

В.К. Ошлаков

Интерпретация результатов фотометрирования облачных полей с применением модели составного сигнала

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 26.12.2003 г.

Рассматривается аппроксимация статистических характеристик флуктуаций яркости, наблюдаемой на разрезе облачного слоя, с применением модели составного сигнала.

Введение

Поле облачности имеет стохастическую структуру, и любая реализация наблюдаемой характеристики излучения в условиях облачности является случайной [1]. Стохастичность проявляется в случайном появлении и в случайной длительности пребывания элементов структуры облачного слоя (облака и разрыва в облачном слое) на линии визирования.

В данной статье рассматриваются статистические характеристики процесса флуктуаций яркости на линейном разрезе облачного слоя — средние значения, дисперсии, корреляционные функции. Принято, что облачный слой характеризуется относительной скоростью наблюдателя и облачного слоя, количеством облачности (баллом облачности), средними размерами облака и разрыва в облачном слое («разрывная» облачность, т.е. облачность кучевая, слоисто-кучевая, высококучевая, хлопьевидная и т.п.) и в разрывы облачного слоя наблюдается безоблачное небо (однослойная облачность). Элементы облачного слоя характеризуются различными оптическими свойствами, и флуктуации яркости (зенита) обусловлены перемещением облачного слоя относительно линии визирования.

Модель

Одной из математических моделей, используемых при интерпретации результатов наблюдения, моделировании и прогнозе обсуждаемых процессов, является модель сигналов с временным уплотнением, с помощью которой формируется составной сигнал путем комбинирования двух или большего числа сигнальных процессов [4, 7]. В аналоговом представлении это система с двумя (или с большим количеством) входами, одним выходом и ключом, коммутирующим выход системы с различными входами. Чаще всего сигнальные процессы представлены статистически независимыми случайными процессами. Параметрами в описываемой модели являются значения комбинируемых процессов, характеризующие процесс изменчивости яркости элементов облачного слоя. Стохастичность облачного слоя

представлена характеристиками стационарной, статистически независимой функции переключения.

Процесс переключения состояний

Временные ряды, которым соответствуют пространственные (линейные) разрезы облачного слоя, представим процессом переключений состояний $q(t)$ с помощью потока точек включений t_k , распределенных на вещественной оси по закону Пуассона с параметром λ_q [4]. В интервале между соседними точками включения $q(t)$ есть константа, равная 1 (облако) с вероятностью p или 0 (разрыв в облачном слое) с вероятностью $(1 - p)$. В состоянии «1» наблюдатель фиксирует значения яркости облачного элемента, в состоянии «0» — значения яркости разрыва в облачном слое. Это модель случайного фототелеграфного сигнала, который характеризуется двумя параметрами — p и λ_q . Частота λ_q интерпретируется как ширина полосы процесса, вероятность p — как вероятность наличия облака на линии визирования. Статистические характеристики случайного фототелеграфного сигнала $q(t)$ известны: среднее значение и средний квадрат равны вероятности $P[q(t) = 1] = p$, дисперсия $\sigma_q^2 = p(1 - p)$, среднее время пребывания в состоянии «0» — $\bar{\Theta}_0 = 1/\lambda_q p$, в состоянии «1» — $\bar{\Theta}_1 = 1/[\lambda_q(1 - p)]$, среднее время между двумя любыми переходами $\bar{\Theta} = 1/[2p(1 - p)\lambda_q]$ (здесь и далее по тексту «черта сверху» обозначает процедуру усреднения). Все вышечисленные параметры имеют ясный физический смысл.

Автокорреляционная функция (нецентрированного) процесса $q(t)$

$$k_{qq}(\tau) = \overline{[q(t)q(t + \tau)]} = p(1 - p)e^{-\lambda_q|\tau|} + p^2, \quad (1)$$

где средний квадрат $\overline{q^2} = k_{qq}(0) = p$; $e^{-\lambda_q|\tau|} = R_q(\tau)$ — временной ход коэффициента корреляции (коррелограмма).

