

РАССЕЯНИЕ И ПЕРЕНОС ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН  
В АТМОСФЕРЕ

А.С. Гурвич, В. Кан

УДК 551.593.13:551.524.1+53.082.532

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРОВ ФЛУКТУАЦИЙ ИНДЕКСА  
РЕФРАКЦИИ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ПОКРЫТИЯ ЗВЕЗД  
АТМОСФЕРОЙ ЗЕМЛИ

Показано, что задача вычисления спектров флуктуаций индекса рефракции в атмосфере на основе измерений мерцаний во время затменных наблюдений звезд из космоса сводится к задаче томографии на плоскости. Подробно рассмотрен случай анизотропных неоднородностей в атмосфере. Исследованы пути практического определения вертикальных одномерных спектров индекса рефракции. Приводятся примеры вычисления спектров из наблюдений мерцаний с борта орбитальной станции «Салют-7».

В [1] получены явные выражения для двумерного спектра  $F_I$  мерцаний звезд при наблюдении их с борта космического аппарата (КА) через атмосферу Земли. При вычислении  $F_I$  предполагалось, что в атмосфере относительные флуктуации  $v$  индекса рефракции  $N$

$$v = (N - \langle N \rangle) / \langle N \rangle,$$

где  $\langle N \rangle$  означает статистическое среднее, статистически локально изотропны на сфере и статистически локально однородны по высоте. Для случайного поля  $v$  считался заданным пространственный спектр  $\Phi_v$ . В настоящей работе обсуждаются возможности практического решения обратной задачи: требуется определить спектральные характеристики случайного поля  $v$  из наблюдений мерцаний с борта КА при тех же предположениях о статистических свойствах этого поля. Вопрос об определении спектров  $v$  на основе наблюдения мерцаний для локально изотропных неоднородностей рассмотрен частично в [2]. Поэтому здесь особое внимание уделяется случаю сильно анизотропных, вытянутых в двух измерениях неоднородностей, которые, как показывают, например, наблюдения [3, 4], типичны для стратосферы.

При наблюдениях мерцаний с борта КА регистрируется в той или иной форме световой поток  $I$  вдоль траектории движения. Скорость КА столь велика, что наблюдаемое поле  $I$  можно считать «замороженным» во времени, и полученная запись позволяет получить экспериментальную оценку одномерного пространственного спектра флуктуации интенсивности  $V_I$ . Покажем, что  $V_I$  и  $F_I$  связаны преобразованием Радона [5] и задача определения  $F_I$  по измерениям  $V_I$  на совокупности траекторий  $S$  сводится к решению задачи томографии на плоскости [6].

Так же, как и в [7], влияние атмосферы будем учитывать эквивалентным фазовым экраном, расположенным в плоскости, перпендикулярной истинному направлению на звезду и проходящей через центр Земли. При наблюдении мерцаний существенно движение наблюдателя поперек луча, так как вдоль луча корреляционный масштаб флуктуаций светового потока  $I$  существенно больше, чем в перпендикулярной лучу плоскости. Ограничиваясь рассмотрением случаев малых углов рефракции, что практически всегда имеет место при наблюдениях звезд в оптическом диапазоне длин волн через планетные атмосферы, выделим плоскость наблюдения, параллельную фазовому экрану. КА находится в плоскости наблюдателя в момент времени  $t_0$ , соответствующий середине некоторого сеанса наблюдений. В дальнейшем будем пренебрегать малым, равным углом рефракции, отклонением нормали к плоскости наблюдателя от луча в точке наблюдения.

Обозначим через  $L$  расстояние от фазового экрана до КА в момент  $t_0$ . Далее предполагаем, что статистическое среднее значение индекса рефракции  $\langle N \rangle = N(h)$  зависит только от высоты  $h$  над поверхностью Земли, имеющей форму сферы радиуса  $a_l$ . Если не принимать во внимание флуктуации угла рефракции, то можно считать, что рефрагировавший в атмосфере и приходящий к наблюдателю на КА в момент  $t_0$  луч от звезды лежит в плоскости, которая проходит через центр Земли. Эта плоскость перпендикулярна фазовому экрану и ее естественно назвать плоскостью луча. Обозначим через  $\alpha$  угол между плоскостью луча и перпендикулярной ему составляющей скорости КА в момент времени  $t_0$ . Одномерный спектр флуктуаций светового потока  $V_I(\kappa, \alpha)$ , оценка которого может быть получена из измерений  $I$  на некотором отрезке траектории в сеансе наблюдений, связан с вычисленным в [1] двумерным спектром  $F_I$  флуктуаций  $I$  в плоскости наблюдения следующим отношением:

$$V_I(\kappa_s, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} F_I \left( \frac{\kappa_s}{\cos \alpha} - \kappa' \sin \alpha, \kappa' \cos \alpha \right) d\kappa' \quad (1)$$

