

Модовая конвертация структурно-устойчивых векторных пучков в открытых оптических каналах

Т.И. Арсеньян, Е.А. Бабанин, О.М. Вохник, А.М. Зотов,
А.Ф. Марданов, Н.А. Сухарева*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
119991, г. Москва, Ленинские горы, 1, стр. 2

Поступила в редакцию 16.02.2016 г.

Экспериментально исследованы процессы перестройки пространственного распределения интенсивности суперпозиции структурно-устойчивых пучков с осевой симметрией при распространении в открытых оптических каналах передачи данных. Обсуждаются инварианты преобразования структуры пучка как носителя пространственного кода. Выполнены оценки корреляционных и дисперсионных параметров случайного процесса модуляции оптической плотности, указано на возможность кратного различия этих характеристик вдоль различных направлений, перпендикулярных оси пучка.

Ключевые слова: структурно-устойчивые пучки, модовый конвертер, пучки Айнса–Гаусса, открытый оптический канал; structurally stable beams, mode converters, Ince–Gaussian beams, free space optical channel.

Введение

Пространственные сигнально-кодовые конструкции для открытых оптических каналов передачи данных можно создавать на основе набора ортогональных пространственных распределений поля, используя собственные функции параболического дифференциального уравнения, полученные для различных типов симметрии системы координат. Основные вопросы при выборе набора пространственных кодов – диапазон искажений при распространении в сложно-возмущенной среде и правила распознавания регистрируемого профиля пучка. Постановка таких вопросов неявно предполагает использование «самовоспроизводящихся» пространственных структур в режиме свободного распространения сигнального пучка.

Профиль диаграммы направленности и состояние поляризации сигнального оптического пучка служат элементами передаваемого кода и выбираются по критерию устойчивости к действующим на трассе возмущениям интегральной оптической плотности. Но и в отсутствие пространственных вариаций оптических характеристик трассы пучок претерпевает дифракционные изменения, затрудняющие восстановление исходного профиля без дополнительной информации или опорного сигнала.

* Татьяна Ишхановна Арсеньян (arsenyan@mail.ru); Евгений Александрович Бабанин (babanin.eugen@gmail.com); Ольга Михайловна Вохник (vokhnik@rambler.ru); Алексей Михайлович Зотов (azotov@gmail.com); Айрат Фанисович Марданов (mardanov.ayrat@physics.msu.ru); Наталия Александровна Сухарева (suhareva@phys.msu.ru).

1. Структурно-устойчивые профили пучка

Угловая апертура сигнального оптического пучка предполагается равной дифракционному пределу, что служит обоснованием применимости в данном рассмотрении парааксиального приближения. Выберем ось z вдоль направления распространения пучка, амплитуду электрической составляющей электромагнитного поля парааксиального пучка можно считать достаточно быстро убывающей при удалении от оси. Введем для векторного пучка представление $\mathbf{E}(x, y, z)e^{ikz}$ (где $k = 2\pi/\lambda$) и, используя малость вариации функции $\mathbf{E}(x, y, z)$ вдоль направления распространения по сравнению с поперечным направлением

имеем $\frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, y, z)}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial \mathbf{E}(x, y, z)}{\partial z}$, получим на основе

уравнения Гельмгольца уравнение Леонтовича–Фока [1]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}(x, y, z)}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial \mathbf{E}(x, y, z)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

Для векторных пучков связь между амплитудами поперечной $E_{\perp}(x, y, z)$ и продольной $E_{\parallel}(x, y, z)$ проекций вектора $\mathbf{E}(x, y, z)$ на направление распространения пучка можно определить следующим образом [2, 3]:

$$E_{\parallel} = \frac{1}{ik} \frac{\partial E_{\perp}}{\partial r_{\perp}}, \quad (2)$$

где r_{\perp} – координата в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка.

Любое изменение пространственного распределения амплитуды плоско поляризованного пучка сопровождается возникновением продольной компоненты. Наличие двух компонент электромагнитного поля сигнального оптического пучка принципиально для важного в пространственных кодовых структурах свойства структурной устойчивости, нереализуемой в скалярном приближении описания распространения электромагнитных возмущений.

Пространственную структуру пучка опишем, используя три электродинамические характеристики:

- интенсивность $I(x, y, z) = \mathbf{E}(x, y, z)\mathbf{E}^*(x, y, z)$;
- фазу $\phi(x, y, z) = \arg E(x, y, z)$;
- комплексную амплитуду $F(x, y, z) = \sqrt{I(x, y, z)} \times \exp(i\phi(x, y, z))$.

В анизотропных средах фазовые скорости компонент поля с различной поляризацией должны различаться, порождая рассогласование фаз как обеих поперечных, так и продольной компонент. Для упрощения задачи будем далее полагать среду нестационарной, но пространственно изотропной и оптически прозрачной.

Эволюционное уравнение для комплексной амплитуды пучка запишем в форме обобщенного принципа Гюйгенса–Френеля [4]:

$$F(x, y, z) = \left(\frac{k}{i2\pi z} \right) \times \iint_{\mathbb{R}^2} F(x_1, y_1, 0) \exp \left\{ \left(\frac{ik}{2z} \right) \left[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \right] \right\} dx_1 dy_1, \quad (3)$$

где \mathbb{R}^2 – область допустимых значений координат x_1, y_1 .

Для сохранения профиля распределения интенсивности при распространении пучка необходимо определить класс решений $F(x, y, z)$ параболического уравнения (1), для которых поперечное распределение интенсивности при изменении z сохраняет свою структуру с точностью до масштаба [2]:

$$I(x, y, z) = D(z)I_0(x/d(z), y/d(z)), \quad (4)$$

где $d(z) > 0$ – масштабный множитель; величина $D(z)$ для оптически прозрачной среды определяется как $D(z) = 1/d^2(z)$.

