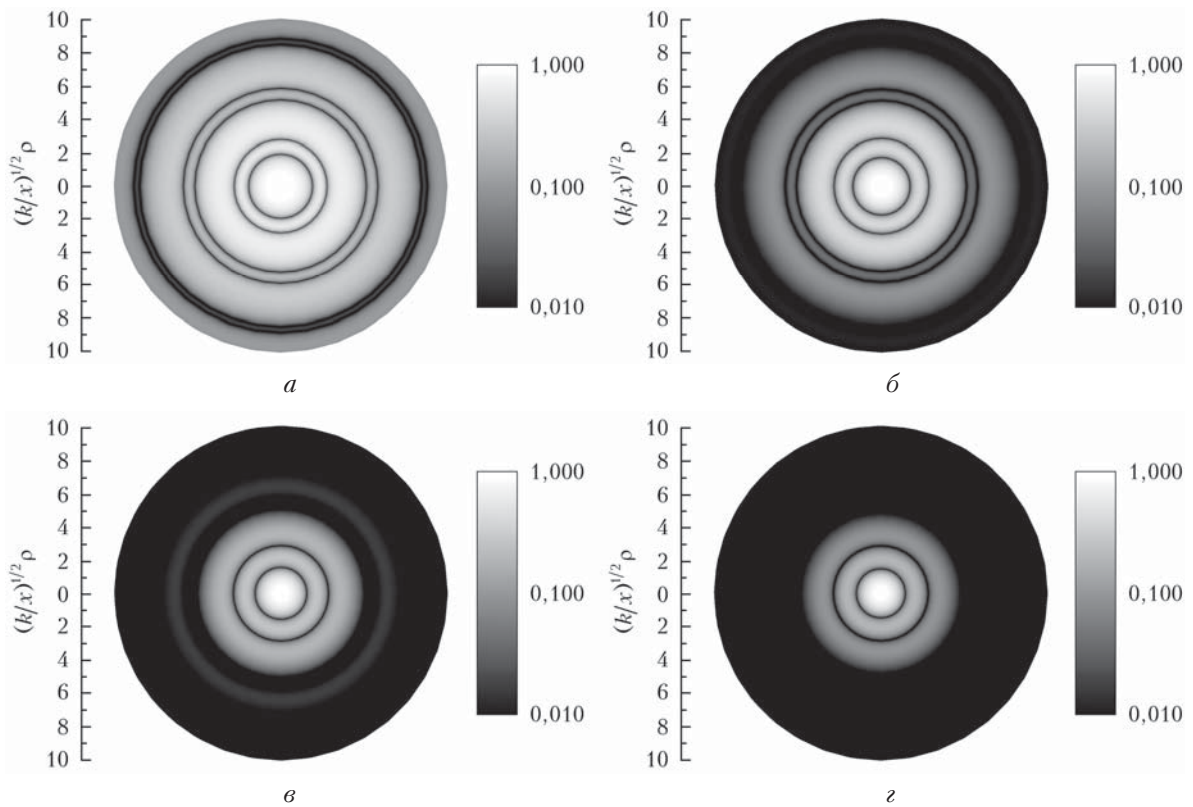


Рис. 5. Степень когерентности $\mu(x, \rho)$ фундаментального бesselова пучка для $\sqrt{x/k\beta} = 2,0$ при $q = 0,10$ (а); $0,25$ (б); $0,50$ (в); $0,75$ (з)

когерентности $\mu(x, \rho)$ формируются парные кольцевые структуры — области низкой когерентности, число которых пропорционально значению безразмерного параметра бesselева пучка: для $\sqrt{x/k\beta} = 1,0$ — одна двойная кольцевая структура (см. рис. 4, а), а для $\sqrt{x/k\beta} = 2,0$ — три (см. рис. 5, а). Наличие кольцевых областей низкой когерентности двумерного поля степени когерентности $\mu(x, \rho)$ оптического излучения вблизи оптической оси пучка приводит к тому, что фундаментальные бesselевы пучки при распространении в турбулентной атмосфере обладают более низкой когерентностью, чем сферическая волна [16, 17, 19].

