

Л.С. Ивлев, В.И. Романова

МОДЕЛЬ ГАЗОПЫЛЕВОГО ОБЛАКА В ВЫСОТНЫХ РАКЕТНЫХ ФАКЕЛАХ

Предлагается модель облака в ракетном факеле. Аналитически исследуется конфигурация облака, распределение плотности давления и газодинамические параметры вдоль следа.

1. Общие положения

Выхлопные факелы от высотных геофизических и баллистических ракет – достаточно распространенное оптическое явление в верхней атмосфере. Они представляют собой образующиеся при сгорании ракетного топлива высокоэнергетические расширяющиеся потоки газов и твердых частиц. Химический состав факелов зависит от вида используемого топлива. Например, жидкостный ракетный двигатель *J-2*, устанавливаемый на космической ракете <Сатурн-5>, работает на топливе кислород–керосин, и его выхлопная струя содержит, главным образом, смесь углекислого газа и водяного пара. Факелы твердотопливных двигателей состоят, в основном, из углекислого газа, водяного пара, окиси углерода, твердых частиц окиси алюминия и углерода, нагретых до высоких температур. Размеры твердых частиц могут достигать 13 мкм [1]. Спектрограммы ракетных факелов представляют собой набор резких линий излучения водяного пара, углекислого газа и окиси углерода на непрерывном фоне излучения нагретых частиц [1]. Вызывают интерес как пространственно-временные характеристики создаваемой факелом неоднородности, так и внутренняя ее структура.

Скорость истечения газов из сопла ракет свыше 2 км/с [1], а динамическое давление в ближней зоне сопла превосходит на много порядков ($> 10^7$) местное динамическое давление потока воздуха [1], так как на ионосферных высотах среда очень разрежена (например, на высоте 150 км плотность воздуха составляет 10^{-9} от ее плотности в приземном слое). Поэтому продукты сгорания ракетного топлива на достаточно большом участке струи расширяются, как в вакууме.

Механизм взаимодействия выбрасываемых продуктов сгорания с окружающей средой изменяется от среза сопла вниз по течению факела. В области взаимодействия выделяются четыре основные зоны с характерными газодинамическими особенностями (рис. 1).

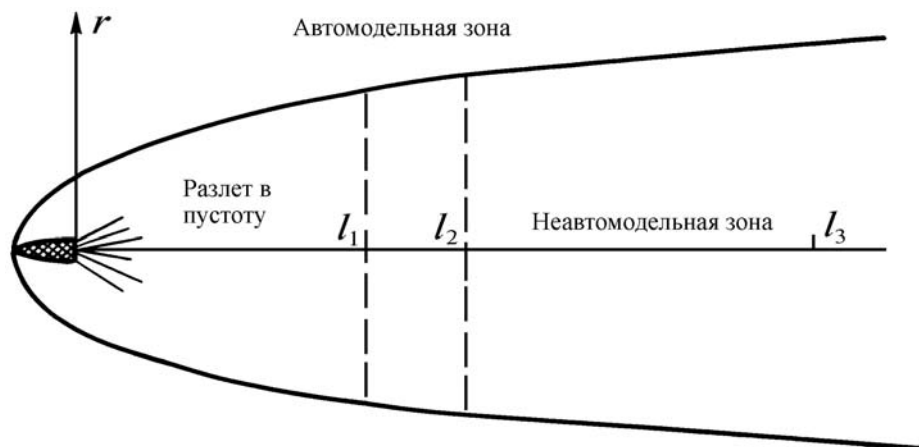


Рис. 1. Схематическая модель высотного ракетного следа

1. Начальная зона факела ($0 \lesssim z \lesssim l_1$), описываемая как разлет газопылевого облака в пустоту. Наличие внешней среды не играет важной роли. В этой зоне масса продуктов сгорания много больше массы возмущенного воздуха, и справедливо выражение

$$\frac{Q}{v_p} \gg 2\pi \int_0^{r_f} \rho_\infty r dr.$$

Здесь Q – секундный расход топлива; v_p – скорость ракеты; r_f – координата, перпендикулярная оси струи, соответствующая положению фронта расширяющегося облака; ρ_∞ – плотность среды. Давление в выхлопной струе p_0 на много порядков превышает давление в окружающей среде p .