Наложим два физических ограничения на пространственное распределение интенсивности:

$\iint_{\mathbb{R}^2} I(x, y, z) dx dy = \text{const}$ – условие сохранения потока энергии через произвольную плоскость, пересекающую пучок;

$$I(x, y, z) \leq B \exp \left[-A(|x|^2 + |y|^2) \right] \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$
 –

условие ограничения спада интенсивности при отклонении от оси пучка, необходимое для масштабирования распределения интенсивности и фазы [5]; B и A – положительно определенные величины.

Масштабный множитель распределения интенсивности, аддитивная фаза и ширина ограничивающего гауссова профиля зависят от продольной ко-

ординаты пучка и используемой аппроксимации следующим образом [6]:

$$d(z) = d_0 \sqrt{1 + 4 \frac{(z - z_0)^2}{k^2 \rho^4}},$$

$$\gamma(z) = -\gamma_0 \arctg \left(2 \frac{z - z_0}{k \rho^2} \right) + \gamma_1, \quad \sigma(z) = 1 + i \frac{2z}{k \rho^2}, \quad (5)$$

где z_0 – продольная координата перетяжки гауссова пучка; ρ, γ_0, d_0 – константы.

С использованием сформулированных ограничений комплексная амплитуда пучка может быть переопределена с выделением гауссовой компоненты и дополнительной пространственно-модулирующей функции [2]:

$$F(x, y, z) = (1/\sigma) F_0 \left(\frac{x}{\rho|\sigma|}, \frac{y}{\rho|\sigma|} \right) \times \exp \left(-i \frac{2z(x^2 + y^2)}{k \rho^4 |\sigma|^2} - i \gamma_0 \arg \sigma \right), \quad (6)$$

где $F_0(x, y)$ – двумерный модулирующий профиль; $\sigma = 1 + (2iz)/(k\rho^2)$.

После подстановки (6) в уравнение Леонтовича–Фока получим выражение, аналогичное уравнению Шрёдингера для двумерного квантового гармонического осциллятора [7]:

$$\frac{\partial^2 F_0(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_0(x, y)}{\partial y^2} - 4F_0(x, y)(x^2 + y^2 - \gamma_0) = 0. \quad (7)$$

В зависимости от дополнительных условий, накладываемых на тип симметрии собственных функций параболического уравнения, можно определить пространственный базис структурно-устойчивых пучков. При условии факторизации зависимости модулирующего профиля от координат в плоскости (x, y) функциями $F_0^X(x)$ и $F_0^Y(y)$:

$$F_0(x, y) = F_0^X(x)F_0^Y(y), \quad (8)$$

полный ортонормированный набор масштабируемых модулирующих профилей соответствует полному набору взаимно ортогональных мод Эрмита–Гаусса:

$$F_0^{n,m}(x, y) = \exp[-(x^2 + y^2)] H_n(\sqrt{2}x) H_m(\sqrt{2}y),$$

$$n, m = 0, 1, \dots, \quad (9)$$

где H_n, H_m – полиномы Эрмита порядка n, m .

Значение квантового числа вдоль конкретного направления соответствует числу нулей в распределении интенсивности или числу скачков фазы на π в заданном направлении.

Если по условию физической задачи пространственная модуляция интенсивности должна быть осесимметрична, модулирующая функция преобразуется к виду $F_0(r_1, \varphi) = R(r_1)\Phi(\varphi)$ (r_1 и φ – радиус-вектор и азимутальный угол полярной системы координат), уравнение (7) становится аналогичным уравнению Шрёдингера для частицы в поле с центральной симметрией в двумерном приближении [7].

Собственные значения удовлетворяют условию $\gamma_0 = 2n + |m| + 1$, собственные функции – полиномы Лагерра, профилирующая функция принимает вид

$$F_0^{n,m}(x, y) = \exp[-(x^2 + y^2)] \times \\ \times (x + iy \cdot \text{sig}(m))^{|m|} L_n^{|m|}(2(x^2 + y^2)), \quad (10)$$

где $L_n^{|m|}$ – полиномы Лагерра соответствующих порядков.

Одной из возможных систем координат в плоскости наблюдения пучка может быть эллиптическая система, представляющая собой одну из общих типов криволинейных систем и переходящая в предельных случаях в декартову или полярную системы:

$$x = \sqrt{\varepsilon(z)/2} \cos h(\xi) \cos \eta, \quad y = \sqrt{\varepsilon(z)/2} \sin h(\xi) \sin \eta, \quad (11)$$

где $\xi \in [0, \infty)$; $\eta \in [0, 2\pi)$; $\varepsilon(z)$ – расстояние между фокусами эллипса, зависящее от z аналогично $d(z)$ (5). В этом случае собственными функциями параболического дифференциального уравнения будут четные и нечетные полиномы Айнса C_n^{n-2m} , S_n^{n-2m} [8–10]:

$$F_{0E}^{n-2m}(\xi, \eta) = C_n^{n-2m}(i\xi, \varepsilon) C_n^{n-2m}(\eta, \varepsilon), \\ F_{0O}^{n-2m}(\xi, \eta) = S_n^{n-2m}(i\xi, \varepsilon) S_n^{n-2m}(\eta, \varepsilon). \quad (12)$$

При $\varepsilon \rightarrow 0$ четные и нечетные моды базиса Айнса–Гаусса переходят в соответствующие моды базиса Лагерра–Гаусса, а при $\varepsilon \rightarrow \infty$ – в моды Эрмита–Гаусса [9].