Наличие чередующихся областей низкой когерентности вблизи оптической оси бездифракционных косинусных и фундаментальных бesselевых пучков обусловлено самой структурой этих пучков. В бездифракционных пучках области высокой и низкой интенсивности оптического излучения чередуются, создавая пространственную дифракционную решетку [20], которая обеспечивает бездифракционный характер распространения подобных оптических пучков [21] и наличие осцилляций в степени когерентности таких пучков. При распространении в турбулентной атмосфере по мере ухудшения когерентных свойств элементарных оптических волн, формирующих оптический пучок, средняя интенсивность подобных пучков «замывается» (распределение средней интенсивности в поперечном сечении приобретает вид монотонно спадающей функции), а степень когерентности из осциллирующей превращается в монотонно спадающую. Нужно отметить, что по мере увеличения значения безразмерного параметра оптического пучка ($\sqrt{x/k\gamma}$ или $\sqrt{x/k\beta}$) увеличивается и значение безразмерного параметра q , при котором происходит данное явление (см. рис. 2, з, 3, з и 4, з, 5, з).

Радиус когерентности косинусного пучка

В качестве определения радиуса когерентности ρ_c оптического пучка возьмем соотношение (10). Результаты численных расчетов радиуса когерентности $\rho_{c\,cb}$ косинусного пучка (1) для различных значений параметра косинусного пучка γ при выполнении условия $\gamma \parallel \rho$ по формулам (8), (9) и (14) представлены на рис. 6. Сплошными линиями изображен радиус когерентности $\rho_{c\,cb}$ косинусного пучка (цифры у кривых указывают значение нормированного параметра $\sqrt{x/k\gamma}$), штриховой прямой — сферической волны ($\rho_{c\,sp} = \sqrt{3}\rho_0$), а пунктирной — плоской ($\rho_{c\,pl} = \rho_0$). Значения радиусов когерентности плоской и сферической волн рассчитаны с использованием квадратичной аппроксимации (6). Хорошо видно, что с увеличением параметра q радиус когерентности $\rho_{c\,cb}$ косинусного пучка приближается к аналогичной характеристике плоской волны $\rho_{c\,pl}$.

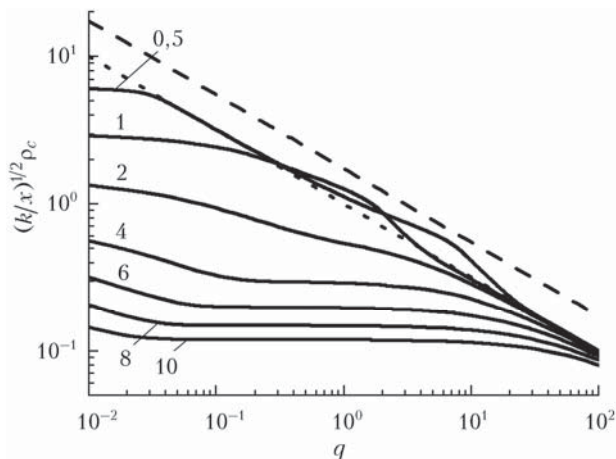


Рис. 6. Радиусы когерентности ρ_c косинусного пучка, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

Однако по мере увеличения параметра $\sqrt{x/k\gamma}$ этот процесс происходит при все больших и больших значениях q . Для косинусных пучков с $\sqrt{x/k\gamma} > 4$ появляется значимая по величине область значений q , при которых радиус когерентности $\rho_{c\,cb}$ косинусного пучка практически не зависит от турбулентных условий распространения оптического излучения на трассе.