Параметры облачного слоя — \bar{V} (средняя скорость перемещения облачного слоя относительно наблюдателя), \bar{L}_1 и \bar{L}_0 (средние размеры элементов облачного слоя — облака и разрыва в облачном слое) — связаны со статистическими характеристиками $q(t)$ простыми соотношениями [8]:

$$p = \bar{L}_1 / (\bar{L}_1 + \bar{L}_0), \quad \lambda_q = \bar{V} / (p\bar{L}_0). \quad (2)$$

В (2) параметр λ_q прямо пропорционален величине скорости облачного слоя и обратно пропорционален вероятности наличия облака на линии разреза и среднему значению разрыва в облачном слое.

Коррелограмма $R_q(\tau)$ в (1) обычно характеризуется радиусом корреляции τ_R , т.е. временем спада значений $R_q(\tau)$ в e раз. Подставляя полученное из результатов обработки значение $\lambda_q = 1/\tau_R$ в (2), получим связь между радиусом корреляции, относительной скоростью перемещения облачного слоя, вероятностью и характерными для данного разреза размерами элементов облачного поля. В частности, значение автокорреляционной функции в начальный момент времени $k_{qq}(0) = p$. Если значение V известно, например для наблюдателя, перемещающегося относительно облачного слоя с заданной скоростью, то можно оценить L_0 . Таким образом устанавливаются связи статистических характеристик функции переключения состояний с физическими параметрами облачного слоя.

Процесс наблюдаемых флуктуаций яркости

Наблюдаемые флуктуации яркости $B_n(t)$ для двухкомпонентного процесса (однослойная облачность на фоне безоблачного неба) можно описать моделью

$$B_n(t) = q(t)B_1(t) + [1 - q(t)]B_0(t) = q(t)[B_1(t) - B_0(t)] + B_0(t), \quad (3)$$

где $q(t)$ — случайный фототелеграфный сигнал; $B_1(t)$ и $B_0(t)$ — стационарные, статистически независимые процессы флуктуаций яркости облака и безоблачного неба, $\bar{B}_1 \neq \bar{B}_0$.

Среднее значение и дисперсия

Рассмотрим статистические характеристики для (стационарных) процессов флуктуаций яркости, наблюдаемых на линейных разрезах облачного слоя.

Если $B_1(t)$, $B_0(t)$, $q(t)$ — стационарные и статистически независимые процессы флуктуаций яркости облачных элементов, безоблачного неба (разрыва в облачном слое) и процесса переключения состояний, то, в результате очевидных, с точки зрения математической статистики, преобразований среднее значение и средний квадрат наблюдаемой яркости (3) могут быть представлены линейными зависимостями от среднего значения процесса $\overline{q(t)} = p$:

$$\bar{B}_n(p) = p\bar{B}_1 + (1 - p)\bar{B}_0 = p(\bar{B}_1 - \bar{B}_0) + \bar{B}_0, \quad (4)$$

$$\overline{B_n^2(p)} = p\overline{B_1^2} + (1 - p)\overline{B_0^2} = p(\overline{B_1^2} - \overline{B_0^2}) + \overline{B_0^2}, \quad (5)$$

дисперсия наблюдаемой яркости σ_n^2 — квадратичной зависимостью от вероятности:

$$\sigma_n^2(p) = -p^2(\bar{B}_1 - \bar{B}_0)^2 + p[\overline{B_1^2} - \overline{B_0^2}] - 2\bar{B}_0(\bar{B}_1 - \bar{B}_0) + \sigma_0^2, \quad (6)$$

где σ_0^2 — дисперсия флуктуаций яркости безоблачного неба.