Связь между пространственной частотой  $\kappa_s$  и частотой  $f$ , являющейся аргументом вычисляемого из измерений частотного спектра мерцаний  $W_I(f)$ , устанавливается следующим соотношением:

$$\kappa_s = 2\pi f / v_{\perp}, \quad (2)$$

где  $v_{\perp}$  — составляющая скорости КА, перпендикулярная приходящему лучу, для момента  $t_0$ .

Формула (1) получается, если корреляционную функцию флуктуации светового потока в плоскости наблюдателя  $B_I(\Delta S, \alpha)$  вдоль проекции  $S$  траектории движения КА на эту плоскость записать в виде спектрального представления со спектром  $F_I(\kappa_1, \kappa_2)$  и затем вычислить  $V_I(\kappa_s, \alpha)$  как Фурье-преобразование  $B_I(\Delta S, \alpha)$  по  $\Delta S$ .

При выводе (1) предполагается, что на отрезке измерений проекцию траектории можно считать прямолинейной, а также пренебречь при вычислениях криволинейностью координат  $\kappa_1, \kappa_2$ , введенных в [1]. Основанием для этих предположений является малость высоты атмосферы, которая характеризуется параметром  $H_0/a_l$ , где  $H_0 \approx 6 - 8$  км — высота однородной атмосферы. Не представляет труда убедиться, что интеграл (1) является интегралом от  $F_I$  по прямой на плоскости  $\kappa_1, \kappa_2$ . Прямая отсекает отрезки  $\kappa_s/\cos \alpha$  и  $\kappa_s/\sin \alpha$  на осях  $0\kappa_1$  и  $0\kappa_2$ , соответственно, тогда как  $\kappa_s$  — расстояние от прямой до начала координат. Таким образом,  $V_I$  является прямым преобразованием Радона  $F_I$  [5, 6]. Поскольку существует явная формула для преобразования Радона, то, пользуясь ею и совокупностью измерений  $V_I(\kappa_s, \alpha)$  при всех  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ , можно, в принципе, вычислить  $F_I(\kappa_1, \kappa_2)$ . Если далее использовать выражения [1]

$$F_I(\kappa_1, \kappa_2) = 4\kappa^2 q^{-1} \sin^2 \left[ \frac{L}{2\kappa} \left( \frac{\kappa_1^2}{q} + \kappa_2^2 \right) \right] F_{\Psi} \left( \frac{\kappa_1}{q}, \kappa_2 \right); \quad (3)$$

$$F_{\Psi}(\kappa_1, \kappa_2) = \frac{2\pi a_l H_0 \bar{N}^2}{(1 + \kappa_1^2 H_0^2)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\nu}(\kappa_1, (\kappa_2^2 + \kappa_3^2)^{1/2}) \exp \left( -\frac{a_l H_0 \kappa_3^2}{1 + \kappa_1^2 H_0^2} \right) d\kappa_3, \quad (4)$$

связывающие  $F_I$  со спектром  $\Phi_{\nu}$ , где  $q$  — среднее рефракционное ослабление, то становится очевидным способ решения поставленной выше обратной задачи. Однако практическая реализация этого способа на основе измерений  $V_I(\kappa_s, \alpha)$  с последующим использованием обратного преобразования Радона может натолкнуться на труднопреодолимые препятствия, возникающие в силу двух причин: математической некорректности обратного преобразования Радона и крайней сложности получения совокупности данных  $V_I(\kappa_s, \alpha)$  для разных  $\alpha$  при проведении измерений с борта КА. Поэтому изложенный выше общий подход следует рассматривать прежде всего как некоторое обоснование возможности решения обратной задачи.

