

В.В. Афанасьев, Г.И. Ильин

Режектирование квазидетерминированных случайных процессов при измерении разности фаз в системах оптического исследования атмосферы

Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

Поступила в редакцию 2.07.2002 г.

Показано, что в системах оптического исследования атмосферы, при измерении разности фаз колебаний в нестационарных условиях, требуется выделение полезного сигнала из аддитивной смеси с нестационарным случайным процессом со спектром вида $1/f$. Предложены и исследованы алгоритмы режектирования квазидетерминированного нестационарного текущего среднего процессов со спектром вида $1/f$. Установлено, что в нестационарных условиях, при режектировании флуктуационных процессов со спектром вида $1/f$, возможно обнаружение гармонических фазовых сигналов с амплитудой 10^{-7} рад при долговременной относительной нестационарности частоты лазерного излучения до 10^{-9} и кратковременной относительной нестационарности менее 10^{-24} .

Методы оптического исследования атмосферы и океана используют измерение разности фаз между измерительным и опорным колебаниями [1, 2]. Нестабильность частот колебаний приводит к случайным изменениям фазы, порождающим нестационарные флуктуационные процессы [3]. Нестабильностью частот нельзя пренебрегать в прецизионных измерительных системах, когда относительная нестационарность частот близка к 10^{-9} , а величина сигнала разности фаз $\varphi_c(t)$ составляет менее 10^{-6} рад, как это имеет место в лазерных детекторах гравитационных волн. Проблема измерения разности фаз $\varphi_c(t)$ в детекторах гравитационных волн до настоящего времени полностью не решена. Эта проблема имеет большое значение и особенно актуальна при работе в реальных условиях нестационарных флуктуаций частоты лазера [4]. Цель нашей работы состоит в оценке параметров сигналов разности фаз $\varphi_c(t)$ в условиях действия нестационарных флуктуаций. Для достижения поставленной цели необходимо решить задачу выделения сигнала $\varphi_c(t)$ на фоне медленно меняющегося (сверхнизкочастотного [5]) нестационарного случайного процесса флуктуационного изменения во времени разности фаз

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \omega_{\text{изм}}(t)t + \varphi_{\text{изм}} - [\omega_{\text{оп}}(t)t + \varphi_{\text{оп}}] = \\ &= \omega_{\text{ср}} t + \Delta\omega(t)t + \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\omega_{\text{ср}}$ – среднее значение разности частот измерительного $\omega_{\text{изм}}(t)$ и опорного $\omega_{\text{оп}}(t)$ сигналов; $\Delta\omega(t)$ – временное изменение разности частот; $\varphi = \varphi_{\text{изм}} - \varphi_{\text{оп}}$. В практически важном случае высокой стабильности частот источников измерительного и опорного сигналов, когда $\Delta\omega(t)/\omega_{\text{ср}} < 10^{-9}$, случайный процесс $\Phi(t)$ имеет спектральную плотность вида $1/f^\alpha$ [3].

Процессы со спектром $1/f^\alpha$ имеют переменное во времени среднее значение $M(t)$:

$$\Phi(t) = M(t) + \varepsilon(t), \quad (2)$$

где $\varepsilon(t)$ – стационарный случайный процесс с нулевым средним значением. Поэтому оценка параметров сигналов разности фаз $\varphi_c(t)$ в условиях действия нестационарных флуктуаций сводится к выделению полезного сигнала из аддитивной смеси с процессом, имеющим спектр вида $1/f^\alpha$ с нестационарным средним значением.

Эффективные средства анализа нестационарных случайных процессов вида (2) основаны на их квазидетерминированном представлении с использованием физически и математически обоснованных оптимальных базисных функций. Оптимальное квазидетерминированное представление $M(t)$ для процессов со спектром $1/f^\alpha$ имеет вид полиномов нецелых степеней Ψ_k времени со случайными коэффициентами a_k [5]:

$$M(t) \approx \sum_{k=1}^m a_k t^{\Psi_k}. \quad (3)$$

Квазидетерминированное представление нестационарных случайных процессов позволяет применить для их анализа аппарат случайных процессов со стационарными приращениями целого и дробного порядка, а также методы обобщенного спектрального анализа на основе аппарата дифференцирования и интегрирования дробного порядка [6] и на основе устройств режектирования сигналов по форме [7]. Алгоритм режектирования $M(t)$ возможно реализовать на основе операторов дифференцирования дробного порядка Ψ_k или на использовании конечных стационарных