Зависимость $\sigma_n^2(p)$ представляет собой уравнение нисходящей параболы. Координатам вершины параболы соответствуют максимальное значение дисперсии наблюдаемого процесса и значение вероятности (балла облачности), при котором оно достигается:

$$[p|\sigma_{\max}^2] = 0,5 \left[\frac{(\overline{B_1^2} - \overline{B_0^2}) - 2\bar{B}_0(\bar{B}_1 - \bar{B}_0)}{(\bar{B}_1 - \bar{B}_0)^2} \right]. \quad (7)$$

Если флуктуациями в каждом классе значений пренебречь (так поступают, например, при рассмотрении поля облачности с элементами постоянной яркости), то $[p|\sigma_{\max}^2] = 0,5$. Симметричность графика зависимости $\sigma_n^2(p)$ относительно значения вероятности 0,5 может быть обусловлена равенством (в том числе и нулю) дисперсий флуктуаций яркости в каждом классе значений $\sigma_1^2 = \sigma_0^2$, что не противоречит физическому смыслу. Если дисперсия в классе «облако» больше дисперсии в классе «разрыв», то вершина параболы (максимальное значение дисперсии) имеет заметное смещение от значения $p = 0,5$ в сторону больших, чем 0,5, значений вероятности.

В [8] приведены эмпирические зависимости средних значений яркости зенита от количества облачности. Подобное аналитическое представление зависимостей среднего значения и дисперсии в модели составного сигнала имеет общий характер. Известны аналогичные эмпирические зависимости, например зависимости средних потоков прямой радиации от закрытости диска Солнца, среднего значения и дисперсии потока суммарной радиации от количества облачности, дисперсии и среднеквадратического отклонения потока прямой радиации от общего количества облачности. В этих случаях в качестве сигнальных процессов могут использоваться значения потоков прямой и суммарной радиации, а в качестве характеристики процесса переключений — изменчивость количества облачности. В [1, 2] приведены аппроксимации эмпирических зависимостей, линейные — для средних значений, квадратичные — для дисперсий (рис. 1, 2). В [12] приведена подобная зависимость при описании излучения морской поверхности. Параметрами в этом случае могут быть яркость атмосферы в заданном направлении и яркость абсолютно черного тела при температуре поверхности моря с учетом коэффициента отражения.

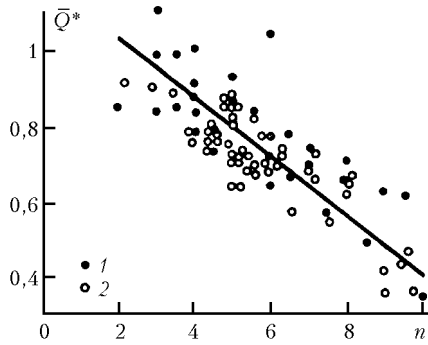


Рис. 1. Зависимость среднего потока относительной суммарной радиации Q^* от количества кучевой облачности [2]

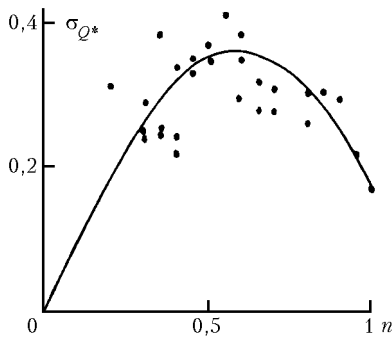


Рис. 2. Зависимость среднеквадратического отклонения потока относительной суммарной радиации от среднего количества кучевой облачности [1]

Автокорреляционная функция

Автокорреляционная функция $k_{nn}(\tau)$ как математическое ожидание произведения $B_n(t)B_n(t + \tau)$ может быть представлена в виде

$$k_{nn}(\tau) = k_{qq}(\tau)[k_{11}(\tau) + k_{00}(\tau) - 2\overline{B_1 B_0}] + 2p(\overline{B_1 B_0} - k_{00}) + k_{00} \quad (8)$$