2. Квадратичные фазовые преобразования

Пространственная вариация оптической плотности в первом приближении может быть аппроксимирована полиномами в системе пространственных координат, согласованных с симметрией решаемой задачи. Линейная по координате модуляция оптической плотности соответствует наведенному градиентному оптическому элементу, квадратичная – сферическим или рефракционным элементам.

Для любого из физически допустимых значений решения уравнения (7) формируют в плоскости, перпендикулярной оси пучка, полный ортонормированный базис. Рассмотрим пространственное преобразование компонент подобного базиса при распространении пучка в среде с линейной и квадратичной рефракцией на примере частного случая функций Эрмита–Гаусса. Определим правило преобразования профиля в процессе распространения пучка, используя обобщенный принцип Гюйгенса–Френеля (3) для частного случая профиля Эрмита–Гаусса:

$$G_H(x, y, z) H_{n,m} \left(\frac{x}{\rho|\sigma|}, \frac{y}{\rho|\sigma|} \right) = \left(\frac{k}{i2\pi z} \right) \times \\ \times \iint_{\mathbb{R}^2} H_{n,m} \left(\frac{x_1}{\rho}, \frac{y_1}{\rho} \right) \exp \left\{ \left(\frac{ik}{2z} \right) [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2] \right\} dx_1 dy_1, \quad (13)$$

$$G_H(x, y, z) = \left(\frac{1}{|\sigma|} \right) \exp \left[\frac{2iz(x^2 + y^2)}{k\rho^4|\sigma|^2 - i(n + m + 1)\text{arg}\sigma} \right].$$

Экспоненту в подынтегральном выражении (13) можно представить как произведение двух зависящих от x_1 , y_1 экспонент:

$$\exp \left\{ \left(\frac{ik}{2z} \right) [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2] \right\} = \\ = \exp \left[\left(\frac{ik}{2z} \right) (xx_1 + yy_1) \right] \exp \left[\left(\frac{ik}{2z} \right) (x_1^2 + y_1^2) \right],$$

первая из которых определяет разложение в базисе плоских волн, вторая экспонента эквивалентна дополнительному набегу фазы при дифракционном расщеплении пучка. Помимо дифракционного расщепления в формализме обобщенного принципа Гюйгенса–Френеля определим индуцированное оптической неоднородностью среды рефракционное дефокусирующее воздействие вдоль осей x_1 , y_1 . Суммарное дифракционное и рефракционное дефокусирующее воздействие охарактеризуем парой действительных чисел a_x , a_y :

$$\iint_{\mathbb{R}^2} \exp \{ -i[xx_1 + yy_1] \} \exp \{ i[a_x x_1^2 + a_y y_1^2] \} \times \\ \times H_{n,m}(x_1, y_1) dx_1 dy_1 = \frac{\pi(-i)^{n+m}}{\sqrt{(1+a_x^2)(1+a_y^2)}} \times \\ \times \exp \left[-\frac{ia_x x^2}{4(1+a_x^2)} - \frac{ia_y y^2}{4(1+a_y^2)} + i \left(n + \frac{1}{2} \right) \text{arctg} a_x + \right. \\ \left. + i \left(m + \frac{1}{2} \right) \text{arctg} a_y \right] H_{n,m} \left(\frac{x}{2\sqrt{1+a_x^2}}, \frac{y}{2\sqrt{1+a_y^2}} \right). \quad (14)$$

Как следует из (14), при дефокусирующем воздействии происходит изменение масштабов модуляции комплексной амплитуды пучка с сохранением модовых значений n , m . Если экспериментальные выборки основаны только на регистрации интенсивности, число узловых сечений профиля пучка, испытывающего дефокусирующие воздействия различных типов, независимо от расположения плоскости регистрации может быть использовано для распознавания исходной эрмит-гауссовой моды.

Помимо дефокусирующего воздействия определим астигматическое воздействие, не сводимое к суперпозиции дефокусирующих воздействий и задаваемое уравнением для пространственной модуляции фазы с параметром поворота α :

$$\psi(x_1, y_1; \alpha) = (x_1^2 - y_1^2) \cos 2\alpha - 2x_1 y_1 \sin 2\alpha.$$

В общем случае астигматического преобразования профиля Эрмита–Гаусса получим новый класс параметризованных функций, носящих название Эрмита–Лагерра–Гаусса [2, 11, 12]:

$$F_{n,m}(x, y; \alpha) = \iint_{\mathbb{R}^2} \exp[-i(x x_1 + y y_1)] \times \\ \times \exp[i\alpha \psi(x_1, y_1; \alpha)] H_{n,m}(x_1, y_1) dx_1 dy_1. \quad (15)$$

При «углах поворота» $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ $F_{n,m}(x, y; \alpha)$ выражаются через $H_{n,m}(x, y)$ с изменением масштаба развертки по направлениям x и y . Иная ситуация при $\alpha \in (0, \pi)$. В случае $\alpha = \pi/4$ фазомодулирующая функция «теряет» первое слагаемое, а профиль Эрмита–Гаусса преобразуется в профиль Лагерра–Гаусса:

$$\iint_{\mathbb{R}^2} \exp[-i(x x_1 + y y_1)] \exp(2i x_1 y_1) H_{n,m}(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \Rightarrow \\ = \frac{\pi}{\sqrt{2}} (-1)^{(n+m)} \exp\left(-\frac{i x y}{4}\right) L_{m,n-m}\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}, \frac{y}{2\sqrt{2}}\right), n \geq m, \quad (16) \\ = \frac{\pi}{\sqrt{2}} (-1)^{(n+m)} \exp\left(-\frac{i x y}{4}\right) L_{n,m-n}\left(\frac{y}{2\sqrt{2}}, \frac{x}{2\sqrt{2}}\right), m \geq n.$$

Профили лаггер-гауссовых пучков радиально симметричны для любых собственных значений (n, m) . Соответственно, (16) можно трактовать как возможность астигматического преобразования любого исходного профиля пучка в осесимметричный с сохранением комбинации собственных значений в исходном разложении по любому из доступных базисов Айнса–Гаусса или Эрмита–Лагерра–Гаусса. В квадратичном приближении преобразование типа симметрии исходного профиля можно описать как преобразование профиля эквивалентного центроида пучка, сводящееся к изменению его эксцентриситета и ориентации большей оси.