Набегающий поток внешней среды частично рассеивается на расширяющихся выхлопных газах, частично диффундирует внутрь факела. Образуется головная зона факела, характеризующаяся относительно низкой концентрацией заряженных частиц, близкой к ее значениям в окружающей среде, и высокой концентрацией твердых частиц.

2. Зона сильной ударной волны ($l_1 \lesssim z \lesssim l_2$), эквивалентна автоточечной стадии точечного цилиндрического взрыва. Начиная с этого участка, масса ионосферного газа, вовлеченного в движение, намного превышает массы продуктов сгорания, т.е.

$$\frac{Q}{v_p} \ll 2\pi \int_0^{r_f} \rho_\infty r dr.$$

Энергия выхлопных газов еще очень велика, что обеспечивает большой перепад давлений на фронте $p_0 \gg p_\infty$.

Максимальная концентрация заряженных частиц в областях сгущения на этом участке превосходит в 4 – 5 раз соответствующее значение в окружающей среде.

3. Зона слабой ударной волны ($l_2 \lesssim z \lesssim l_3$), описываемая по аналогии с автоточечной стадией точечного цилиндрического взрыва. В этой зоне в результате расширения и охлаждения происходит ослабление ударной волны. Пренебрегать давлением окружающей среды уже нельзя. Здесь $p_0 > p_\infty$.

4. Зона звуковых волн ($z > l_3$). Давление в факеле падает до значений, соответствующих давлению среды $p_0 \sim p_\infty$. Скорость движения частиц мала по сравнению со скоростью звука. Эта зона описывается линейными уравнениями акустики.

2. Начальная зона факела

В системе отсчета, движущейся вместе с ракетой, выхлопная струя представляет собой установившийся осесимметричный процесс, для которого удобно пользоваться цилиндрической системой координат. При указанных допущениях распространение стационарной струи описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных, в которую входят уравнения движения:

$$v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad (1)$$

$$v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

– уравнения неразрывности;

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r) + \rho \frac{v_r}{z} = 0 \quad (3)$$

– уравнение энергии;

$$v_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + v_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = -p \left[v_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \right) + v_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right] \quad (4)$$

– уравнение состояния, связывающее внутреннюю энергию ε с давлением p и плотностью ρ , $\varepsilon = \varepsilon(p, r)$. Здесь v_z и v_r – продольная и радиальная скорости течения в струе. Граничные условия при $z = 0$, $0 \leq r \leq r_j$ следующие: $v_z = v_j \gg a^*$, $v_r = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_j(r)$, $\rho = \rho_j(r)$ (индексом j помечены величины, измеряемые на срезе сопла; a^* – местная скорость звука в струе). Масса газа на единицу длины

$$M = 2\pi \int_0^{r_j} \rho_j r dr = \frac{Q}{v_p}.$$

Интегрирование этой системы представляет большие математические трудности. Но оказалось, что для установления основных физических закономерностей, описывающих структуру высотных факелов баллистических ракет, удобно использовать метод нестационарной аналогии. Действительно, для скоростей стационарного потока, вытекающего в вакуум, получаются следующие оценки:

$$\Delta v_z/v \sim 1/M^2; \quad \Delta v_r/v \sim 1/M, \quad (5)$$

где $M = v/a^*$ – число Маха.

При $M \gg 1$ уравнения (1), (3), (4) могут быть решены относительно v_r и p независимо от уравнения движения вдоль оси (2) с точностью до членов порядка $1/M^2$. Если в уравнениях (1), (3), (4) после отбрасывания членов порядка $1/M^2$ сделать замену переменной z на $v_p t$, то (при $v_p \approx v$) придем к задаче о нестационарном разлете цилиндрического облака в вакуум, которая рассматривается в [2, 3]:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r) + \rho \frac{v_r}{r} = 0;$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + p \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = 0; \quad \varepsilon = \varepsilon(p, \rho)$$

с начальными условиями

$$\left. \begin{aligned} v_r &= 0, \\ \rho &= \rho_j(r), \\ \varepsilon &= \varepsilon_j(r) \end{aligned} \right\} \text{ при } 0 \leq r \leq r_j; t = 0.$$

Погонная масса выхлопных газов $M_0 = Q/v_p$.