или

$$c_{nn}(\tau) + (\overline{B_n})^2 = [c_{qq}(\tau) + p^2][(\overline{B_1} - \overline{B_0})^2 + c_{11}(\tau) + c_{00}(\tau)] + 2p[(\overline{B_1} - \overline{B_0})\overline{B_0} - c_{00}(\tau)] + c_{00}(\tau) + (\overline{B_0})^2, \quad (9)$$

где $k(\tau)$ (индексы $n, q, 1, 0$) – автокорреляционные функции наблюдаемого процесса, процесса переключения состояний, процесса флуктуаций яркости облака и разрыва в облачном слое; $c_{nn}(\tau), c_{qq}(\tau), c_{11}(\tau)$ и $c_{00}(\tau)$ – соответствующие ковариационные функции.

Аппроксимация эмпирической корреляционной функции

Корреляционная функция (8), (9) содержит информацию о пространственной структуре облачного слоя и его элементов и связанных с этими параметрами флуктуаций яркости. Корреляционная функция (1) содержит информацию только о пространственной структуре облачного слоя. При обработке результатов наблюдения для получения кор-

реляционной функции (1) необходимо проведение процедуры преобразования исходной временной последовательности в последовательность бинарных сигналов (классификации сигналов) и дальнейшей статистической обработки с оценкой p – значения вероятности нахождения облака на линии визирования, $R_q(\tau)$ – коррелограммы и τ_R – радиуса корреляции. Возможные алгоритмы классификации сигналов приведены в [8–10]. Необходимо отметить, что модель (3) применима к стационарным входным процессам, следовательно исходные ряды должны быть освобождены от влияния трендов [6]. Основными причинами трендов среднего значения являются: изменение положения Солнца в процессе наблюдения, неоднородность структуры элементов облачного слоя, изменение их фазового состава, изменение скорости и количества облачности. Проблема учета влияния трендов является самостоятельной сложной задачей и будет изложена в отдельной публикации.

Периодичность, упорядоченность в пространственной структуре присущи некоторым типам облачности. Изменчивость оптических свойств, связанных с динамикой пространственной неоднородности облачных элементов и поля облачности в целом, может носить смешанный характер – и случайный и псевдопериодический. В [3] представлены характерные примеры нормированных корреляционных функций потоков прямой и суммарной радиации в условиях облачности и отмечено, что корреляционные функции могут быть как периодичными, так и монотонными для почти совпадающих условий наблюдения (рис. 3).

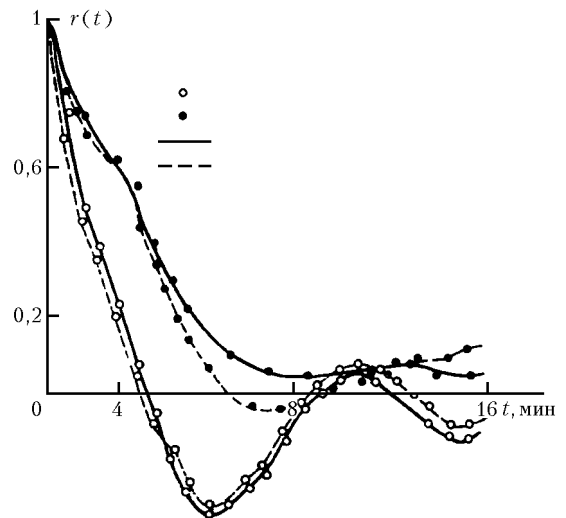


Рис. 3. Нормированные автокорреляционные функции потоков суммарной (1) и прямой (2) радиации [3]; s – продолжительность солнечного сияния; n – общее количество облачности

В мощных кучевых облаках, облаках вертикального развития, в слоистообразных облаках также наблюдаются «внутренние» неоднородности, связанные с динамикой процессов внутри облачности [11].

