

О.А. Гудошникова, Л.Т. Матвеев

Образование и развитие туманов с учетом синоптической обстановки

Российский государственный гидрометеорологический университет, г. Санкт-Петербург

Поступила в редакцию 23.02.2001 г.

Построена численная модель образования тумана. В ее основу положены уравнения притока тепла и водяного пара в турбулентной атмосфере, записанные в инвариантной форме. Основную роль в переносе тепла и водяного пара от земной поверхности к атмосфере и внутри нее играют турбулентные и вертикальные движения. Определение параметров обмена выполнено на основе теории подобия, вертикальной скорости – уравнения неразрывности.

Наиболее часто туманы, согласно наблюдениям, образуются в областях пониженного давления [6]. В качестве характеристик синоптической обстановки (барическое поле) привлечены: геострофический ветер (однозначно связанный с глубиной циклона), скорость ветра и отклонение его от изобары вблизи земной поверхности (на уровне 10 м), размер (радиус) циклона, термическая стратификация, вид (шероховатость) земной поверхности, температура и относительная влажность в исходном состоянии.

Количественно оценено влияние этих характеристик на толщину и водность тумана, возможность его образования.

Туманы и дымки относятся к числу тех атмосферных явлений, с которыми связано резкое изменение оптических и геофизических свойств, прежде всего приземного (приводного) слоя атмосферы. Ухудшение дальности видимости – от 10 до 1 км в дымке и менее 1 км в тумане – оказывает существенное влияние на работу всех видов транспорта: авиационного, автомобильного, речного и морского. При образовании тумана резко уменьшаются эффективное излучение земной поверхности и, как следствие, вероятность возникновения и интенсивность весенних заморозков, губительно действующих на фруктовые и другие сельскохозяйственные культуры в период их цветения.

В выполненных до настоящего времени работах основное внимание уделялось влиянию на туманы радиационного, турбулентного и адвективного притока тепла. Из наблюдений, однако, хорошо известно, что образование туманов тесно связано с синоптической обстановкой. Наиболее существенно области пониженного (циклон, ложбина) и повышенного (антициклон, гребень) давления отличаются тем, что в них различна вертикальная скорость: в первой из этих областей наблюдается, как правило, восходящее, а во второй – нисходящее движение воздуха.

Основная цель статьи – построить численную (гидродинамическую) модель образования и развития туманов и количественно оценить влияние различных факторов на водность и другие характеристики туманов.

Численная модель формирования и эволюции тумана

Известно [1], что главную роль в достижении состояния насыщения и последующей конденсации

водяного пара играют понижение температуры воздуха (T) и увеличение содержания его. В свою очередь, изменение T и содержания водяного пара происходит под влиянием турбулентного обмена, вертикальных движений, адвекции и процесса конденсации. Что касается радиации, то определяющее прямое влияние она оказывает на температуру подстилающей поверхности.

Исходную систему уравнений притока (баланса) тепла и водяного пара, следуя [1], запишем в инвариантной форме:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + w \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Pi}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + w \frac{\partial s}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial s}{\partial z}. \quad (2)$$

В (1), (2) Π и s – инвариантные величины:

$$\Pi = \theta + Lq/c_p, \quad (3)$$

$$s = q + \delta, \quad (4)$$

где q – массовая доля водяного пара; δ – массовая (удельная) водность тумана; $\theta = T(1000/p)^{0,286}$ – потенциальная температура; L и c_p – удельные теплота конденсации и теплоемкость воздуха; w – вертикальная скорость; k – коэффициент турбулентности; z – высота; t – время; s – удельное влагосодержание.

Граничные условия для искомым величин T и s задаются в виде

$$T(0, t) = T_0(t);$$

$$s(0, t) = f_0 q_m [T_0(0), p_0] \quad \text{при } z = 0, \quad (5)$$

$$T(H, t) = T_H(0); \quad s(H, t) = q_H(0) \quad \text{при } z = H. \quad (6)$$

Начальное распределение тех же величин

$$T(z, 0) = \varphi(z);$$

$$s(z, 0) = f_0 q_m(T(z, 0), p(z)) \text{ при } t = 0. \quad (7)$$

Здесь $q_m = 0,622E(T)/p$ – массовая доля насыщенно-водяного пара; f_0 – относительная влажность воздуха при $t = 0$, сохраняющая постоянное значение в пределах всего слоя от 0 до H ; $p_0 = 1000$ гПа – давление воздуха при $z = 0$; распределение давления $p(z)$ по высоте определялось по уравнению статики.