Найти точное аналитическое решение задачи о разлете газового облака в вакууме можно только в случае специальных граничных условий, предопределяющих разлет в автомоделном режиме. При прочих начальных условиях необходим численный счет. Однако решение при однородном начальном распределении $p(r)$ и $\rho(r)$ и $v_r = 0$ дает удовлетворительную точность в оценке структуры начальной стадии высотного ракетного факела. Неустановившееся расширение цилиндрического облака в пустоту описывается следующими выражениями [3]:

$$\rho = \frac{M_0 (2\alpha)!}{2\pi r a_0 t^{2\alpha} (\alpha!)^2} \left[1 - \left(\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right)^2 \frac{r^2}{a_0^2 t^2} \right]^\alpha, \quad (6)$$

где $\alpha = (3 - \gamma_0)/[2(\gamma_0 - 1)]$ ($\alpha = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$); γ_0 – показатель степени энтропии расширяющихся газов; a_0 – скорость звука в невозмущенной среде.

Передняя граница облака расширяется по линейному закону

$$r_f(t) = \frac{2}{g_0 - 1} a_0 t. \quad (7)$$

Совершая обратный переход от нестационарного режима к стационарному, получаем, что плотность расширяющихся продуктов сгорания топлива в ближайшей зоне сопла распределяется согласно формуле

$$\rho(r, z) = \frac{(2\alpha)! M_0 v_p}{2^{2\alpha} (\alpha!)^2 \pi r z a_0} \left[1 - \left(\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right)^2 \left(\frac{r v_p}{z a_0} \right)^2 \right]^\alpha, \quad (8)$$

где a_0 – скорость звука в факеле у среза сопла.

Для факелов ракет наиболее характерное значение $\gamma_0 = 11/9 \simeq 1,2$. При этом (8) принимает вид

$$\rho(r, z) = \frac{35}{32} \frac{Q}{\pi r z a_0} \left[1 - \left(\frac{r v_p}{9 z a_0} \right)^2 \right]^4. \quad (9)$$

Граница факела в начальной зоне описывается линейной зависимостью

$$r_f(z) = [2/(\gamma_0 - 1)] (a_0/v_p) z, \quad (10)$$

и при $\gamma_0 = 11/9$ $r_f(z) = (9 a_0/v_p) z$.

Расширение продуктов сгорания топлива будет происходить в режиме разлета в пустоту до тех пор, пока погонная масса вовлеченного в движение окружающего газа не сравняется с погонной массой выброшенного топлива. Приравнявая указанные массы, можно оценить предельную длину начальной зоны струи l_1 , при расчете течения в которой можно пренебречь присутствием окружающей среды. Пусть на расстоянии l_1 от сопла струя расширилась до радиуса r_{f1} . Масса воздуха, заключенного внутри единичного цилиндра радиусом r_{f1} , равна $\pi r_{f1}^2 \rho_\infty$, где ρ_∞ – плотность окружающей среды. Масса выхлопных газов в этом же объеме равна Q/v_p (Q – секундный расход топлива двигателя ракеты).

Приравнявая эти массы, находим значение r_{f1} :

$$r_{f1} = \sqrt{Q/(\pi v_p \rho_\infty)}. \quad (11)$$

До такого радиуса струя расширится на расстоянии

$$l_1 = [(\gamma_0 - 1)/2 a] \sqrt{Q v_p / (\pi \rho_\infty)}. \quad (12)$$

В приближении идеального газа (12) можно записать в следующем виде:

$$l_1 = (\gamma_0 - 1)/2 \sqrt{(Q v_p \langle m_0 \rangle) / (\pi \gamma_0 \tau_0 \rho_\infty)}.$$

Приведем оценки длины начальной зоны факелов баллистических ракет l_1 , характеризующейся режимом расширения в пустоту, и максимального поперечного размера этой зоны $2r_{1\max}$. Максимальным поперечным размером, очевидно, нужно считать не сам передний фронт расширяющихся газов $2r_f$, а некоторое (<эффективное>) значение $2r_s(l_1)$, меньшее, чем $2r_f(l_1)$, отвечающее плотностям ρ , существенно превышающим ρ_∞ .