Обычно при аппроксимации эмпирических ковариационных функций физических процессов используют зависимости вида

$$D \exp[-\alpha t] \cos \omega t, \quad (10)$$

где D – дисперсия; α – параметр случайности наблюдаемого процесса; ω – параметр связи с периодичностью (со скрытой периодичностью) в наблюдаемом процессе. Предполагая наличие не только случайной, но и периодической составляющей в структуре облачного слоя в целом, применим аппроксимацию (10) к корреляционным функциям наблюдаемого процесса флуктуации яркости зенита в условиях облачности.

В таблице приведено аналитическое описание аддитивных составляющих корреляционной функции наблюдаемого процесса $k_{\text{ин}}(\tau)$ с аппроксимацией (10). В последней строке таблицы приведен общий вид корреляционной функции наблюдаемой яркости.

Номер составляющей	Аддитивные составляющие аппроксимации автокорреляционной функции наблюдаемого процесса флуктуаций яркости $k_{\text{ин}}(\tau)$ (однослойная облачность)
1	$(\overline{B}_1 - \overline{B}_0)^2 p(1-p) \exp[-\lambda_q \tau] \cos \omega_q \tau$
2	$p^2 \sigma_1^2 \exp[-\alpha_1 \tau] \cos \omega_1 \tau$
3	$(1-p)^2 \sigma_0^2 \exp[-\alpha_0 \tau] \cos \omega_0 \tau$
4	$p(1-p) \sigma_1^2 \exp[-(\lambda_q + \alpha_1) \tau] \times$ $\times \left[\frac{\cos(\omega_q + \omega_1) \tau + \cos(\omega_q - \omega_1) \tau}{2} \right]$
5	$p(1-p) \sigma_0^2 \exp[-(\lambda_q + \alpha_0) \tau] \times$ $\times \left[\frac{\cos(\omega_q + \omega_0) \tau + \cos(\omega_q - \omega_0) \tau}{2} \right]$
6	$\left[p(\overline{B}_1 - \overline{B}_0) + \overline{B}_0 \right]^2$
	$k_{\text{ин}}(\tau) = (\overline{B}_1 - \overline{B}_0)^2 p(1-p) \exp[-\lambda_q \tau] \cos \omega_q \tau +$ $+ p^2 \sigma_1^2 \exp[-\alpha_1 \tau] \cos \omega_1 \tau + (1-p)^2 \sigma_0^2 \exp[-\alpha_0 \tau] \cos \omega_0 \tau +$ $+ p(1-p) \sigma_1^2 \exp[-(\lambda_q + \alpha_1) \tau] \times$ $\times \left[\frac{\cos(\omega_q + \omega_1) \tau + \cos(\omega_q - \omega_1) \tau}{2} \right] +$ $+ p(1-p) \sigma_0^2 \exp[-(\lambda_q + \alpha_0) \tau] \times$ $\times \left[\frac{\cos(\omega_q + \omega_0) \tau + \cos(\omega_q - \omega_0) \tau}{2} \right] +$ $+ \left[p(\overline{B}_1 - \overline{B}_0) + \overline{B}_0 \right]^2$

В данной аппроксимации $\alpha_{0,1}$ – параметры связи со случайной пространственно-временной неоднородностью элементов облачного поля, которые совпадают по физическому смыслу с параметром λ в (2) и зависят от размеров, относительного количества, скорости перемещения, вероятности наблюдения «внутренних» пространственно-оптических

неоднородностей элементов поля [11], пересекающих линию визирования наблюдателя; $\omega_{q,0,1}$ – параметры связи наблюдаемого процесса с периодичностью в пространственно-временной структуре облачного поля и его элементов; если эти параметры равны 0, то соответствующие индексированные составляющие имеют вид экспоненциальных зависимостей (в первых пяти слагаемых).

В аддитивных составляющих (см. таблицу) временные сгруппированы таким образом, что три первых слагаемых имеют вид ковариационных функций изменчивости структуры облачного поля и яркости элементов поля; четвертое и пятое слагаемые – комбинации ковариационных функций флуктуаций яркости элементов поля и поля неоднородной структуры; шестое слагаемое – это квадрат среднего значения наблюдаемой яркости (4).

