«Оптика атмосферы», **4**, № 3 (1991)

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ
ОБРАБОТКА ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 551.521+551.576

Е.И. Касьянов, Г.А. Титов

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ В УСЛОВИЯХ РАЗОРВАННОЙ ОБЛАЧНОСТИ: МЕТОД РЕШЕНИЯ

В модели разорванной облачности, построенной на пуассоновских потоках точек, получена замкнутая система уравнений для корреляционной функции интенсивности длинноволновой радиации и разработан метод ее решения.

Облачное поле как ансамбль облаков, рассеивающих и излучающих тепловую радиацию, является стохастическим образованием. Радиационное поле, преобразованное реальной облачностью, также будет случайным, что диктует необходимость применения статистических методов к исследованию полей облачности и радиации. Многие природные процессы, например нагревание атмосферы и поверхности Земли, таяние снега и т. д., зависят не только от среднего количества поступающей радиации, но и от ее пространственной и временной изменчивости, поэтому требуется располагать полной информацией о вероятностных свойствах радиационного поля, или по крайней мере о среднем, дисперсии и корреляционной функции.

Известно, что при расчетах переноса длинноволновой радиации в атмосфере необходимо учитывать поглощение излучения атмосферными газами. Для приближенного учета такого поглощения обычно используют функции пропускания. В дальнейшем мы будем рассматривать взаимодействие излучения только с облачным веществом, поэтому область применения разработанных методов вычисления статистических характеристик поля яркости ограничены участками «окон прозрачности».

Формулы для расчета средней интенсивности теплового излучения получены в [1]. При выводе предполагалось, что рассеянием длинноволновой радиации в облаках можно пренебречь. Границы применимости указанного приближения изучаются в [2], где построен алгоритм статистического моделирования для оценки средней интенсивности теплового излучения и исследовано влияние эффектов многократного рассеяния на формирование поля яркости длинноволновой радиации.

В настоящей статье на основе стохастического уравнения переноса получена и решена замкнутая система уравнений для корреляционной функции интенсивности теплового излучения.

Метод решения. Предположим, что за исключением облачного поля атмосфера горизонтально однородна, характеризуется температурой $T(z)$ и находится в состоянии термодинамического равновесия. Подстилающая поверхность является абсолютно черным излучателем и имеет температуру $T_s = T(0)$. Оптическая модель разорванной облачности задается в слое Λ $(h \le z \le H)$ в виде случайных скалярных полей коэффициента ослабления $\sigma\varkappa(\mathbf{r})$, вероятности выживания кванта $\lambda\varkappa(\mathbf{r})$ и индикатрисы рассеяния $g(\omega, \omega')\varkappa(\mathbf{r})$, где $\omega = (a, b, c)$ — единичный вектор направления, $\varkappa(\mathbf{r})$ — индикаторная функция случайного множества $G \in \Lambda$, в котором присутствует облачное вещество. Математическая модель поля $\varkappa(\mathbf{r})$ строится на пуассоновских потоках точек [3], в которой $\langle\varkappa(\mathbf{r})\rangle = p$ — безусловная, а $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (1-p)\exp(-A(\omega)|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) + p$ — условная вероятности наличия облаков. Здесь $A(\omega) = A(|a| + |b|)$, где $A = (1{,}65(N - 0{,}5)^2 + 1{,}04)/D$; $N = p$ — балл облачности; D — характерный горизонтальный размер облаков.

Для упорядоченной последовательности точек $\{\mathbf{r}_i\}$, координаты которых образуют монотонные последовательности, n-мерная вероятность наличия облаков факторизуется и справедлива формула для расщепления корреляций [3]:

$$\langle\varkappa(\mathbf{r}_1)\varkappa(\mathbf{r}_2)R[\varkappa]\rangle = V(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2)\langle\varkappa(\mathbf{r}_2)R[\varkappa]\rangle, \tag{1}$$

где $R[\varkappa]$ — функционал, зависящий от значений $\varkappa(\mathbf{r})$ вдоль ломаной, проходящей через $\{\mathbf{r}_i\}$, $i = 2, \ldots, n$, угловые скобки означают среднее по ансамблю. Без учета поглощения аэрозолем и атмосферными газами случайная интенсивность $I(\mathbf{r}, \omega)$ в пределах Λ удовлетворяет стохастическому уравнению переноса, которое для интенсивности нерассеянного $\varphi(\mathbf{r}, \omega)$ и диффузного $i(\mathbf{r}, \omega)$ излучения можно записать в виде

$$\varphi(\mathbf{r},\ \omega)+\frac{\sigma}{|c|}\int\limits_{E_z}\varkappa(\mathbf{r}')\,\varphi(\mathbf{r}',\ \omega)\,d\xi=\frac{(1-\lambda)\,\sigma}{|c|}\int\limits_{E_z}\varkappa(\mathbf{r}')\,B(\xi)\,d\xi+I_z(\omega), \tag{2}$$