Изменение во времени температуры $T_0(t)$ на земной поверхности описывалось формулой Д. Брента [2]:

$$T_0(t) = T_0(0) - D \sqrt{t}, \quad (8)$$

где D – параметр, зависящий от эффективного излучения поверхности и теплофизических свойств почвы.

Согласно (5) удельное влагосодержание при $z = 0$ сохраняет постоянное значение, равное массовой доле $q(0, 0)$ в начальный момент. Поскольку температура понижается, то достигается состояние насыщения, когда в выражении $s = q_m + \delta$ слагаемое q_m уменьшается до значений $q_m(0, t) < q(0, 0)$, вблизи земной поверхности образуется туман.

Важнейшее значение имеют вертикальная скорость w и коэффициент турбулентности k . Для установления зависимости их от высоты и других параметров использованы результаты теории подобия и размерности, установленные для несжимаемой жидкости (применительно к атмосфере – для равновесной стратификации) немецкими учеными Прандтлем и Карманом и обобщенные на случай неравновесной стратификации А.С. Мониным и А.М. Обуховым [3]. Достаточно общие соотношения, устанавливающие зависимость k , скорости ветра c , температуры T и массовой доли q от высоты, получены в работах [4, 5].

Выпишем здесь формулы для распределения k и T по высоте в приземном слое:

$$k(z) = \chi L_* u_* [1 - \exp(-z/L_*)], \quad (9)$$

$$T(z) = T_0 + T_* \ln(\eta/\eta_0) - \gamma_a(z - z_0). \quad (10)$$

Здесь L_* – масштаб Монино–Обухова; $u_* = \frac{\chi c_1}{\ln(\eta/\eta_0)}$ – масштаб скорости ветра; $T_* = \frac{T_3 - T_2 + \gamma_a(z_3 - z_2)}{\ln(\eta_3/\eta_2)}$ – масштаб температуры;

$$\eta(z) = \exp(z/L_*) - 1; \quad (11)$$

T_0, T_2, T_3 – известные (измеренные) значения температуры на уровнях z_0, z_2 и z_3 соответственно; c – скорость ветра на высоте z_1 ; η_0, η_1, η_2 и η_3 – значения переменной η на уровне шероховатости z_0 и высотах z_1, z_2 и z_3 соответственно; $\chi = 0,38$ – постоянная Кармана.

Масштаб L_* можно представить в виде

$$L_* = \frac{T_2}{g} \frac{u_*^2}{\chi^2 T_*}, \quad (12)$$

где g – ускорение свободного падения.

Знак L_* зависит от T_* . Поскольку $(T_3 - T_2)/(z_3 - z_2) = -\gamma$, то $T_* = (\gamma_a - \gamma)(z_3 - z_2)/\ln(\eta_3/\eta_2)$. Отсюда следует, что T_* и L_* положительны при устойчивой ($\gamma < \gamma_a$) и отрицательны ($T_* < 0, L_* < 0$) при неустойчивой ($\gamma > \gamma_a$) стратификации приземного слоя. По модулю L_* тем больше, чем ближе стратификация к равновесной (меньше разность $|\gamma_a - \gamma|$).

Если уровни z_1, z_2, z_3 выбрать так, что $z_2 = z_1/2$ и $z_3 = 2z_1$, и воспользоваться выражениями для u_* и T_* , то соотношение (12) примет вид

$$\frac{z_1}{L_*} \frac{\ln(\eta_3/\eta_2)}{\ln^2(\eta/\eta_0)} = B, \quad (13)$$

где B – безразмерный параметр:

$$B = \frac{gz_1}{T_2} \frac{T_3 - T_2 + 3\gamma_a z_1/2}{c_1^2}. \quad (14)$$

Если известны разность $T_3 - T_2$ и скорость ветра c_1 , а также z_0/z_1 , то по (14) находим B , а по (13) – масштаб L_*/z_1 .