Использование априорной информации о характере флуктуаций показателя преломления в средней атмосфере сильно упрощает определение их спектральных характеристик. Выше было отмечено, что наблюдения [3, 4] определенно указывают на сильную анизотропию неоднородностей в стратосфере. Кроме того, наблюдения [8] показали, что спектр мерцаний быстро затухает на частотах, значительно меньших, чем  $(\kappa/L)^{1/2}$ . Следовательно, при решении обратной задачи можно исходить из приближения геометрической оптики. Последнее означает, что в (2) синус можно заменить его аргументом.

Рассмотрим случай, когда наблюдаемая звезда находится в плоскости орбиты КА. Этому соответствует  $\alpha = 0$ . В приближении геометрической оптики не составляет труда получить следующее выражение для  $V_I(\kappa_1)$  подставляя (3) в (1) и выполняя интегрирование по  $\kappa_2$  и  $\kappa_3$ :

$$V_I(\kappa_1) = \frac{2\pi L^2 \bar{\Psi}^2}{\kappa_1 H_0} \int_0^{\infty} \Phi_{\nu} \left( \frac{\kappa_1}{q}, \kappa \right) \exp \left( -\frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0} \right) \left\{ \left( \frac{\kappa_1^2}{q} + \frac{\kappa^2}{2} \right)^2 I_0 \left( \frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0} \right) + \left( \frac{\kappa_1^2}{q} + \frac{\kappa^2}{2} \right) \kappa^2 I_1 \left( \frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0} \right) + \frac{\kappa^4}{8} \left[ I_0 \left( \frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0} \right) - I_2 \left( \frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0} \right) \right] \right\} \kappa d\kappa, \quad (5)$$

где  $\bar{\Psi}$  — среднее значение эйконала,  $\bar{\Psi} = (2\pi a_l H_0)^{1/2} \bar{N}$ ;  $I_n(\xi)$  — функция Бесселя мнимого аргумента. В (5) предполагается  $\kappa_1 H_0 \gg 1$ . Кроме того, спектр  $\Phi_{\nu}(\kappa_1, \kappa)$  достаточно быстро убывает при больших  $\kappa$ : т.е. существует такое  $\kappa_m$ , что при  $\kappa > \kappa_m$

$$\kappa^5 \Phi_{\nu}(\kappa_1, \kappa) \rightarrow 0, \quad \kappa_m \ll (\kappa/L)^{1/2}. \quad (6)$$

Конкретное значение  $\kappa_m$  может зависеть от  $\kappa_1$ . Последнее неравенство в (6) является одним из условий применимости геометрической оптики для расчета спектров флуктуации светового потока  $I$ . Для интервала частот

$$(\kappa/L)^{1/2} \gg \kappa_1 \gg \kappa_m \quad (7)$$

выражение (5) упрощается и имеет вид

$$V_I(\kappa_1) = \frac{2\pi\kappa_1^3 \bar{\Psi}^2 L^2}{q^2 H_0} \int_0^\infty \Phi_v\left(\frac{\kappa_1}{q}, \kappa\right) \exp\left(-\frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0}\right) I_0\left(\frac{\kappa^2 a_l q^2}{2\kappa_1^2 H_0}\right) \kappa d\kappa. \quad (8)$$

Для дальнейшего анализа целесообразно ввести новую переменную интегрирования  $\kappa' = (q\kappa/\kappa_1) \cdot (a_l/2H_0)^{1/2}$ . Тогда

$$V_I(\kappa_1) = \frac{4\pi\kappa_1^3 \bar{\Psi}^2 L^2}{q^4 a_l} \int_0^\infty \Phi_v\left(\frac{\kappa_1}{q}, \frac{\kappa_1}{q} \left(\frac{2H_0}{a_l}\right)^{1/2} \kappa'\right) \exp(-\kappa'^2) I_0(\kappa'^2) \kappa' d\kappa' \quad (9)$$

Если воспользоваться известными свойствами функции  $I_0(\xi) I_0(\xi) = 1 + O(\xi)$  при  $\xi \ll 1$ ;

$$\xi \cdot \exp(-\xi^2) I_0(\xi^2) \rightarrow (2\pi)^{-1/2} \text{ при } \xi \rightarrow \infty, \quad (10)$$