Радиус когерентности фундаментального бesselева пучка

Аналогичная характеристика, но для фундаментального бesselева оптического пучка (2) приведена на рис. 7. Численные расчеты радиуса когерентности $\rho_{c\,bb}$ фундаментального бesselева оптического пучка проводились по формулам (8)–(10) и (15). Сплошными линиями на рис. 7 представлено поведение радиуса когерентности $\rho_{c\,bb}$ фундаментального бesselева пучка (цифры у графиков указывают значение нормированного параметра бesselева пучка $\sqrt{x/k\beta}$), штриховой прямой — сферической волны [$\rho_{c\,sp} = (8/3)^{3/5}\rho_0$], а пунктирной — плоской волны ($\rho_{c\,pl} = \rho_0$). Можно отметить, что общий стиль поведения данной характеристики $\rho_{c\,bb}$ подобен поведению радиуса когерентности $\rho_{c\,cb}$ косинусного пучка, но радиус когерентности $\rho_{c\,bb}$ фундаментального бesselева пучка при увеличении q приближается к аналогичной характеристике не плоской $\rho_{c\,pl}$, а сферической волны $\rho_{c\,sp}$. Для бesselевых пучков при выполнении условия $\sqrt{x/k\beta} > 4$ радиус когерентности $\rho_{c\,bb}$ бesselева пучка практически не зависит от турбулентных условий распространения оптического излучения на трассе.

Таким образом, можно констатировать, что для бездифракционных косинусных и фундаментальных бesselевых пучков радиус когерентности ρ_c не дает исчерпывающей информации о когерентных свойствах оптического излучения, распространяющегося в турбулентной среде.

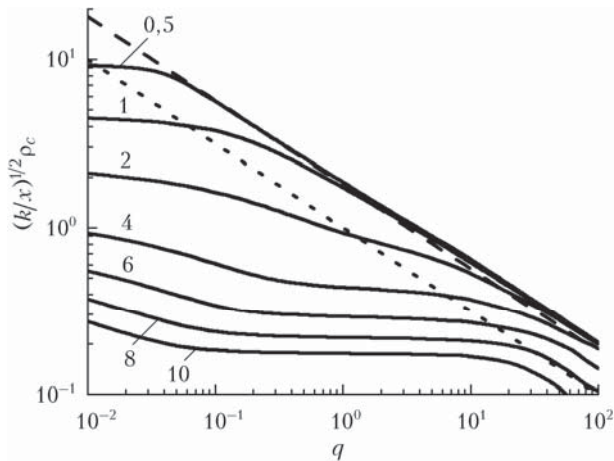


Рис. 7. Радиусы когерентности ρ_c фундаментального бesselева пучка, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

Интегральный масштаб степени когерентности косинусного пучка

Интегральный масштаб степени когерентности ρ_{mcb} косинусного пучка, определяемый соотношением (11), для различных значений параметра косинусного пучка γ при выполнении условия $\gamma \parallel \rho$, вычисленный по формулам (8), (9) и (14), представлен на рис. 8. Тонкие линии графика соответствуют интегральному масштабу степени когерентности ρ_{mcb} косинусного пучка (сплошная линия — $\sqrt{x/k\gamma} = 0,1$; штриховая линия — 0,5; пунктирная линия — 1,0; штрихпунктирная линия — 2,0; двойная штрихпунктирная линия — 3,0; короткая штриховая линия — 4,0; короткая пунктирная линия — 5,0), жирные штриховая и пунктирная прямые линии представляют случаи сферической $[\rho_{msp} = \sqrt{3}(\sqrt{\pi}/2)\rho_0]$ и плоской $[\rho_{mpl} = (\sqrt{\pi}/2)\rho_0]$ волн соответственно. На рис. 8 приведены значения интегральных масштабов степе-

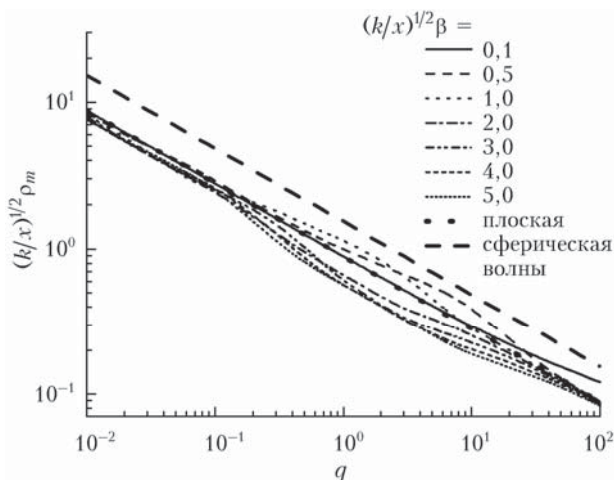


Рис. 8. Интегральные масштабы степени когерентности ρ_m косинусного пучка, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