Результаты расчета L_*/z_1 по соотношению (13) приведены в [4].

Коэффициент турбулентности, определенный формулой (9), растет с высотой в пределах приземного слоя. Из самого определения масштаба следует, что толщина приземного слоя h пропорциональна L_* . Полагая $h = L_*$ при $\gamma < \gamma_a$ и $h = -L_*$ при $\gamma > \gamma_a$ по формуле (9), с учетом выражения для u_* получаем следующее выражение для коэффициента турбулентности $k(h) = k_h$ на верхней границе приземного слоя:

$$\frac{k_h}{z_1 c_1} = \frac{\chi^2 \beta}{\ln(\eta_1/\eta_0)} \frac{L_*}{z_1}, \quad (15)$$

где $\beta = (e - 1)/e$ при $\gamma < \gamma_a$ и $\beta = 1 - e$ при $\gamma > \gamma_a$ (здесь $e = 2,72$ – основание натуральных логарифмов). Выше h коэффициент k практически остается постоянным, не изменяющимся с высотой. Скорость ветра на уровне h равна

$$c_h = c_1 B, \quad (16)$$

где $B = \ln[(e - 1)/\eta_0]/\ln(\eta_1/\eta_0)$ при $\gamma < \gamma_a$ и $B = \ln[(1 - e)/(e\eta_0)]/\ln(\eta_1/\eta_0)$ при $\gamma > \gamma_a$.

В верхней части пограничного слоя ($z \geq h$), где $k = k_h$, решение уравнений движения имеет вид известных выражений Экмана.

Для определения вертикальной скорости w привлекается уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (17)$$

где u, v – проекции скорости ветра (вектора) на горизонтальные оси координат x и y .

Интегрируя (17) по высоте и привлекая уравнения движения при $k = k_h$, получаем для вертикальной скорости, осредненной по площади циклона σ :

$$w = \frac{1}{\sigma} \iint_{(\sigma)} w d\sigma, \quad (18)$$

следующее выражение:

$$w(z) = \frac{1}{2\omega_2 \rho \sigma} \int_l (\tau_{01} - \tau_1) dl. \quad (19)$$

Здесь l – контур, ограничивающий площадь σ ; τ_1 и τ_{01} – проекции турбулентного напряжения трения на высоте z и на земной поверхности соответственно; $2\omega_2$ – кориолисов параметр; ρ – плотность воздуха.

В предположении, что $\sigma = \pi r^2$ и $l = 2\pi r$ (круг радиусом r), получаем следующее выражение для вертикальной скорости на высоте z :

$$w(z) = c_g z_1 (G - G_2) / r + w_h, \quad (20)$$

где c_g – скорость геострофического ветра; w_h – вертикальная скорость при $z = h$.

Анализ величин G и G_2 показывает, что $w(z)$ зависит от четырех безразмерных параметров: $R_0 = c_1 / (\omega_2 z_1)$, c_1 / c_g , z_0 / z_1 и z_1 / L_* и параметра $c_g z_1 / r$ с размерностью скорости. При выполнении расчетов параметр z_1 / L_* задавался, хотя он однозначно связан по соотношению (13) с параметром B и z_0 / z_1 .

Осталась неопределенной введенная в (7) функция $\phi(z)$, описывающая распределение температуры по высоте в начальный момент времени.

В приземном слое естественно считать, что это распределение описывается с помощью формулы (10), при этом должна быть известна (измерена) разность $T_3(0) - T_2(0)$, вошедшая в выражение для масштаба T_* .