то для интервала частот (7) из (9) с учетом (6) имеем

$$V_I(\kappa_1) = \frac{\kappa_1^3 \bar{\Psi}^2 L^2}{q^2 H_0} V_v\left(\frac{\kappa_1}{q}\right), \quad (11)$$

где

$$V_v(\kappa_1) = 2\pi \int_0^\infty \Phi_v(\kappa_1, \kappa) \kappa d\kappa. \quad (12)$$

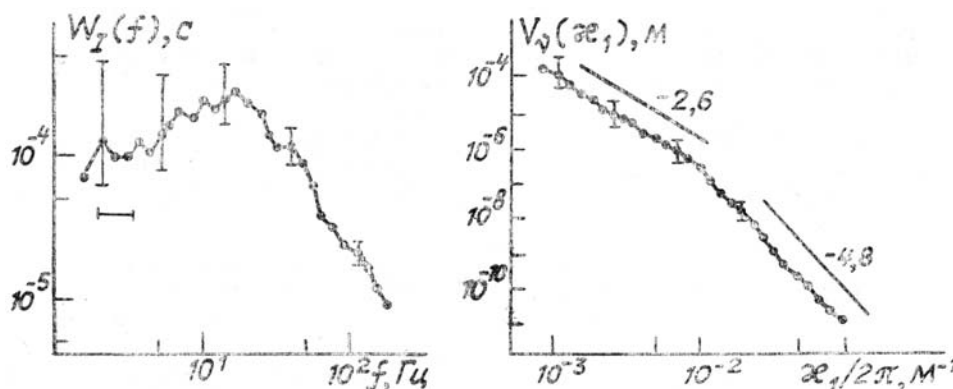
При принятых выше допущениях о статистической структуре случайного поля  $v$  (12) является выражением вертикального одномерного спектра  $V_v(\kappa_1)$  через  $\Phi_v(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$ . Физический смысл вертикального одномерного спектра  $V_v$  следует из того, что его оценка может быть получена из измерений  $v$  с помощью зонда, вертикально поднимающегося или спускающегося в атмосфере. Пользуясь (11) и (12) можно получить оценку  $V_v$  из измерений мерцаний с борта КА.

На примере оценок частотных спектров мерцаний, полученных в [8], вычислим  $V_v(\kappa_1)$  в предположении, что в диапазоне вертикальных размеров 10 м ± 1 км неоднородности показателя преломления сильно анизотропны. На рисунке представлена оценка частотного спектра  $W_I(f)$ , полученная из наблюдений звезды Арктур во время сеанса 11.09.85 г. Расчет  $W_I(f)$  проводился по двухсекундному отрезку записи светового потока при средней высоте перигея луча 33 км. На этой высоте мерцания существенно превосходят дробовой шум фотоприемника и вместе с этим их относительная дисперсия невелика: индекс мерцаний равен 13%. Как оценено в [8], влиянием хроматизма на этой высоте вплоть до самых малых масштабов, до которых измерен спектр, можно пренебречь. Направление на звезду во время наблюдений составляло 22° с плоскостью орбиты. Для того, чтобы перейти от частоты  $f$  к пространственной частоте  $\kappa_1$ , входящей в формулы (11) и (12), использовалось предположение о сильной вытянутости неоднородностей индекса рефракции вдоль поверхности Земли. Это позволяло в условиях проведенных наблюдений пренебрегать смещением луча вдоль поверхности Земли, приходящего к наблюдателю, и вместо общей формулы (2) использовать упрощенную  $\kappa_1 = 2\pi f/v_v$ , где  $v_v$  — проекция скорости КА на вертикаль — прямую, являющуюся пересечением плоскости наблюдения и плоскости луча. С учетом того, что частотный спектр вычислялся как Фурье-преобразование по положительным частотам, получаем

$$V_I(\kappa_1) = (v_v/4\pi) W_I(f) \quad (13)$$

На рис. 1 наряду со спектром  $W_I(f)$  представлен рассчитанный по нему с использованием (11), (12) пространственный одномерный спектр  $V_v(\kappa_1)$  относительных флуктуаций индекса рефракции. В полученном спектре можно выделить два участка с различной скоростью убывания спектральной плотности  $V_v$  с ростом пространственной частоты  $\kappa_1$ . В области низких частот  $0,8 \cdot 10^{-3} \leq \kappa_1/2\pi \leq 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  одномерный спектр  $V_v(\kappa_1)$  пропорционален  $\kappa_1^{-2,6}$ , для более высоких частот  $0,2 \cdot 10^{-2} \leq \kappa_1/2\pi \leq 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ м}^{-1}$  — пропорционален  $\kappa_1^{-4,8}$ . Характерная частота  $(\kappa_1)_0/2\pi \approx 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  является условной