Для оценок можно считать, что максимальный поперечный размер факела отвечает относительным концентрациям $\rho [(l_1, r_{1s}) / \rho_\infty] \sim 10^2$ и, следовательно, $r_{1s} = 0,246 \sqrt{Q/(v_p \rho_\infty)}$.

Например, у ракеты-носителя <Сатурн-5>, летящей на высоте 150 км со скоростью 3 км/с, продукты сгорания топлива расширяются, как в вакуум, до расстояния $l_1 = 2,3$ км от сопла. Эффективная ширина факела при этом составляет 1,38 км. С увеличением высоты и скорости полета размеры l_1 и r_{1s} увеличиваются.

На высоте 300 км при скорости полета 5 км/с $l_1=16,3$ км, а максимальный поперечный размер начального участка струи доходит до значений $2r_{13} \approx 5,2$ км. Для ракеты <Титан-2> на высоте 150 км при скорости полета 3 км/с получим $l_1 = 0,74$ км, $r_{13} = 0,22$ км. У ракет типа <Минитмен-3> начальная зона факела имеет протяженность $l_1=0,67$ км при ширине 0,4 км на высоте 150 км и скорости 3 км/с, и $l_1 \approx 8,8$ км и $2r_{13} \approx 2,8$ км на высоте 300 км и скорости полета 6 км/с. У ракет с меньшей тягой плотный головной участок факела имеет длину порядка нескольких десятков метров.

На рассматриваемых высотах среда очень разрежена, длина свободного пробега частиц составляет десятки и сотни метров. В периферийных областях расширяющейся струи концентрация выхлопных газов также весьма мала. Но ближе к оси струи ее плотность еще достигает значений, на много порядков превышающих плотность ионосферы. Поэтому расширяющиеся продукты сгорания топлива представляют собой препятствие для набегающего потока воздуха. Механизм взаимодействия будет характеризоваться погружением и увязанием молекул набегающего потока в факеле. Распределение суммарной концентрации зависит от большого числа параметров, включая такие, которые могут быть определены либо только экспериментально, либо численно (например, распределение плотности в реальном факеле, распределение длин свободного пробега молекул внутри выхлопных потоков и пр.). Аналитические исследования, основанные на различных идеализациях, дают весьма далекий от реальности результат.

Экспериментальные исследования позволяют считать, что форма области смещения продуктов сгорания с окружающей средой наиболее просто и удовлетворительно описывается уравнением параболоида

$$r_f^2 = \left\{ (\kappa T_0 Q) / [(\gamma_0 - 1) v_p^3 \langle m_0 \rangle \rho_\infty] \right\} z,$$

а для распределения концентрации частиц в струе можно предложить аппроксимацию с учетом сопряжения с последующей зоной

$$N_{\max}(z) = N_\infty \frac{1 - \gamma_\infty}{\gamma_\infty - 1 + 8\gamma_\infty z / v_p t_0} \exp[-\delta (l_1 - z) / l_1], \quad (13)$$

где параметр определяется в каждом конкретном случае на основе экспериментальных данных

$$\delta = -\ln \left(\frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty + 1} \frac{\rho_{\max}(0)}{\rho_\infty} \right)$$

(κ – постоянная Больцмана; $\langle m_0 \rangle$ – средняя масса частиц факела; T_0 – температура у сопла).

3. Зона сильной ударной волны

Вниз по течению выхлопная струя все более расширяется и все большее количество газа окружающей среды вовлекается в движение. Когда погонная масса возмущенного воздуха сравнивается с погонной массой выброшенных продуктов сгорания, нельзя пренебрегать присутствием окружающей среды. Однако энергия выхлопных потоков в этой области еще весьма значительна, и давление в струе существенно превосходит давление в окружающей среде. В факеле можно выделить зону $l_1 \leq z \leq l_2$, характеризующуюся следующими неравенствами:

$$\begin{cases} 2\pi \int_0^{r_f} \rho_\infty r dr \gg \frac{Q}{v_p}, \\ \rho_\infty \ll \rho_0. \end{cases} \quad (14)$$

При таком соотношении параметров и гиперзвуковых скоростях ($M_\infty \gg 1$) полета между стационарной задачей о взаимодействии высокэнергетических ракетных струй с ионосферным газом и нестационарной задачей о взрыве цилиндрического заряда существует аналогия. Идея так называемой взрывной аналогии использовалась в работах, посвященных исследованиям