Уровни $z_2 = z_1 / 2$ и $z_3 = 2z_1$ и разность температур $T_3 - T_2$ вводятся потому, что в реальных условиях неизвестна и практически не может быть измерена температура T_0 на уровне z_0 . При выполнении модельных расчетов T_0 можно считать известной (заданной). Поэтому формулу для масштаба T_* можно определить, не вводя температур T_2 и T_3 , а только по разности температур T_1 (на высоте z_1) и T_0 (на z_0). Если формулу (10) записать для уровня z_1 , то из нее найдем

$$T_* = \frac{T_1 - T_0 + \gamma_a (z_1 - z_0)}{\ln(\eta_1 / \eta_0)}. \quad (21)$$

Распределение температуры $T(z, 0)$ в начальный момент описывалось с помощью формулы (10) при T_* , определенном соотношением (21). Поскольку туман образуется при устойчивой (как правило, инверсионной) стратификации приземного слоя, то задаваемая разность $T_1 - T_0$ не должна превышать $0,1$ °C (градиент T от z_0 до $z_1 = 10$ м меньше сухадиабатического). Согласно (10) распределение сильно отличается от линейного на малых высотах ($z < L_*$). Вы-

ше приземного слоя ($z > L_*$) основную роль начинает играть в (10) третье слагаемое (градиент T приближается к γ_a). Поскольку в реальных условиях выше приземного слоя градиент T значительно меньше γ_a , то в формуле (10) вместо γ_a вводился градиент γ , к которому приближается изменение T с высотой при $z \gg L_*$.

Кроме разности $T_0 - T_1$ в начальный момент задается относительная влажность f_0 , сохраняющая постоянное значение на всех высотах (от z_0 до H).

Решение системы (1)–(4) при граничных условиях (5)–(6), распределении по высоте температуры и влажности воздуха в начальный момент в согласии с (7), (10) и (21) и изменении с высотой вошедших в исходную систему коэффициента турбулентности и вертикальной скорости по формулам (9) и (20) получено с помощью численного неявного метода прогонки при временном шаге 60 с. При аппроксимации производных по высоте учтена известная закономерность: все величины изменяются с высотой тем быстрее, чем ближе уровень к земной поверхности. С этой целью шаг по высоте принят переменным

$$z_{j+1} - z_j = \beta (z_j - z_{j-1}), \quad (22)$$

где β – постоянная, которую полагаем равной 1,5; 1,25 и 1,0 (для сравнения точности результатов счета). Производные по высоте аппроксимируются следующими соотношениями:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{f_{j+1} - f_j}{2\Delta z_{j+1}} + \frac{f_j - f_{j-1}}{2\Delta z_{j-1}}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 2 \left(\frac{f_{j+1} - f_j}{2\Delta z_{j+1}^2} - \frac{f_j - f_{j-1}}{\Delta z_j^2} + \frac{f_{j-1} - f_{j-2}}{2\Delta z_{j-1}^2} \right), \quad (24)$$

где

$$\Delta z_{j+1} = z_{j+1} - z_j; \Delta z_j = z_j - z_{j-1}; \Delta z_{j-1} = z_{j-1} - z_{j-2}.$$

Результаты расчета

Приведем, прежде всего, сведения о динамических характеристиках – угле отклонения ветра от изобары в приземном слое (α_0), коэффициенте турбулентности (k_H) и вертикальной скорости (w_H) вблизи верхней границы (H) пограничного слоя.

При фиксированных $R_0 = c_1 / (\omega_2 z_1) = 3 \cdot 10^3$, $L_* / z_1 = 5$ и $z_0 / z_1 = 0,1$ угол α_0 увеличивается при увеличении отношения c_1 / c_g :

c_1 / c_g	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
α_0 , град	40	59	71	79	85	90

При увеличении параметра L_* стратификация приземного слоя приближается к сухобезразличной, а турбулентный обмен усиливается. Вследствие этого при заданных $R_0 = 3 \cdot 10^3$, $z_0 / z_1 = 0,1$ и $c_1 / c_g = 0,5$ угол α_0 при увеличении L_* / z_1 уменьшается:

L_* / z_1	5	10	20	50
α_0 , град	71	45	27	5

При фиксированных $c_1/c_g = 0,5$, $z_0/z_1 = 0,1$ и $L_*/z_1 = 50$ при увеличении R_0 угол α_0 увеличивается:

$10^{-4}R_0$	1	1,5	2	2,5	3	4	4,5
α_0 , град	24	33	41	47	53	64	74

При $c_1/c_g = 0,8$, $z_0/z_1 = 0,1$ и $L_*/z_1 = 10$ значения α_0 при различных R_0 следующие:

$10^{-3}R_0$	4,5	5	6	7	8
α_0 , град	64	69	79	88	97

Толкование зависимости α_0 от R_0 , c_1/c_g , z_0/z_1 и L_*/z_1 дано в статье [4].