ни когерентности плоской и сферической волн, рассчитанных с использованием квадратичной аппроксимации (6). Данные анализа показали (см. рис. 8), что масштаб степени когерентности ρ_{mcb} косинусного пучка в турбулентной атмосфере при любых значениях параметра γ близок к интегральному масштабу степени когерентности ρ_{mpl} плоской волны и меньше аналогичной характеристики сферической волны ρ_{msp} .

Интегральный масштаб степени когерентности фундаментального бesselева пучка

На рис. 9 изображены результаты численных расчетов интегрального масштаба степени когерентности ρ_{mbb} фундаментального бesselева оптического пучка (2), проведенные с использованием выражений (8), (9) и (15). Тонкие линии на графике — это интегральный масштаб степени когерентности ρ_{mbb} фундаментального бesselева пучка (сплошная линия — $\sqrt{x/k\beta} = 0,1$; штриховая линия — 0,5; пунктирная линия — 1,0; штрихпунктирная линия — 2,0; двойная штрихпунктирная линия — 3,0; короткая штриховая линия — 4,0; короткая пунктирная линия — 5,0), а жирные штриховая и пунктирная прямые линии — сферическая $[\rho_{msp} = (8/3)^{3/5} \Gamma(8/5)\rho_0]$ и плоская $[\rho_{mpl} = \Gamma(8/5)\rho_0]$ волны соответственно. Результаты проведенных вычислений наглядно демонстрируют (см. рис. 9), что интегральный масштаб степени когерентности ρ_{mbb} фундаментального бesselева пучка в турбулентной атмосфере в целом близок к интегральному масштабу степени когерентности ρ_{msp} сферической волны. Тем не менее с увеличением параметра $\sqrt{x/k\beta}$ кривая, описывающая поведение ρ_{mbb} , все больше удаляется от линии, соответствующей случаю сферической волны ρ_{msp} , и приближается к линии, описывающей плоскую волну ρ_{mpl} .

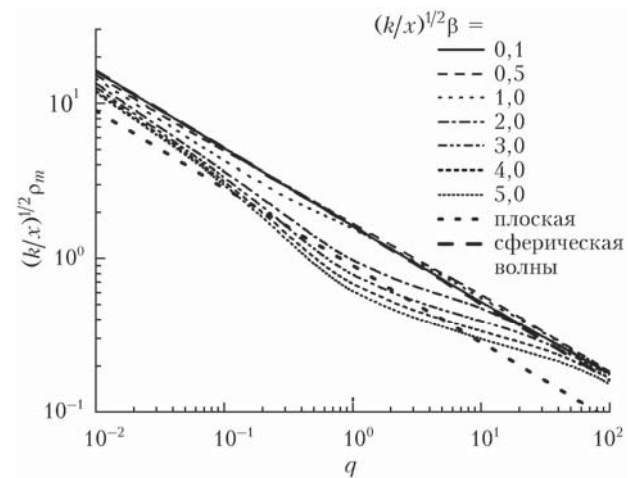


Рис. 9. Интегральные масштабы степени когерентности ρ_m фундаментального бesselева пучка, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

Отметим, что при уровнях турбулентности, когда $q \sim 1$, интегральный масштаб степени когерентности $\rho_{m\,bb}$ фундаментального бesselева пучка может быть даже меньше, чем соответствующая характеристика плоской волны $\rho_{m\,pl}$. Такое поведение $\rho_{m\,bb}$ можно объяснить дополнительным искривлением волнового фронта оптического излучения атмосферной турбулентностью [16].