баллистической волны около тела, движущегося в газе со сверхзвуковой скоростью (например, [4, 5]). Применимость взрывной аналогии к описанию выхлопа на участке $l_1 \leq z \leq l_2$ уже обсуждалась выше. Для количественного обеспечения аналогии, очевидно, необходимо приравнять погонную энергию, выделяющуюся при цилиндрическом взрыве $E_{вз}$, к погонной энергии выхлопных потоков, которую они при расширении передают окружающей среде E_0 . В приближении идеального газа

$$E_0 = \frac{p_0 Q}{(\gamma_0 - 1) \rho_0 v_p} = \frac{k T_0 Q}{(\gamma_0 - 1) v_p \langle m_0 \rangle}.$$

Поскольку на участке $l_1 \leq z \leq l_2$ поперечные размеры факела уже достаточно велики по сравнению с диаметром сопла, то энерговыделение приближенно можно считать точечным и мгновенным. Использование взрывной аналогии позволяет для описания формы следа распределения плотности давления и скорости частиц в зоне, где погонная масса охваченного возмущением воздуха много больше массы выхлопных газов, опираться на соответствующие зависимости для точечного взрыва цилиндрического заряда. Для этого в решениях нестационарной задачи надо произвести замену переменной t на z/v_p .

Задача о точечном взрыве разработана Л.И. Седовым. Было получено точное аналитическое решение [6] автомодельной стадии взрыва. Неавтомодельная стадия исследована В.П. Коробейниковым с сотрудниками численно (например, [3]). В зоне $l_1 \leq z \leq l_2$ давление продуктов сгорания много больше давления в окружающей среде, и последним можно пренебречь. Тогда движение газа происходит в автомодельном режиме, и соответствующая система газодинамических уравнений решается точно методом подобия. Результаты заключаются в следующем.

Автомодельная зона следа представляет собой слой сгущения частиц, толщина которого порядка нескольких длин свободного пробега молекул в невозмущенной ионосфере (на соответствующей высоте).

Уравнение переднего фронта следа на автомодельной стадии имеет вид (в сопутствующей, цилиндрической системе координат):

$$r_f = \sqrt[4]{\frac{k T_0 Q}{(\gamma_0 - 1) \langle m_0 \rangle v_p^3 \rho_\infty}} \sqrt{z}. \quad (15)$$

Плотность газа в этом слое сгущения почти не зависит от координат и равна $\rho_f \approx \rho_\infty (\gamma_\infty + 1)/(\gamma_\infty - 1)$.

Распределение плотности за фронтом ударной волны не может быть найдено аналитически даже на автомодельной стадии. Оно рассчитывается численно (рис. 2). Изменение давления на фронте следа вниз по течению определяется формулой

$$p_f = (v_p \sqrt{E_0 \rho_\infty}) / [2(\gamma_\infty + 1) z].$$

Длина автомодельной зоны следа l_2 в известной степени зависит от требований к точности описания. Автомодельное решение основано на допущении $p_\infty = 0$. Поэтому критерием применения метода подобия является величина отношения p_∞/p_f . Например, при $(p_\infty/p_f) \sim 10^{-2}$ погрешность результатов составляет 5%, а при $(p_\infty/p_f) \sim 10^{-1}$ уже около 40%.

Если допустить точность $p_\infty/p_f = 1/v$, то длина автомодельной зоны следа будет равна $l_2 - l_1$, где

$$l_2 = \frac{\langle m_\infty \rangle}{2 T_\infty (\gamma_\infty + 1) v} \sqrt{\frac{T_0 Q v_p}{k \rho_\infty \langle m_0 \rangle (\gamma_0 - 1)}} \quad (16)$$

(угловыми скобками обозначено усреднение).