Приведем теперь данные, непосредственно относящиеся к туманам. Помимо указанных выше динамических параметров (R_0 , c_1/c_g , z_0/z_1 и L_*/z_1), на образование тумана оказывают влияние температура и влажность воздуха в исходном состоянии. Приводимые ниже характеристики туманов получены при следующих, общих для всех случаев, значениях: $T_{z_0}(0) = 15^\circ\text{C}$; $D = 2^\circ\text{C}/\text{ч}^{1/2}$ (температура на уровне z_0 уменьшается на 2°C за первый час от начального момента); $T_{z_1}(0) - T_{z_0}(0) = -0,06^\circ\text{C}$; $z_1 = 10\text{ м}$; $c_g z_1/r = 5 \cdot 10^{-4}\text{ м/с}$ (r – радиус циклона); $\gamma = 0,6 \cdot 10^{-2}^\circ\text{C/м}$ – градиент температуры, описывающий ее распределение при $z \gg L_*$.

Все другие параметры изменялись практически в тех пределах, которые могут наблюдаться в природе. Основным критерием служит угол α_0 , его значения должны быть заключены между 0 и 90° .

Поскольку температура воздуха более всего понижается вблизи земной поверхности (на уровне z_0), то именно здесь начинается образование тумана и наблюдается максимум его водности. При относительной влажности в начальный момент $f(z, 0) = 0,9$, значениях $z_0/z_1 = 0,1$ и $L_*/z_1 = 10$ туман образовался через 3 ч от начального момента. Данные о толщине тумана при различных c_1/c_g и двух значениях R_0 приведены в табл. 1, согласно которой при фиксированном R_0 толщина тумана, особенно в 8 ч, растет при увеличении отношения c_1/c_g .

Существенное влияние на характеристики тумана оказывает шероховатость земной поверхности. Согласно табл. 2, в которой приведены результаты расчета при $R_0 = 9 \cdot 10^3$, $f(z, 0) = 0,9$, $L_*/z_1 = 10$,

$c_1/c_g = 0,6$ толщина тумана более чем в 2 раза уменьшается при уменьшении параметра шероховатости в 2 раза. Водность тумана при уменьшении z_0/z_1 также уменьшается, хотя и более медленно, чем толщина тумана. Существенное увеличение $10^{-3}R_0$ (от 7–9 до 20), т.е. скорости ветра c_1 , сопровождается уменьшением толщины тумана. Объясняется это тем, что при увеличении c_1 усиливается турбулентный обмен, способствующий переносу пара на более высокие уровни и уменьшению содержания его в приземном слое.

Таблица 1

Толщина тумана (м) при различных значениях отношения c_1/c_g

Время, ч	$10^{-3}R_0$	c_1/c_g							
		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3	7	–	8,4	8,5	9,0	9,0	9,0	9,0	10
	9	8,0	8,5	8,7	9,0	9,5	–	–	–
	20	–	3,8	4,0	4,3	4,5	4,6	–	–
6	7	–	30	35	36	40	45	48	50
	9	29	30	35	39	41	–	–	–
	20	–	20	22	26	27	30	–	–
8	7	–	–	80	100	130	150	170	200
	9	60	72	85	100	115	–	–	–
	20	–	55	56	70	76	88	–	–

Таблица 2

Толщина и водность тумана при z_0/z_1 , равных 0,1 (числитель) и 0,05 (знаменатель)

Время, ч	Толщина, м	Водность, г/кг, на высоте 3,5 м
3	10	0,58
	4	0,27
6	41	1,62
	20	1,26
8	115	2,15
	45	1,78

Распределение водности тумана по высоте в фиксированные моменты времени при различных значениях c_1/c_g приведено в табл. 3. Поскольку температура вблизи земной поверхности понижается наиболее значительно, то здесь и наблюдаются наибольшие значения водности. С увеличением высоты водность при фиксированных t и c_1/c_g уменьшается. На заданной высоте водность тумана медленно возрастает при увеличении c_1/c_g .