3. Стационарный модовый конвертор

Простейший внрезонаторный модовый конвертор может быть создан из комбинации сферической и цилиндрической линз с совпадающими фокусными расстояниями. Фазовые профили сферической и цилиндрической линзы с фокусным расстоянием f описываются функциями

$$\psi_{Sphere}(x_1, y_1; f_0) = -(x_1^2 + y_1^2)/f_{Sphere}, \\ \psi_{Cyl}(x_1, y_1; f_{Cyl}) = x_1^2/f_{Cyl}.$$

Их беззастенчивая последовательность, в которой цилиндрическая линза повернута на угол α относительно горизонтальной оси, выполняет фазовое преобразование, тождественное астигматическому:

$$\psi_{Sphere+Cyl}(x_1, y_1; f) = [(x_1^2 - y_1^2) \cos 2\alpha + 2x_1 y_1 \sin 2\alpha]/f.$$

Экспериментальные серии были получены в линейной оптической схеме, состоящей из последовательно расположенных лазерного модуля, расширителя пучка, дифракционного пространственного модулятора, каскада оптических элементов и регистрирующей камеры. Источником излучения служил полупроводниковый пространственный модуль, генери-

рующий пучок гауссова профиля на длине волны 635 нм мощностью 2 мВт. После расширителя пучка в дальней зоне создавался профилированный, уширенный до 20 мм в диаметре пучок с концентрической модуляцией интенсивности. Исходная полярная (или цилиндрическая при трехмерном анализе) система координат, в которой была сформирована модовая структура пучка, претерпевала конформное преобразование каскадом сферических и цилиндрических оптических элементов. Экспериментальная схема стационарного преобразования гарантировала выполнение условия «захвата» пучка в апертуру каскада преобразователей.

Радиально модулированный пучок может быть разложен в базисе функций Лагерра–Гаусса, дальнейшее его преобразование различными стационарными конверторами можно описать как трансформацию базиса, сопряженную с конформным преобразованием системы координат [13–15]. При однолинзовом преобразовании собирающей цилиндрической линзой ($\psi(x_1, y_1; 0) = x_1^2/f$), расположенной на расстоянии f от перетяжки уширенного пучка, осесимметричный профиль преобразуется в плоскосимметричный (полярная система координат переходит в декартову) (рис. 1, а, б). Более сложный каскад из двух цилиндрических и одной сферической линз с одинаковыми

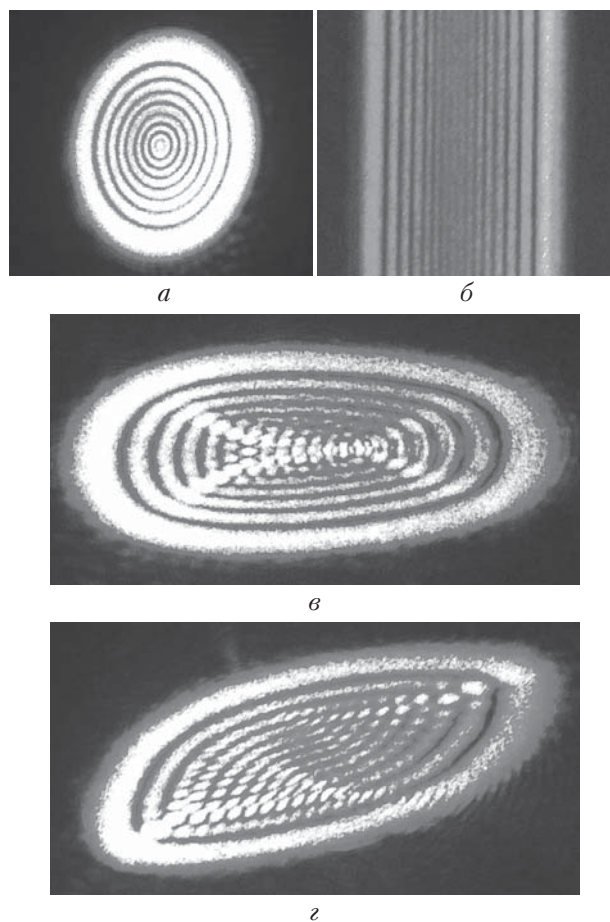


Рис. 1. Исходный профиль пучка (а), преобразование одной цилиндрической линзой (б), преобразование каскадом двух цилиндрических и сферической линз (в, г)

фокусными расстояниями $f = 20$ мм, расположенными в каскад CL-CL-SL с расстояниями между элементами каскада $d = f/\sqrt{2}$, выполняет преобразование суперпозиции пучков Лагерра–Гаусса в суперпозицию пучков Айнса–Гаусса со степенью эллиптичности ϵ , зависящей от угла поворота цилиндрических компонент оптического каскада α , как это иллюстрируется на рис. 1, в, г.

Независимо от типа и сложности выполняемых конформных преобразований системы координат существует инвариант преобразования – спектр собственных значений (n, m) , опираясь на который возможно распознать исходную моду передаваемого сигнала по структуре узловых кривых в распределении интенсивности сигнала, принимаемого после прохождения астигматического модового конвертора.