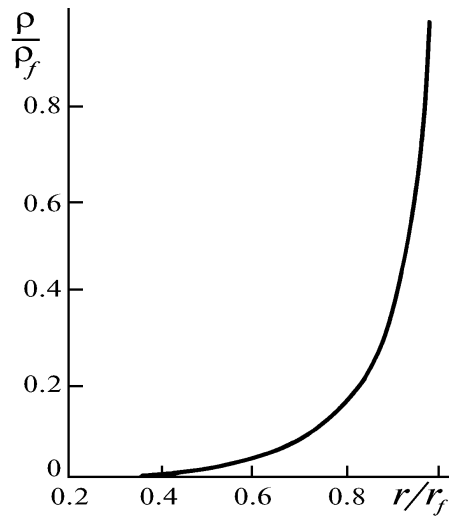


Рис. 2. Распределение плотности продуктов сгорания топлива за фронтом

Например, при $v = 10$ на высоте 150 км при скорости полета 3 км/с автомодельная зона l_2 составляет у ракет <Сатурн-5> и <Сатурн-2> $\sim 8,1$ км, <Минитмен-3> $\sim 2,6$ км, <Поларис> ~ 2 км. На высоте 300 км при скорости полета 6 км/с эта зона увеличивается у ракет <Сатурн-5> до 29 км, <Минитмен-3> до 15,6 км, а при $v = 100$ существенно уменьшается.

4. Линейная зона

При дальнейшем расширении продуктов сгорания ракетного топлива (участок $z > l_2$) уменьшается перепад давлений в струе и в окружающей среде, происходит ослабление ударной волны. Пренебрегать противодействием p_∞ нельзя. Однако энергия выхлопных потоков еще велика. На этой стадии ракетного возмущения также допустимо применение взрывной аналогии. Но задача о взрыве с учетом противодействия не автомодельна и не может быть решена аналитически. Поэтому для описания этой зоны ракетного следа необходимо воспользоваться численными результатами (в безразмерных переменных они приведены, например, в [3]). Для описания следа эти данные пересчитываются по формулам

$$z = v_p t_0 \tau; \quad r_f = r_0 R_f,$$

где τ и R_f – безразмерные переменные [2],

$$r_0 = \sqrt{\frac{T_0 Q \langle m_\infty \rangle}{(\gamma_0 - 1) \langle m_0 \rangle v_p \rho_\infty T_\infty}}, \quad (17)$$

$$t_0 = \frac{\langle m_\infty \rangle}{T_\infty} \sqrt{\frac{T_0 Q}{(\gamma_0 - 1) k \langle m_0 \rangle v_p \rho_\infty}}.$$

Форма поверхности фронта и другие характеристики следа получаются на основе численных результатов задачи о точечном взрыве цилиндрического заряда для неавтомодельной стадии.

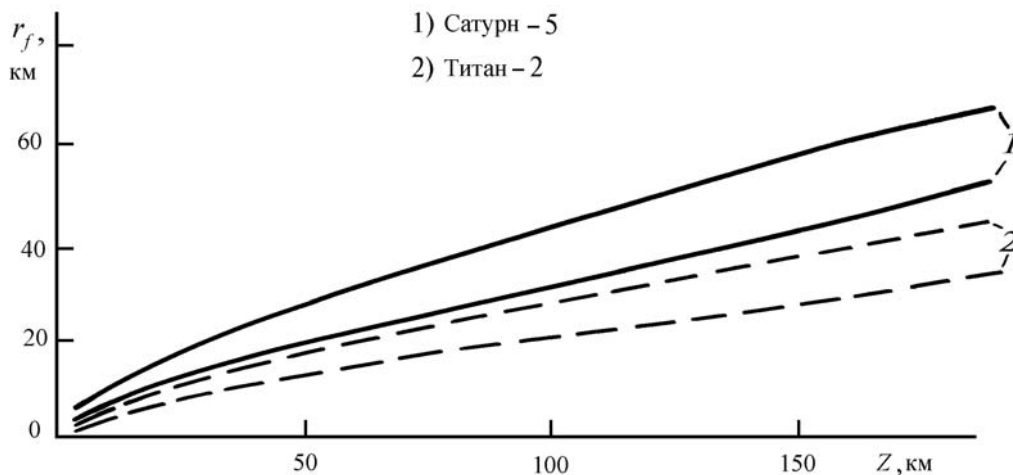


Рис. 3. Характерный размер факела $r_f(z)$ на неавтомодельном участке следа для $v_p = 3$ (сплошная линия) и 5 км/с (штриховая)

На рис. 3 приведены зависимости $r_f(z)$ на неавтомодельном участке следа для некоторых типов зарубежных баллистических ракет на высоте 150 км для различных скоростей полета.