ных приращений [5, 6]. При $\max(\Psi_k, k = 1 \dots m) \leq n$, стационарность n -го приращения достигается лишь приближенно, причем погрешность приближения оценивается отклонением n -й производной $M^{(n)}(t)$ или стационарного приращения n -го порядка

$$\Delta_{\tau}^{(n)} M(t) = \sum_{e=0}^n (-1)^e C_n^e M(t - e\tau) \quad (4)$$

от постоянной величины, τ – интервал приращения.

Априорная информация о форме сигнала $\varphi_c(t)$ в лазерных детекторах гравитационных волн позволяет представить его в виде $\varphi_c(t) = f_0 \sin(2\pi t/T_0 + \varphi_0)$ с неизвестными f_0 и φ_0 , но априорно определенным периодом T_0 гравитационной волны. Интервал τ каждого стационарного приращения в этом случае следует брать равным или кратным половине периода T_0 для минимизации искажений формы полезного сигнала $\varphi_c(t)$. Выполнение процедур текущего усреднения (низкочастотной фильтрации) сигналов после взятия каждого приращения позволяет уменьшить влияние стационарного случайного процесса $\varepsilon(t)$ при реализации режектирования нестационарного среднего $M(t)$.

Необходимо подчеркнуть, что важным достоинством такого режектирования является достижение подавления квазидетерминированного случайного процесса $M(t)$ вида (3) при произвольных коэффициентах $a_k, k = 1, 2, \dots, n$ [8]. Применение данного подхода для режектирования нестационарных квазидетерминированных процессов требует длительности не менее чем $(n/2 + 1 + K) T_0$, где K – минимальное число периодов сигнала, необходимое для оценки φ_0 на фоне стационарного случайного процесса с требуемым уровнем достоверности.

В работе проведена экспериментальная оценка возможностей предложенного режектирования квазидетерминированных процессов. Оценка проводилась для гармонических сигналов изменения фазы $\varphi_c(t)$ в лазерных детекторах гравитационных волн с амплитудой $f_0 \approx 10^{-7}$ рад. Предполагалось действие, наряду с квазидетерминированным процессом $M(t)$ вида (3), случайных и осциллирующих помеховых сигналов. Флуктуации частоты биений опорного и измерительных сигналов при имитационном моделировании складывались из квазидетерминированных уходов $\omega_M(t)$, описываемых в виде (3) при $\Psi_k = k, k = 1 \dots n$ (в эксперименте $n \leq 5$); периодических колебаний $\omega_K(t) = \Delta\omega_K \sin(2\pi t/T_K + \varphi_K)$; случайных изменений $\omega_{сл}(t) = Q_{\omega} \text{rnd}(1)$; случайных изменений фазы $\varphi_{сл}(t) = Q_{\varphi} \text{rnd}(1)$. При этом полная модель нестационарного процесса $\Phi(t)$ имела вид

$$\Phi(t) = \{\omega_M(t) + \omega_K(t) + \omega_{сл}(t)\} t + \varphi_{сл}(t). \quad (5)$$

Имитационное моделирование $\omega_{сл}(t)$ и $\varphi_{сл}(t)$ проводилось в среде MathCad при помощи генераторов случайных чисел $\text{rnd}(1)$, имеющих равномерный закон распределения в интервале от 0 до 1. Времен-

ные диаграммы, иллюстрирующие выделение сигнала $\varphi_c(t) = f_0 \sin(2\pi t/T_0 + \varphi_0)$ из аддитивной смеси с $\Phi(t)$ вида (5), представлены на рис. 1–3. На рис. 1 приведен в качестве примера один из вариантов сигнала нестационарного изменения разности фаз $[\Phi(t) + \varphi_c(t)]$.