границей между двумя участками с разными скоростями убывания спектральной плотности  $V_v$ . На высоте 33 км, к которой относится восстановленный спектр, атмосфера имеет устойчивую термическую стратификацию и в [8] было высказано предположение, что  $2\pi/(\kappa_1)_0$  соответствует масштабу Болджиано — Обухова [10, 11].



Частотный спектр мерцаний  $W_I(f)$  и пространственный  $V_v(\kappa_1)$  спектр относительных флуктуаций индекса рефракции. Горизонтальная черта — спектральное окно, вертикальная — 90-процентный доверительный интервал оценки спектральной плотности

В оптическом диапазоне длин волн индекс рефракции  $N$  пропорционален отношению давления к температуре воздуха. Исходя из предположения, что мелкомасштабные относительные флуктуации давления в атмосфере существенно меньше, чем мелкомасштабные же относительные флуктуации температуры, можно считать, что восстановленный спектр  $V_v(\kappa_1)$  является также одномерным спектром относительных флуктуаций температуры в стратосфере. В [12] на основе анализа записей мерцаний, наблюдавшихся в различных географических пунктах, было высказано предположение, что относительные флуктуации температуры в стратосфере не очень сильно меняются по высоте и слабо зависят от географических координат. Поэтому спектр  $V_v(\kappa_1)$ , представленный на рис. 1, является, по-видимому, достаточно типичным для земной стратосферы. Следует отметить также, что восстановленные из наблюдений мерцаний спектры  $V_v(\kappa_1)$  являются осредненными по большому пространству и поэтому в них не проявляется пятнистая структура турбулентности, характерная для турбулентности в устойчиво стратифицированных средах.

1. Гурвич А. С. // Оптика атмосферы. Т. 2. № 3. С. 237–243.
2. Гурвич А. С., Тиме Н. С., Туровцева Л. С., Турчин В. Ф. // Изв. АН СССР. ФАО. 1974. Т. 10. № 5. С. 484.
3. Гречко Г. М., Гурвич А. С., Ляхов В. А., Савченко С. А., Соколовский С. В. // Изв. АН СССР. ФАО. 1981. Т. 17. № 11. С. 1123.
4. Гурвич А. С., Загоруйко С. В., Кан В., Попов Л. И., Рюмин В. В., Савченко С. А., Чочиа П. А. // Доклады АН СССР. 1981. Т. 259. № 6. С. 1330.
5. Хелгасон С. Преобразование Радона. М.: Мир, 1983. С. 150.
6. Пикалов В. В., Преображенский И. Г. // УФН. 1983. Т. 141. № 3. С. 469.
7. Гурвич А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 8. С. 951.
8. Богданов Л. В., Гречко Г. М., Гурвич А. С., Джанибеков В. А., Евстафьева С. И., Кан В., Пахомов А. И., Савченко С. А. // Доклады АН СССР, 1987. Т. 295. № 2. С. 317.
9. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Т. 2. М.: Наука, 1967. С. 720.
10. Обухов А. М. // Доклады АН СССР. 1959. Т. 125. № 6. С. 1246.
11. Volgiano R. // J. Geophys. Res. 1959. V. 64. № 12. P. 2226.
12. Гречко Г. М., Гурвич А. С., Джанибеков В. А., Кан В., Савченко С. А. // Исследования Земли из космоса. 1989 (в печати).

Институт физики атмосферы  
АН СССР, Москва

Поступила в редакцию  
12 декабря 1988 г.

**A. S. Gurvich, V. Kan. Reconstruction of the Refractive-index Fluctuation Spectrum from Occupation Measurements Aboard Satellites.**

It is shown that the refractive-index fluctuation spectrum of the atmosphere can be calculated using the spectrum of star scintillations and computer tomography technique. Simple formulas are obtained for the refractive-index inhomogeneities strongly stretched along the Earth's surface. As an example the reconstruction is performed for the calculations of star scintillations observed by the station «Salyut-7».