Первая составляющая – ковариационная функция структуры поля, имеет весовой коэффициент в виде квадрата разности средних значений яркости элементов облачного поля.

Следующие четыре составляющих – ковариационные функции флуктуаций яркости элементов облачного поля и их комбинации с ковариационной функцией структуры поля. Каждая из этих составляющих имеет весовой вероятностный коэффициент в виде p^2 , $(1-p)^2$ или $p(1-p) = \sigma_q^2$ (влияние стохастической структуры облачного слоя).

Примеры аппроксимации

Как отмечено в [5], обычно предполагают, что яркость всех облаков одинакова и не меняется в пределах облака, так же как и яркость безоблачного зенита. Там же с учетом флуктуаций яркости облака выводится аналитическое выражение для дисперсии и корреляционной функции наблюдаемой яркости зенита. Приведенные выше соотношения позволяют учесть случайный характер структуры облачного слоя, изменчивость яркости облака и разрыва в облачном слое.

Модель (3) может быть применена и для описания флуктуаций яркости как облака, так и разрыва в облачном слое. В качестве примера на рис. 4 приведены: коррелограмма наблюдаемого процесса

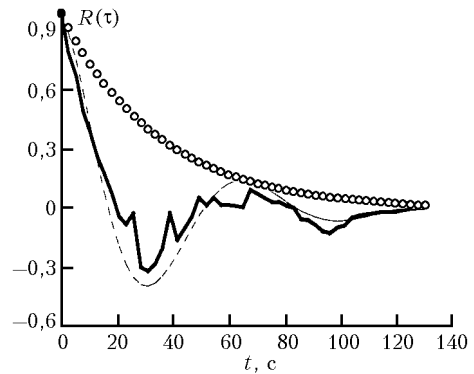


Рис. 4. Коррелограммы флуктуаций яркости основания облака: эмпирическая (сплошная линия) и аппроксимация (штриховая); экспоненциальная огибающая (кружочки) – коррелограмма $R_1(\tau)$ (связь с пространственной, «внутренней» структурой облака)

флуктуаций яркости основания облака, аппроксимация с учетом скрытой периодичности вида (10) и экспоненциальная огибающая (аппроксимация без учета периодичности), демонстрирующие зависимость флуктуаций яркости облака от его пространственной структуры. При обработке использована запись регистрации флуктуаций яркости крупного кучевого облака, направление наблюдения — зенит, длина волны — 0,69 мкм, интервал между отсчетами — 2,6 с, длительность реализации — 2250 с. Скорость перемещения, измеренная с поверхности Земли, равна $3,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. С помощью модели вида (3) наблюдаемый процесс представлен комбинацией флуктуаций яркости пространственных неоднородностей внутри облака. С учетом того что неоднородность облака проявляется в неоднородной яркостной структуре, более яркой части основания облака ставилось в соответствие значение функции переключения состояний 1 (по правилу [8]: превышение текущим значением значения $\tilde{B}(t) + 3\tilde{\sigma}$, где $\tilde{B}(t)$ — результат экспоненциального сглаживания, $\tilde{\sigma}$ — среднеквадратическое отклонение текущих отсчетов от сглаженных), менее яркой — значение 0.

По эмпирической корреляционной функции определены: параметр α_1 — показатель экспоненты, равный $0,0286 \text{ с}^{-1}$, что соответствует радиусу корреляции, примерно 35 с, и параметр «частота» в гармонической составляющей, равный $0,0924 \text{ с}^{-1}$. Корреляционная функция колеблется с периодом порядка минуты. С учетом измеренного значения скорости перемещения облака и длительности реализации этот период соответствует пространственному масштабу 210 м.