4. Динамический модовый конвертор

Динамический астигматический модовый конвертор возникает при распространении сигнального пучка на протяженных трассах за счет модуляции оптической плотности аэродинамических потоков. В отличие от рассмотренного стационарного конвертора, атмосферную трассу следует аппроксимировать набором несоосных оптических элементов с различными радиусами кривизны, расположенных отно-

сительно распространяющегося пучка в различных пространственных ориентациях. Соотношение диаметра пучка и диаметров индуцированных оптических неоднородностей может меняться в процессе распространения на протяженных трассах.

Экспериментальная атмосферная трасса позволяла создавать в направлении распространения пучка оптические неоднородности, связанные с вихревыми потоками воздушных масс, «всплывающих» с нагретой подстилающей поверхностью [16]. Распределение вихревых струй в рабочем объеме модельной трассы можно рассматривать как случайный процесс, вариации оптической плотности монотонно возрастают при росте температуры подстилающей поверхности и достигают величины $C_n^2 \sim 10^{-8} \text{ см}^{-2/3}$ при $T = 250$ °С [17]. Видеорегистрация распределений интенсивности выполнялась с частотой смены кадров 1225 Гц, длительностью выдержки 100 мкс, 8-битным кодированием пикселя и размером отдельного кадра 128×128 пикселей. В левом столбце рис. 2 представлены два типичных профиля распределения интенсивности на выходе «холодной» и «горячей» трассы. Наблюдаемое интегральное действие «горячей» трассы на профиль пучка типично для ориентаций оси симметрии индуцированных оптических неоднородностей, несоосных направлению распространения пучка.

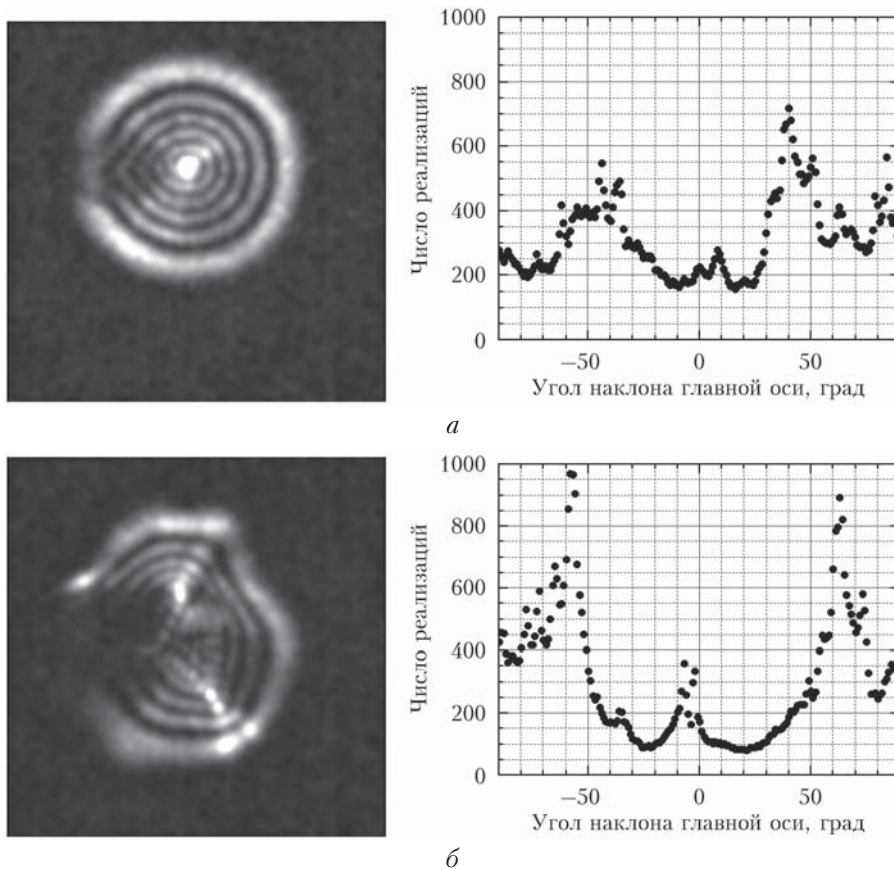


Рис. 2. Примеры профиля интенсивности и его спектра локальных ориентаций для режима «холодной» (а) и «горячей» (б) трассы

Многообразие наблюдаемых пространственных деформаций профиля интенсивности может быть описано в микромасштабе на основе тензора структуры изображений, в частности, спектра ориентаций локальных эллипсоидов [18]. Исходная концентрическая структура, наблюдаемая в «холодном» режиме, характеризуется широкими максимумами локальных ориентаций вблизи углов $\pm 45^\circ$ и практически стационарна. Переход в «горячий» режим проявляется в перестройке приосевой структуры пучка с формированием профиля собственных функций для действующей на трассе оптической модуляции. Угловой спектр локальных ориентаций позволяет определить углы асимптотик, характеризующие степень эллиптичности профиля модуляции оптической плотности [13, 14].