Таблица 3

Распределение водности (г/кг) тумана по высоте при $R_0 = 3 \cdot 10^3$, $f(z, 0) = 0,9$, $L_*/z_1 = 10$, $z_0/z_1 = 0,1$ и различных c_1/c_g

c_1/c_g	3 ч		6 ч				8 ч				α_0 , град
	Высота, м										
	3,8	8,2	3,8	11,3	25,8	33,3	3,8	11,3	33,3	86,9	
0,1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0
0,2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0
0,3	0,55	0,00	1,56	0,73	0,11	0,00	2,08	1,25	0,43	0,00	25
0,4	0,56	0,00	1,58	0,76	0,15	0,00	2,10	1,29	0,50	0,00	40
0,5	0,56	0,01	1,59	0,78	0,19	0,01	2,11	1,32	0,54	0,01	45
0,6	0,57	0,02	1,59	0,80	0,21	0,05	2,12	1,34	0,58	0,01	47
0,7	0,57	0,02	1,60	0,82	0,24	0,07	2,13	1,36	0,61	0,06	48
0,8	0,57	0,03	1,61	0,83	0,26	0,09	2,14	1,37	0,64	0,09	47
0,9	0,58	0,03	1,61	0,84	0,27	0,11	2,14	1,37	0,66	0,13	46

В заключение сформулируем краткие выводы:

а) все включенные в модель параметры (c_1 , c_g , z_0 , $f(0)$, $T(0)$, L_* , r) оказывают влияние на интенсивность турбулентного обмена и вертикальную скорость, а через них – на время образования, толщину и водность тумана;

б) при фиксированных (закрепленных) значениях всех других параметров толщина и водность тумана увеличиваются при увеличении отношений c_1/c_g , z_0/z_1 , z_1/L_* , относительной влажности $f(0)$ и температуры $T(0)$ в начальный момент;

в) наибольшее влияние на толщину и водность тумана оказывают относительная влажность, шероховатость земной поверхности, масштаб приземного слоя (термическая стратификация);

г) поскольку образование тумана определяется многими факторами, то наблюдается широкий диапазон условий, при которых образуется туман.

1. *Матвеев Л.Т.* Динамика облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 311 с.
2. *Матвеев Л.Т.* Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 255 с.
3. *Монин А.С., Обухов А.М.* // Труды Геофизического института АН СССР. 1954. № 24(151). С. 163–187.
4. *Матвеев Л.Т., Матвеев Ю.Л.* // Изв. РАН. Сер. ФАО. 1995. № 3. С. 356–362.
5. *Матвеев Ю.Л., Матвеев Л.Т.* // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 9. С. 827–830.
6. *Лукин В.А.* Анализ образования туманов на юго-западе Ленинградской области. Воронеж: ВВВ АИУ, 1996. Вып. 18. 411 с.

О.А. Gudoshnikova, L.T. Matveev. **Model of formation and evolution of fogs accounting for synoptic situation.**

A numerical model of formation of fogs is proposed based on the equations for heat and water vapor influx in the turbulent atmosphere written in the invariant form. Turbulent and vertical motions play the main part in the heat and water vapor transport from the earth surface to the atmosphere and inside it. Exchange parameters are found in terms of the similarity theory, parameters of vertical speed – by the equation of continuity.

According to observations, formation of fogs mostly takes place in the regions of lowered pressure⁶. Geostrophic wind (uniquely connected with the depth of a cyclone), wind speed and its deviation from the isobar near the earth surface (at the level of 10 m), size (radius) of the cyclone, thermal stratification, type (roughness) of the earth surface, temperature, and initial relative humidity are used as the characteristics of synoptic situation (baric field).