Следовательно, можно сделать вывод, что для бездифракционных (косинусного и фундаментального бesselева) пучков интегральный масштаб степени когерентности ρ_m является более важным параметром, чем радиус когерентности ρ_c . Это обусловлено тем, что интегральный масштаб степени когерентности ρ_m при любых условиях максимально чувствителен к параметру q , который характеризует степень влияния атмосферной турбулентности на оптическое излучение при распространении и только во вторую очередь зависит от параметров оптических пучков. Обратим особое внимание на еще одно обстоятельство, соотношение (12), имевшее место в случаях плоской и сферической волн, для бездифракционных пучков (косинусного и фундаментального бesselева) не выполняется.

Заключение

Таким образом, исследования степени когерентности бездифракционных (косинусных и бesselевых) пучков показали, что при низких уровнях флуктуаций в турбулентной атмосфере, когда бездифракционный пучок все еще продолжает сохранять (хотя и частично) свои инвариантные свойства, его степень когерентности демонстрирует осциллирующий характер. В этом случае радиус когерентности бездифракционного пучка при определенных условиях не зависит от турбулентных условий распространения оптического излучения на трассе. Тем не менее с увеличением уровня флуктуаций в турбулентной атмосфере радиус когерентности косинусного пучка приближается к аналогичной характеристике плоской волны, а радиус когерентности фундаментального бesselева пучка к радиусу когерентности сферической волны. Что касается интегрального масштаба степени когерентности косинусного пучка, то он близок к такому же масштабу плоской волны, а фундаментального бesselева пучка — к сферической.

Косинусный пучок теряет свойство бездифракционности тогда, когда его радиус когерентности становится равным радиусу когерентности плоской волны. То же самое происходит и с фундаментальным бesselевым пучком в тот момент, когда значение его радиуса когерентности приближается к значению радиуса когерентности сферической волны. Сравнительный анализ двух пространственных масштабов степени когерентности оптических пучков показал, что интегральный масштаб степени когерентности для бездифракционных пучков является более репрезентативной характеристикой, чем радиус когерентности. Интегральный масштаб степени когерентности бездифракционных пучков, в отличие

от радиуса когерентности, практически однозначно связан с условиями распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-08-00899 А.

1. Allen L., Barnett S.M., Padgett M.J. Optical angular momentum. Bristol: Institute of Physics, 2003. 300 p.
2. Andrews D.L. Structured light and its applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces. New York: Academic press, 2008. 341 p.
3. Mahmoud M.A., Shalaby M.Y., Khalil D. Propagation of Bessel beams generated using finite-width Durnin ring // Appl. Opt. 2013. V. 52, N 2. P. 256–253.
4. Ormigotti M., Aiello A. Generalized Bessel beams with two indices // Opt. Lett. 2014. V. 39, N 19. P. 5618–5621.
5. Banakh V.A., Фалиц А.В. Численное моделирование распространения лазерных пучков, формируемых многоэлементными апертурами, в турбулентной атмосфере при тепловом самовоздействии // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26, № 5. С. 371–380; Banakh V.A., Falits A.V. Numerical simulation of propagation of laser beams formed by multielement apertures in a turbulent atmosphere under thermal blooming // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 6. P. 455–465.
6. Banakh V.A., Фалиц А.В. Оценка эффективности фокусировки многоэлементного пучка в условиях теплового самовоздействия // Оптика атмосфер. и океана. 2014. Т. 27, № 1. С. 11–17; Banakh V.A., Falits A.V. Efficiency of combined beam focusing under thermal blooming // Atmos. Ocean. Opt. 2014. V. 27, N 3. P. 211–217.
7. Banakh V.A., Фалиц А.В. Уширение Лагеррова пучка в турбулентной атмосфере // Оптика и спектроскопия. 2014. Т. 117, № 6. С. 969–975.
8. Fahrbach F.O., Gurichenkov V., Alessandri K., Nassoy P., Rohrbach A. Self-reconstructing sectioned Bessel beams offer submicron optical sectioning for large fields of view in light-sheet microscopy // Opt. Express. 2013. V. 21, N 9. P. 11425–11440.
9. Gong L., Ren Y., Xue G., Wang Q., Zhou J., Zhong M., Wang Z., Li Y. Generation of nondiffracting Bessel beam using digital micromirror device // Appl. Opt. 2013. V. 52, N 19. P. 4566–4575.
10. Xie Z., Armbruster V., Grosjean T. Axicon on a gradient index lens (AXIGRIN): Integrated optical bench for Bessel beam generation from a point-like source // Appl. Opt. 2014. V. 53, N 26. P. 6103–6107.
11. Alyingoz C., Yalizay B., Akturk S. Propagation characteristics of Bessel beams generated by continuous, incoherent light sources // J. Opt. Soc. Amer. A. 2015. V. 32, N 8. P. 1567–1575.
12. Birch P., Ituen I., Young R., Chatwin Ch. Long-distance Bessel beam propagation through Kolmogorov turbulence // J. Opt. Soc. Amer. A. 2015. V. 32, N 11. P. 2066–2073.
13. Wei X., Liu Ch., Niu L., Zhang Z., Wang K., Yang Z., Liu J. Generation of arbitrary order Bessel beams via 3D printed axicons at the terahertz frequency range // Appl. Opt. 2015. V. 54, N 36. P. 10641–10649.
14. Куселев А.П. Локализованные световые волны: параксиальные и точные решения волнового уравнения (Обзор) // Оптика и спектроскопия. 2007. Т. 102, № 4. С. 661–681.
15. Eyyuboglu H.T., Baykal Y., Cai Y. Complex degree of coherence for partially coherent general beams in atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Amer. A. 2007. V. 24, N 9. P. 2891–2901.