$$i(\mathbf{r},\ \omega)+\frac{\sigma}{|c|}\int\limits_{E_z}\varkappa(\mathbf{r}')\,i(\mathbf{r}',\ \omega)\,d\xi=\frac{\sigma}{|c|}\int\limits_{E_z}\varkappa(\mathbf{r}')\,\Phi_i(\mathbf{r}',\ \omega)\,d\xi, \tag{3}$$

$$\Phi_i(\mathbf{r},\ \omega)=\lambda\int\limits_{4\pi}g(\omega,\ \omega')\,(i(\mathbf{r},\ \omega')+\varphi(\mathbf{r},\ \omega'))\,d\omega', \tag{4}$$

где

$$E_z=\begin{cases}(h,\ z),\ c>0,\\(z,\ H),\ c<0,\end{cases}\quad I_z(\omega)=\begin{cases}I_h^{\uparrow}(\omega),\ c>0,\\I_H^{\downarrow}(\omega),\ c<0,\end{cases}$$

$\mathbf{r}'=\mathbf{r}+\dfrac{\xi-z}{c}\omega$; $I_z(\omega)$ — интенсивность внешних источников на границах облачного слоя; $B(z)=B(T(z))$ — функция Планка.

Отметим, что если не рассматривать рассеяние в надоблачном и подоблачном слоях, то влияние аэрозольно-газовой атмосферы можно легко учесть через граничные условия.

Решение уравнения (2) имеет вид

$$\varphi(\mathbf{r},\ \omega)=\frac{(1-\lambda)\,\sigma}{|c|}\int\limits_{E_z}B(\xi)\,\varkappa(\mathbf{r}')\,j(\mathbf{r}')\,d\xi+I_z(\omega)\,j(\mathbf{r}), \tag{5}$$

где функцию $j(\mathbf{r})=\exp\left(-\dfrac{\sigma}{|c|}\int\limits_{E_z}\varkappa(\mathbf{r}')d\xi\right)$ можно интерпретировать как случайную интенсивность нерассеянного излучения в точке $\mathbf{r}$, при условии что в точке $\mathbf{r}^{(0)}=(x^{(0)},\,y^{(0)},\,\xi)=\mathbf{r}\,\dfrac{z-\xi}{c}\omega$, $\xi=h$, $c>0$, $\xi=H$, $c<0$ находится мононаправленный источник единичной мощности, излучающий в направлении ω.

Представим корреляционную функцию интенсивности длинноволновой радиации в виде $\left\langle I(\mathbf{x}_1)I(\mathbf{x}_2)\right\rangle=\left\langle\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\right\rangle+\left\langle\varphi(\mathbf{x}_1)i(\mathbf{x}_2)\right\rangle+\left\langle i(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\right\rangle+\left\langle i(\mathbf{x}_1)i(\mathbf{x}_2)\right\rangle$, здесь $\mathbf{x}_i=(\mathbf{r}_i,\,\omega_i)$, $i=1,\ 2$ — точка фазового пространства X координат и направлений. На основе стохастических уравнений (2), (3) для каждой из этих составляющих, физический смысл которых очевиден, получим уравнения, решим их или разработаем алгоритмы их решения методом Монте-Карло.

Пусть точки $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ и направления ω_1 и ω_2 выбраны таким образом, что выполняются условия

$$x_2^{(0)}\leqslant x_2\leqslant x_1^{(0)}\leqslant x_1,\ \ y_2^{(0)}\leqslant y_2\leqslant y_1^{(0)}\leqslant y_1, \tag{6}$$

знаки неравенств по одной или обеим координатам можно сменить на противоположные.

1. Функции $\left\langle\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\right\rangle$ и $\left\langle\varphi(\mathbf{x}_1)i(\mathbf{x}_2)\right\rangle$

Запишем (5) в точках $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$, перемножим и усредним по ансамблю реализаций $\varkappa(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned}\varphi(\mathbf{x}_1)\,\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle={}&\frac{\sigma^2(1-\lambda)^2}{|c_1|\,|c_2|}\int\limits_{E_{z_1}}d\xi_1\int\limits_{E_{z_2}}d\xi_2\,B(\xi_1)B(\xi_2)\langle\varkappa(\mathbf{r}_1')\varkappa(\mathbf{r}_2')j(\mathbf{r}_1')j(\mathbf{r}_2')\rangle+\\&+I_z(\omega_1)\,\frac{\sigma(1-\lambda)}{|c_2|}\int\limits_{E_{z_2}}B(\xi)\,\langle\varkappa(\mathbf{r}_2')\,j(\mathbf{r}_2')\,j(\mathbf{r}_1)\rangle\,d\xi+\\&+I_z(\omega_2)\,\frac{\sigma(1-\lambda)}{|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}}B(\xi)\,\langle\varkappa(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_2)\rangle\,d\xi+I_z(\omega_1)\,I_z(\omega_2)\,\langle j(\mathbf{r}_1)\,j(\mathbf{r}_2)\rangle.\end{aligned} \tag{7}$$