Видно, что, практически, на всей длине следа его газодинамические параметры можно рассчитать на основе взрывной аналогии. Неавтомодельная зона – самая протяженная по сравнению с законами <разлета в пустоту> и автомодельной. На рис. 4 представлено распределение плотности сгущения частиц (включая и аэрозольные) в максимуме сгущения вдоль оси факела БР типа <Сатурн> и <Титан>.

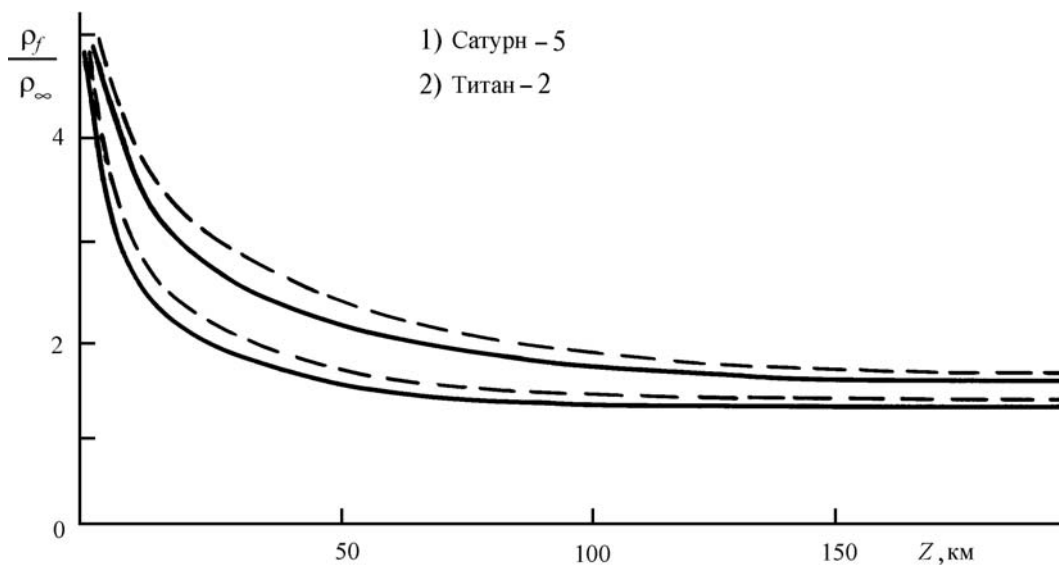


Рис. 4. Плотности сгущения частиц вдоль оси факелов ракет на высоте 150 км для $v_p = 3$ (сплошная линия) и 5 км/с (штриховая)

Распределение плотности внутри следа (по радиусу) представлено на рис. 5 (численные результаты для двух значений параметра $q = a_\infty^2 / [(dr_f)/(dt)]^2$).

Когда скорость ударной волны еще велика ($q \ll 1$), плотность частиц ρ очень быстро убывает от фронта к центру следа. При ослаблении ударной волны скорость ее стремится к скорости звука в среде a_∞ , $q \rightarrow 1$, а фронт сильно <размазывается>. Это соответствует уже следующей зоне – зоне, описываемой законами линейной акустики. Представляют интерес для практического применения асимптотические аналитические выражения для парамет-

ров следа в неавтономной зоне. Уравнение поверхности (фронта) следа в неавтономной зоне (согласно методу взрывной аналогии) имеет вид

$$\begin{cases} l_1 + \frac{v_p t_0}{u v_p \sqrt{\alpha}} \left[\sqrt{\Psi} - \sqrt{\Psi_1} - \ln \frac{1 + \sqrt{\Psi}}{1 + \sqrt{\Psi_1}} \right] & \text{при } l_1 \leq z \leq 1,2 v_p t_0, \\ \frac{v_p t_0}{u} + M_p r_f - \Gamma r_f^{1/4} & \text{при } z \gg 1,2 v_p t_0. \end{cases} \quad (18)$$