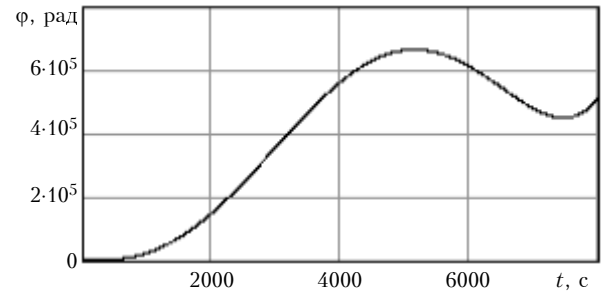


Рис. 1. Временная диаграмма сигнала $[\Phi(t) + \varphi_c(t)]$

Сигналы, полученные в результате применения второго и третьего приращений вида (4) сигнала $[\Phi(t) + \varphi_c(t)]$, представлены на рис. 2. Интервал приращений τ равен 500 с.

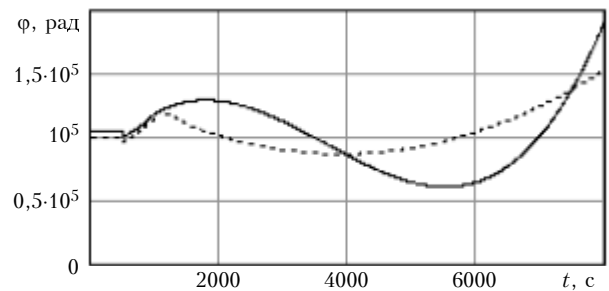


Рис. 2. Сигналы, полученные в результате применения второго (сплошная линия) и третьего (пунктирная линия) приращений

На рис. 3 приведены диаграммы сигнала, полученного в результате применения шестого стационарного приращения $[\Phi(t) + \varphi_c(t)]$, и для сравнения – сигнал $\varphi_c(t)$ с $f_0 = 10^{-7}$ рад.

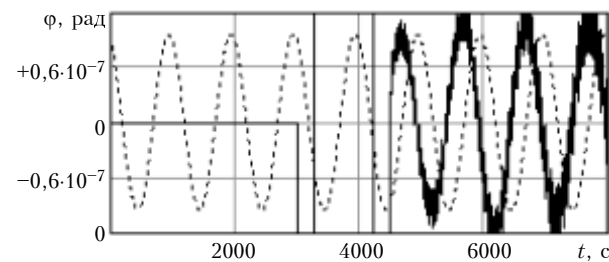


Рис. 3. Временные диаграммы сигнала, полученного в результате шестого стационарного приращения (сплошная линия), и сигнала $\varphi_c(t)$ (пунктирная линия)

Для наглядности сравнения сигнал, полученный в результате применения шестого стационарного приращения, показан ослабленным в 16 раз. Видно, что последовательное увеличение порядка приращения позволяет подавить в $[\Phi(t) + \varphi_c(t)]$ сигнал нестационарного

текущего среднего и обеспечить усиление полезного сигнала $\varphi_c(t)$.

Результаты экспериментальной оценки допустимых значений $\Delta\omega_k$, T_k , Q_ω , Q_φ при выделении сигнала $\varphi_c(t)$ с амплитудой $f_0 \approx 10^{-7}$ рад представлены в таблице.

Допустимые параметры флуктуаций частоты биений нестационарных сигналов

$\Delta\omega_k T_0$	T_k/T_0	Q_ω	Q_φ
$\leq 3 \cdot 10^{-2}$	$\leq 10^4$	$\leq 10^{-10}$	$\leq 10^{-7}$

Следует отметить, что допустимые значения $\Delta\omega_k$, T_k , Q_ω , Q_φ могут быть повышены путем увеличения минимального числа периодов K сигнала, необходимого для оценки f_0 с требуемым уровнем достоверности. В нашем случае значение $K \approx 3$.

Абсолютная долговременная нестабильность частоты биений (соизмеримая с временем анализа T), описываемая $M(t)$ вида (3), может достигать, в зависимости от значений коэффициентов a_k , от 10^3 до 10^5 Гц. В то же время кратковременная абсолютная нестабильность частоты биений (с частотой $\gg 2\pi/T_0$) не должна превышать 10^{-10} Гц, а среднее значение этих краткосрочных нестабильностей должно быть близко к нулю [4].