В процессе регистрации оценено среднее время пребывания процесса в состоянии «1» — более яркая часть облака — $\Theta_1 = 267 \text{ с}$. По результатам обработки значение оценки вероятности наблюдения более ярких, относительно среднего значения, участков облака $p_1 = 1 - 1/(\lambda\Theta_1) \approx 0,9$.

Подобная процедура обработки может быть проведена и для участков реализации, соответствующих разрыву в облачном слое. Сопоставление результатов обработки и результатов теоретической оценки соответствующих статистических характеристик даст ответ на вопрос о зависимости процессов флуктуаций яркости в разрыве облачного слоя и в облаке с последующей корректировкой модели.

Выводы

Использование математической модели процессов с временным уплотнением позволяет получить

аналитические выражения, применимые для аппроксимации статистических характеристик флуктуаций сигналов яркости на разрезе однослойного облачного поля. Представленные результаты не противоречат общепринятым представлениям, могут оказаться полезными при интерпретации результатов наблюдений флуктуаций яркости в фиксированном угловом направлении в условиях однослойной облачности.

Материалами для данной статьи явились результаты работы, выполняемой при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-05-65169).

1. Мулламаа Ю.-А.Р., Сулев М.А., Пылдмаа В.К., Охвриль Х.А., Нийлиск Х.Ю., Алленов М.И., Чубаков Л.Г., Кууск А.Е. Стохастическая структура полей облачности и радиации / Под руководством и общей редакцией Ю.-А.Р. Мулламаа. Тарту: Институт физики и астрономии АН Эстонской ССР, 1972. 284 с.
2. Пылдмаа В.К., Тимановская Р.Г. Суммарная радиация у поверхности Земли в различных условиях облачности // Теплообмен в атмосфере. М.: Наука, 1972. С. 101–106.
3. Тимановская Р.Г., Фейгельсон Е.М. Потоки солнечного излучения у поверхности Земли при кучевой облачности // Теплообмен в атмосфере. М.: Наука, 1972. С. 112–121.
4. Френкс Л. Теория сигналов. М.: Сов. радио, 1974. 344 с.
5. Охвриль Х.А. Влияние флуктуаций яркости кучевых облаков на корреляционную функцию яркости зенита // Облачность и радиация. Тарту: ИФА АН ЭССР, 1975. С. 82–88.
6. Кендал М., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М.: Наука, 1976. 736 с.
7. Шалыгин А.С., Палагин Ю.И. Прикладные методы статистического моделирования. Л.: Машиностроение, 1986. 320 с.
8. Ошлаков В.К. Модель составного сигнала в задачах интерпретации результатов фотометрирования облачных полей // Оптика атмосф. 1990. Т. 3. № 3. С. 289–283.
9. Ошлаков В.К. Определение наличия облачности на линии визирования по результатам фотометрирования // Оптика атмосф. и океана. 1990. Т. 3. № 4. С. 431–435.
10. Галилейский В.П., Морозов А.М., Ошлаков В.К. Панорамный фотометрический комплекс для контроля прямой и рассеянной солнечной радиации // Региональный мониторинг атмосферы. Ч. 2. Новые приборы и методики измерений / Под ред. М.В. Кабанова. Томск: Изд-во «Спектр» Института оптики атмосферы СО РАН, 1997. 295 с.
11. Облака и облачная атмосфера: Справочник / Под ред. И.П. Мазина, А.Х. Хргиана. Л.: Гидрометеониздат, 1989. 647 с.
12. Алленов А.М., Алленов М.И., Иванов В.Н., Соловьев В.А. Стохастическая структура излучения облачности / Под ред. М.И. Алленова. СПб.: Гидрометеониздат, 2000. 176 с.

V.K. Oshlakov. Interpretation of the results of photometry of cloud fields applying the method of compound signal.

Approximation of statistical characteristics of brightness fluctuations observed at a spatial cross section of the cloud field is considered using the model of a compound signal.