5. Статистика модуляции

Макроструктуру профиля оптического пучка опишем, используя тензор вторых центральных пространственных моментов, определяемых следующим образом для каждого кадра видеопоследовательности:

$$\widehat{M2}(q) = \begin{bmatrix} M2_{xx}(q) & M2_{yx}(q) \\ M2_{xy}(q) & M2_{yy}(q) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где x, y — декартовы координаты в системе координат регистратора; q — номер кадра в видеопоследовательности распределений интенсивности. Компоненты тензора вторых центральных моментов вычисляются из зарегистрированной матрицы распределений уровня засветки $I[r, c, q]$ (r, c — номера строк и столбцов матрицы):

$$M2_{xx}(q) = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C (r - R_0(q))^2 I(r, c; q)}{\sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C I(r, c; q)},$$

$$M2_{yy}(q) = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C (c - C_0(q))^2 I(r, c; q)}{\sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C I(r, c; q)}, \quad (18)$$

$$M2_{xy}(q) = M2_{yx}(q) = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C (r - R_0(q))(c - C_0(q)) I(r, c; q)}{\sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C I(r, c; q)}.$$

Здесь R, C — число строк и столбцов матрицы изображения; $R_0(q), C_0(q)$ — координаты центра свечения распределения интенсивности для конкретного кадра. Каждый из полученной последовательности

тензоров центрального момента второго порядка может быть приведен к диагональному виду поворотом системы сопровождающих координат на соответствующий угол:

$$\theta(q) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{M2_{yx}(q)}{M2_{xx}(q) - M2_{yy}(q)} \right). \quad (19)$$

Типичные временные развертки компонент тензора и угла ориентации большей оси центроида, приведенного к диапазону значений $[0, \pi)$ для двухсекундного интервала наблюдения при регистрации с частотой 1225 Гц, представлены на рис. 3. Фактически деформация профиля пучка в грубом приближении сводится к изменению масштабов вдоль взаимно ортогональных направлений сопровождающей системы координат (системы, в которой тензор моментов второго порядка диагонален) и угла гирации изображения пучка. Масштабные преобразования сопровождающей системы координат возникают, например, при дефокусирующих модуляциях оптической плотности (14). Связь между компонентами тензора вторых центральных моментов и квадратами большой и малой полуосей центроида позволяет оценить глубину модуляции при дефокусирующем воздействии и анизотропию подобной модуляции.

Время квазистационарности параметров оптического канала принципиально для оптимального выбора длительности кодовой последовательности. Традиционно подобное время оценивается по положению первого нуля автокорреляционной функции временного ряда. В рассматриваемой физической системе автокорреляционные характеристики всех трех компонент тензора пространственных моментов второго порядка первый раз обращаются в ноль при различных значениях времени запаздывания. Как следует из левой части рис. 4, время корреляции для $M2_{xx}$ составляет 100 мс, а для $M2_{xy}$ и $M2_{yy}$ — не более 30 мс. Физическая причина различия заключается в преимущественно вертикальном направлении порождаемой на «горячей» трассе конвекции воздушных масс и соответствующих оптических неоднородностей.

Различие физических процессов, доминирующих вдоль различных направлений оптической трассы, проявляется и в наблюдаемой статистике реализаций центральных моментов второго порядка (правая часть рис. 4). Профиль каждой из функций распределения многомодален, что типично для действия нескольких случайных процессов на пучок. Распределение для $M2_{yy}$ сгруппировано лучше, нежели для $M2_{xx}$, что связано с когерентными вихревыми течениями [16]. Следует отметить, что сложная многомодальная структура в статистике вторых центральных моментов функции распределения не наблюдалась для ТЕМ₀₀-моды в аналогичных условиях модельной трассы [19], однако в ряде работ указывалось на разрушение исходной пространственной структуры пучков Айнса—Гаусса при спонтанных и индуцированных термических возмущениях на трассе [20, 21].

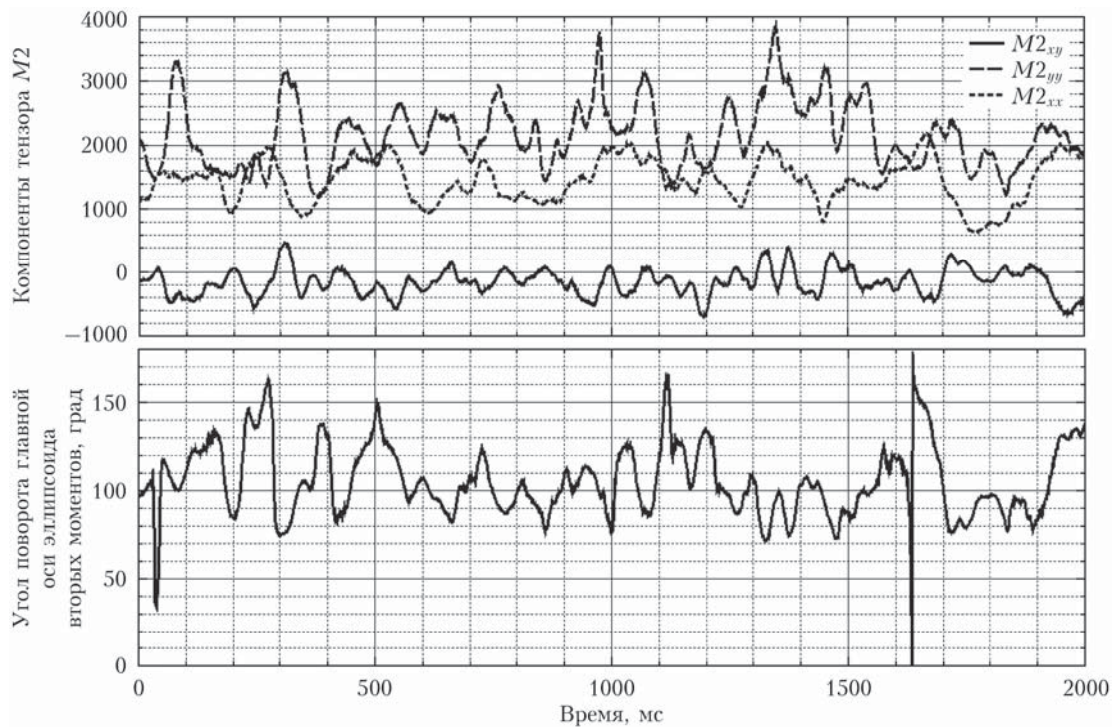


Рис. 3. Временные развертки для компонент тензора пространственного центрального момента второго порядка и угла гириации на выходе «горячей» трассы