Полученные оценки позволяют определить требования к нестабильности частот измерительного и опорного сигналов. При частоте измерительного оптического сигнала $\omega_{\text{изм}}(t) \approx 10^{14}$ Гц допустимая относительная долговременная нестабильность частоты излучения лазера должна быть не более 10^{-9} , в то время как относительная кратковременная нестабильность должна быть менее 10^{-24} . Выполнение последнего требования представляет собой чрезвычайно сложную техническую задачу. Возможным путем снижения требований к относительной кратковременной нестабильности частоты может быть квазидетерминированное описание ее низкочастотной части. Квазидетерминированное представление указанной составляющей нестабильности частоты даст возможность применить рассмотренные методы режектирования сигналов по форме для ослабления влияния кратковременных нестабильностей частоты излучения лазера.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

V.V. Afanas'ev, G.I. Il'in. Rejection of quasideterministic random processes when measuring phase difference in optical systems for atmospheric studies.

When measuring the phase difference of oscillations under nonstationary conditions in systems for optical investigation of the atmosphere and ocean, separation of the useful signal from a mixture with a nonstationary fluctuating process of $1/f$ type is required. Rejection algorithms for quasideterministic nonstationary current average processes of $1/f$ type are explored. It is established that under nonstationary conditions, at rejection of fluctuating processes of $1/f$ type, detection of harmonic phase signals with the amplitude of 10^{-7} rad is possible under long-term relative instability of laser frequency up to 10^{-9} and short relative instability less than 10^{-24} .

1. Измерение разности фаз колебаний в условиях нестационарных флуктуаций частоты лазера требует выделения полезного сигнала из аддитивной смеси с нестационарным случайным процессом со спектром вида $1/f^\alpha$ с нестационарным средним значением.

2. Квазидетерминированное представление нестационарных случайных процессов со спектром вида $1/f^\alpha$ позволяет применить для их анализа аппарат случайных процессов со стационарными приращениями, а также методы обобщенного спектрального анализа на основе режектирования сигналов по форме.

3. При использовании режектирования нестационарных флуктуационных сигналов возможна оценка параметров гармонических сигналов изменения разности фаз с амплитудой $f_0 \approx 10^{-7}$ рад, если долговременная относительная нестабильность частоты лазерного излучения менее 10^{-9} , а кратковременная относительная нестабильность частоты излучения не превышает 10^{-24} Гц.

1. *Лазерный контроль атмосферы* / Под ред. Е. Хинкли. М.: Мир, 1979. 416 с.
2. *Лазерное зондирование атмосферы и подстилающей поверхности* / Под ред. В.Е. Зуева. Новосибирск: Наука, 1991. 147 с.
3. *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. 660 с.
4. *Afanasiev V.V., Il'in G.I.* Rejection of quasi-deterministic processes with phases measurements in optical investigation systems of atmosphere // Proc. IX Joint International Symposium «Atmospheric and Oceanic Optics. Atmospheric Physics», July 2–5, 2002. Tomsk, 2002. P. 114.
5. *Афанасьев В.В.* Применение спектрального представления в базе дробно-степенных функций времени для анализа СНЧ случайных процессов вида $1/f$ // Изв. вузов. Радиоэлектрон. 1984. Т. 27. № 11. С. 38–42.
6. *Афанасьев В.В.* Особенности представления сверхнизкочастотных сигналов дробно-степенными временными рядами // Изв. вузов. Радиоэлектрон. 1986. Т. 29. № 1. С. 95–97.
7. А. с. № 723759 СССР. МКИ Н03Н7/02. Режекторный фильтр / В.В. Афанасьев, В.С. Князев. Опубл. в БИ. № 11. 1980.
8. *Афанасьев В.В., Ильин Г.И.* Режектирование квазидетерминированных случайных процессов вида $1/f$ при измерении разности фаз в нестационарных условиях // Электронное приборостроение: Научно-практический сборник. Приложение к журналу «Вестн. Казан. гос. техн. ун-та (КАИ)». 2002. Вып. 4(25). С. 80–88.