16. *Беленький М.С., Лукин В.П., Миронов В.Л., Покасов В.В.* Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1985. 176 с.
17. *Лукин И.П.* Когерентность бesselева пучка в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2012. Т. 25, № 5. С. 393–402; *Lukin I.P.* Coherence of a Bessel beam in a turbulent atmosphere // *Atmos. Ocean. Opt.* 2012. V. 25, N 5. P. 328–337.
18. *Лукин И.П.* Флуктуации фазы бesselь-гауссовых пучков в случайно-неоднородных средах // *Оптика атмосф. и океана.* 2010. Т. 23, № 1. С. 66–70; *Lukin I.P.* Bessel–Gaussian beam phase fluctuations in randomly inhomogeneous media // *Atmos. Ocean. Opt.* 2010. V. 23, N 3. P. 236–240.
19. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
20. *Лукин И.П.* Кольцевая дислокация степени когерентности вихревого бesselева пучка в турбулентной атмосфере // *Оптика атмосф. и океана.* 2015. Т. 28, № 4. С. 298–308; *Lukin I.P.* Ring dislocation of the coherence degree of a vortex Bessel beam in a turbulent atmosphere // *Atmos. Ocean. Opt.* 2015. V. 28, N 5. P. 415–425.
21. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
22. *Федорюк М.В.* Метод перевала. М.: Наука, 1977. 368 с.
23. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
24. *Shchegrov A.V., Wolf E.* Partially coherent conical beams // *Opt. Lett.* 2000. V. 25, N 3. P. 141–143.

I.P. Lukin. Spatial scales of coherence of diffraction-free beams in a turbulent atmosphere.

Coherent properties of the diffraction-free optical beams propagating in a turbulent atmosphere are studied. The problem analysis is based on solution of the equation for the second-order mutual coherence function of a field of optical radiation. The behavior of the degree of coherence of the diffraction-free (cos and fundamental Bessel) optical beams depending on parameters of the beams and characteristics of the turbulent atmosphere is investigated. It has appeared that fundamental property of diffraction-free beams is the oscillating character of coherence degree of these beams, which is shown at low levels of fluctuations in the turbulent atmosphere. At high levels of fluctuations in the turbulent atmosphere, the degree of coherence of a diffraction-free cos beam becomes closer to the similar characteristic of a plane wave, while a diffraction-free fundamental Bessel beam becomes closer to a spherical wave. The analysis of two spatial scales of degree of coherence of optical beams has shown that the integral scale of coherence degree for diffraction-free beams is more representative characteristic than coherence of radius. The integral scale of coherence degree of diffraction-free beams is practically unequivocally connected with conditions of propagation of optical radiation in a turbulent atmosphere.