Здесь используются следующие обозначения:

$$\Psi = 1 + 16 \alpha \gamma_\infty \frac{r_f^2}{r_0^2};$$

$$\Psi_1 = 1 + 16 \alpha \gamma_\infty \frac{l_1}{v_p t_0} = 1 + 16 \alpha (\gamma_0 - 1) \sqrt{\frac{\gamma_\infty (\gamma_\infty - 1) T_\infty \langle m_0 \rangle}{2\pi T_0 \langle m_\infty \rangle}};$$

$$M_p = \frac{v_p}{a_\infty}; \quad a_\infty = \sqrt{\gamma_\infty \frac{p_\infty}{\rho_\infty}}; \quad l_3 = 1,2 v_p t_0; \quad \Gamma = \frac{v_p t_0}{\gamma_\infty \sqrt[4]{2\alpha^2 r_0}}.$$

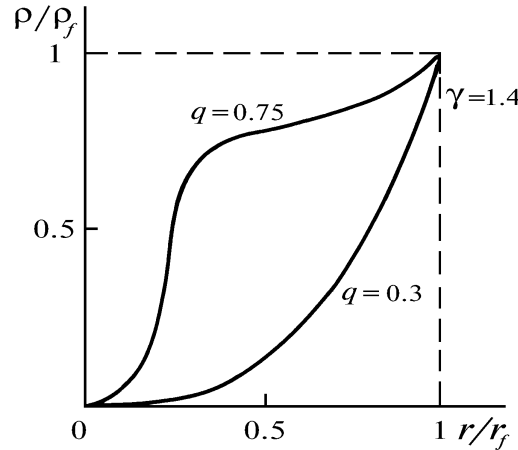


Рис. 5. Распределение плотности частиц внутри следа (по радиусу) для двух значений q

Приближенные зависимости для распределения плотности на фронте следа:

$$\frac{\rho_f}{\rho_\infty} = \begin{cases} \left[1 - \frac{4}{(1 + \gamma_\infty)(1 + \sqrt{\Psi})} \right]^{-1} & \text{при } l_1 \leq z \leq l_3, \\ \left[1 - \frac{4}{(1 + \gamma_\infty)(1 + \sqrt{\chi})} \right]^{-1} & \text{при } z > l_3, \end{cases} \quad (19)$$

где $\chi = 1 + 16\sqrt{2}\alpha \gamma_\infty (r_f/r_0)^{3/2}$.

Максимальное избыточное давление изменяется вдоль следа по закону

$$\frac{p_f}{p_\infty} = \begin{cases} 1 + \frac{u \gamma_\infty}{(1 + \gamma_\infty)(\sqrt{\Psi} - 1)} & \text{при } l_1 \leq z \leq l_3, \\ 1 + \frac{u \gamma_\infty}{(1 + \gamma_\infty)(\sqrt{\chi} - 1)} & \text{при } z > l_3. \end{cases} \quad (20)$$

Соотношения (18)–(20) позволяют рассчитать все необходимые параметры зоны $z \geq l_2$ следа, зная расход топлива, ее скорость, высоту полета и состояние ионосферы. Формулы, несмот-

ря на простоту, обладают достаточной точностью, которая определяется, фактически, только условиями применимости взрывной аналогии.

Заключение

Общая газодинамическая модель высотного ракетного следа на активном участке движения БР описывается формулами (9), (13) в зоне разлета продуктов сгорания, как в пустоту ($0 < z < l_1$); формулами (15), (17) в зоне автотельной стадии ($l_1 \leq z \leq l_2$) и формулами (18)–(20) для всей зоны $z > l_1$. Предложенная модель дает аналитическое описание изменения газодинамического давления и распределения плотностей частиц вдоль следа в зоне максимальной переконцентрации.

1. Симонс // Ракетная техника и космонавтика. 1972. N 3. С. 74.
2. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., 1966.
3. Коробейников В.П. Задачи теории точечного взрыва в газах. М.: Наука, 1973. 400 с.
4. Черный Г.Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., 1959.
5. Циклин М.А. Ударные волны при движении в атмосфере крупных метеоритных тел. М.: Наука, 1969.
6. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972. 440 с.

Санкт-Петербургский
государственный университет

Поступила в редакцию
23 ноября 1992 г.

L. S. Ivlev, V. I. Romanova. Model of a gas and dust cloud of a rocket exhaust at high altitudes.

A model of a rocket exhaust cloud is proposed. The cloud configuration and distributions of density pressure and some gas-dynamic parameters of a cloud along a rocket trace are analyzed analytically.