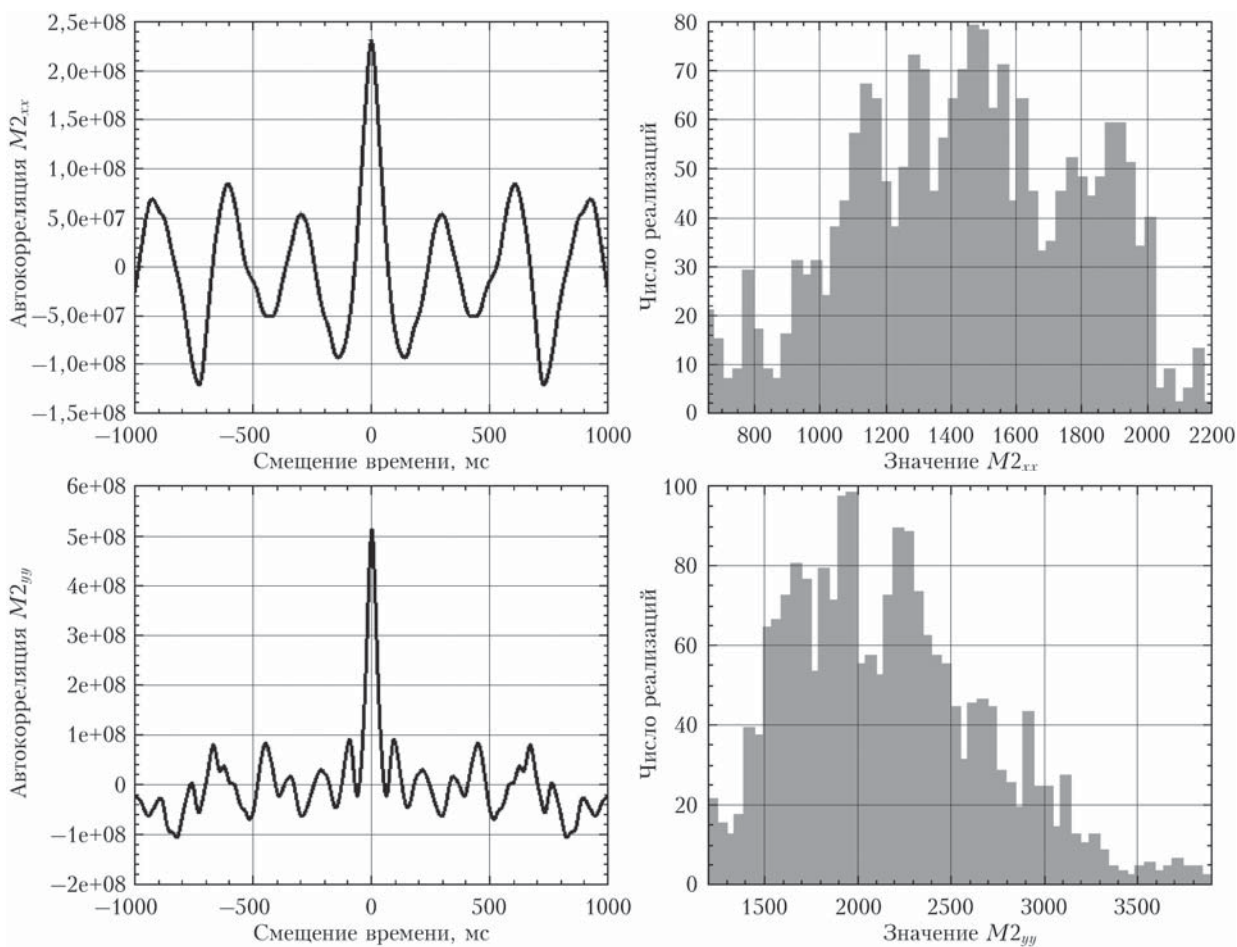


Рис. 4. Начало. Автокорреляционные функции и гистограммы для компонент тензора пространственного центрального момента второго порядка распределения интенсивности пучка на выходе «горячей» трассы

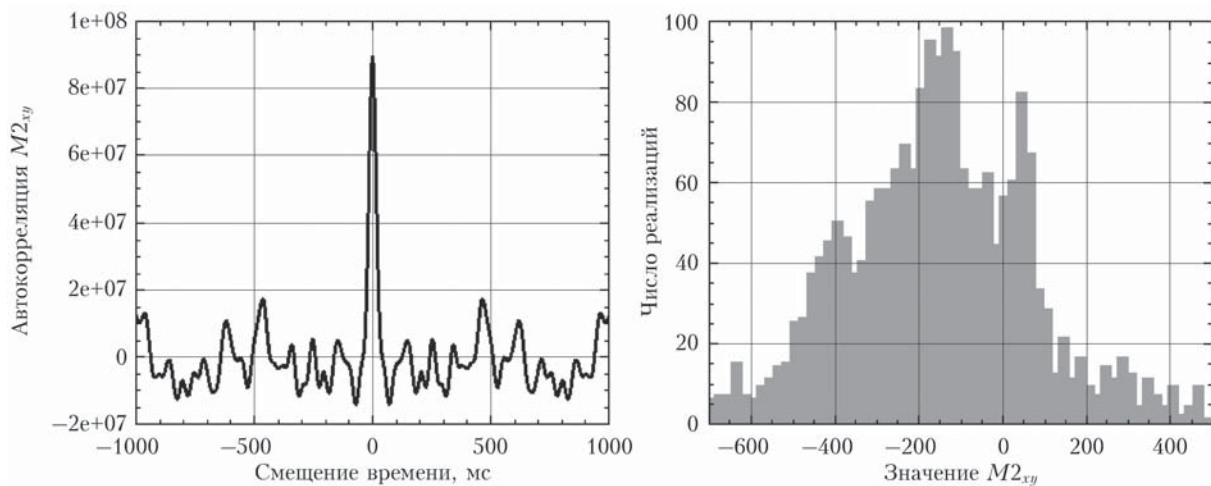


Рис. 4. Окончание. Автокорреляционные функции и гистограммы для компонент тензора пространственного центрального момента второго порядка распределения интенсивности пучка на выходе «горячей» трассы

Заключение

Атмосферный канал представлен как стохастический модовый конвертор, выполняющий каскадные преобразования пространственно-кодированного пучка с сохранением комбинации исходных собственных значений или квантовых чисел. На микроуровне модификация структуры пучка характеризуется нелинейным конформным преобразованием системы координат и соответствующим изменением структуры собственных функций дифференциального параболического уравнения. На макроуровне действие оптических неоднородностей в квадратичном приближении описано тензором пространственных моментов второго порядка, определяющим масштабные коэффициенты дефокусирующего преобразования и угол гирации. Экспериментально обнаружено влияние пространственной структуры пучка на профиль статистических распределений центральных моментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-02-00461).

1. Леонтович М.А., Фок В.А. Исследования по распространению радиоволн // Ж. эксперим. и теор. физ. 1946. Т. 16, вып. 7. С. 557–573.
2. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. Современная оптика гауссовых пучков. М.: Физматлит, 2010. 184 с.
3. Волостников В.Г. Методы синтеза когерентных световых полей. М.: Физматлит, 2015. 256 с.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
5. Титчмарш Е. Теория функций. М.: Наука, 1980. 464 с.
6. Гончаренко А.М. Гауссовы пучки света. М.: URSS, 2005. 144 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Физматлит, 2004. 800 с.
8. Bandres M.A., Gutiérrez-Vega J.C. Ince–Gaussian beams // Opt. Lett. 2004. V. 29, N 2. P. 144–146.
9. Bandres M.A., Gutiérrez-Vega J.C. Ince–Gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators // J. Opt. Soc. Amer. A. 2004. V. 21, N 5. P. 873–880.

10. Shuo Han, Yanqing Liu, Fang Zhang, Ying Zhou, Zhengping Wang, Xinguang Xu. Direct generation of subnanosecond Ince–Gaussian modes in microchip laser // IEEE Photon. J. 2015. V. 7, N 1. 4500206 (7 p.).
11. O’Neil A.T., Courtial J. Mode transformations in terms of the constituent Hermite–Gaussian or Laguerre–Gaussian modes and the variable-phase mode converter // Opt. Commun. 2000. V. 181, N 1–3. P. 35–45.
12. Zhou G., Zheng J. Vectorial structure of Hermite–Laguerre–Gaussian beam in the far field // Opt. Laser Technol. 2008. V. 40, N 6. P. 858–863.
13. Berry M.V., Nye J.F., Wright F.J. The elliptic umbilic diffraction catastrophe // Phil. Trans. R. Soc. A. 1979. V. 291, N 1382. P. 453–484.
14. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. М.: Изд-во МНЦНМО, 2009. 303 с.
15. Bandres M.A., Guizar-Sicairos M. Paraxial group // Opt. Lett. 2009. V. 34, N 1. P. 13–15.
16. Getling A.V. Rayleigh–Benard convection: Structure and dynamics (advanced series in nonlinear dynamics). Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1996. 245 p.
17. Арсеньян Т.И., Сухарева Н.А., Сухоруков А.П., Чугунов А.А. Индекс мерцаний гауссовских пучков в среде с сильной турбулентностью // Вестн. Московского ун-та. Сер. 3. Физика, астрономия. 2014. № 4. С. 35–43.
18. Арсеньян Т.И., Афанасьев А.Л., Банах В.А., Писклин М.В., Ростов А.П., Сухарева Н.А. Тензорный анализ динамики рефракционных искажений зондирующего оптического пучка // Вестн. Московского ун-та. Сер. 3. Физика, астрономия. 2015. № 6. С. 76–85.
19. Арсеньян Т.И., Сухарева Н.А., Сухоруков А.П. Турбулентные возмущения лазерного пучка в фазовом пространстве // Вестн. Московского ун-та. Сер. 3. Физика, астрономия. 2014. № 1. С. 51–55.
20. Ting Xu, Shaomin Wang. Propagation of Ince–Gaussian beams in a thermal lens medium // Opt. Commun. 2006. V. 265, N 1. P. 1–5.
21. Nadgaran H., Servatkah M. The effects of induced heat loads on the propagation of Ince–Gaussian beams // Opt. Commun. 2011. V. 284, N 22. P. 5329–5337.

T.I. Arsenyan, E.A. Babanin, O.M. Vokhnik, A.M. Zotov, A.F. Mardanov, N.A. Suhareva. **The mode conversion of the structurally stable vector beams propagating through free space optical channels.**

The processes of rearrangement of structurally stable beams having axial symmetry in the free space data transmitting optical channels are investigated experimentally. The invariants of the structure transformation of a beam as a spatial code bearer are discussed. The estimation of correlation and dispersion parameters of the optical density modulation processes are carried out. The possibility of multiple difference in these characteristics in different directions perpendicular to the beam axis is indicated.