В дальнейшем будет показано, что при построении алгоритмов Монте-Карло для вычисления функций $\langle i(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle$ и $\langle i(\mathbf{x}_1)i(\mathbf{x}_2)\rangle$ необходимо знать корреляции $\langle \varkappa(\mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle$ и $\langle \varkappa(\mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{x}_1)i(\mathbf{x}_2)\rangle$, которые можно получить на основе уравнения (5). Умножим выражение $\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)$ на $\varkappa(\mathbf{r}_1)$ и усредним с учетом формулы (1):

$$<\varkappa(\mathbf{r}_1)\,\varphi(\mathbf{x}_1)\,\varphi(\mathbf{x}_2)> = \frac{\sigma^2(1-\lambda)^2}{|c_1|\,|c_2|}\int\limits_{E_{z_1}} d\xi_1 \int\limits_{E_{z_2}} d\xi_2 B(\xi_1)\,B(\xi_2)\,V(\mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_1')<\varkappa(\mathbf{r}_1')\,\varkappa(\mathbf{r}_2')\,j(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_2')> +$$

$$+ I_z(\omega_1)\frac{\sigma(1-\lambda)}{|c_2|}\int\limits_{E_{z_2}} B(\xi)\,V(\mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_2')<\varkappa(\mathbf{r}_2')\,j(\mathbf{r}_2')\,j(\mathbf{r}_1)>d\xi +$$

$$+ I_z(\omega_2)\frac{\sigma(1-\lambda)}{|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}} B(\xi)\,V(\mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_1')<\varkappa(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_2)>d\xi + I_z(\omega_1)\,I_z(\omega_2)<\varkappa(\mathbf{r}_1)\,j(\mathbf{r}_1)\,j(\mathbf{r}_2)>. \quad (8)$$

Из уравнений (7), (8) следует, что корреляции $\langle\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle$ и $\langle\varkappa(\mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle$ можно найти, если известны статистические характеристики функции $j(\mathbf{r})$. В работе [4] эти характеристики получены для любого расположения точек $\mathbf{x}_i$, лежащих в одной плоскости.

После умножения (5) на $i(\mathbf{x}_2)$ и $\varkappa(\mathbf{r}_1)i(\mathbf{x}_2)$ и усреднения с учетом (1) имеем

$$<\varphi(\mathbf{x}_1)\,i(\mathbf{x}_2)> = \frac{\sigma(1-\lambda)}{|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}} B(\xi)<\varkappa(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_1')\,i(\mathbf{x}_2)>d\xi + I_z(\omega_1)<j(\mathbf{r}_1)\,i(\mathbf{x}_2)>, \quad (9)$$

$$<\varkappa(\mathbf{r}_1)\,\varphi(\mathbf{x}_1)\,i(\mathbf{x}_2)> = \frac{\sigma(1-\lambda)}{|c_1|}\int\limits_{E_{z_1}} B(\xi)\,V(\mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_1')<\varkappa(\mathbf{r}_1')\,j(\mathbf{r}_1')i(\mathbf{x}_2)>d\xi +$$

$$+ I_z(\omega_1)<\varkappa(\mathbf{r}_1)\,j(\mathbf{r}_1)\,i(\mathbf{x}_2)>. \quad (10)$$

Согласно (9), (10) искомые корреляции выражаются через функции $\langle j(\mathbf{r}_1)i(\mathbf{x}_2)\rangle$ и $\langle\varkappa(\mathbf{r}_1)j(\mathbf{r}_1)i(\mathbf{x}_2)\rangle$, , для которых получены простые аналитические формулы [5], справедливые лишь при $\omega_1 = \omega_\perp = (0,0\pm1)$. В общем случае для произвольного направления ω_1 имеем:

$$S(\mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_2) = <\varkappa(\mathbf{r}_1)\,j(\mathbf{r}_1)\,i(\mathbf{x}_2)> = pv(z_1)<i(z_2,\ \omega_2)> +$$

$$+ pv_A(z_1)\,(u(z_2,\ \omega_2) - <i(z_2,\ \omega_2)>)\exp(-Ax\Delta x - Ay\Delta y), \quad (11)$$

$$<j(\mathbf{r}_1)\,i(\mathbf{x}_2)> = <j(z_1)><i(z_2,\ \omega_2)> +$$

$$+ \frac{p}{1-p}(v(z_1) - <j(z_1)>)\,(u(z_2,\ \omega_2) - <i(z_2,\ \omega_2)>)\exp(-Ax\Delta x^{(0)} - Ay\Delta y^{(0)}), \quad (12)$$

$$\Delta x = |x_1 - x_2|,\ \Delta y = |y_1 - y_2|,$$

$$\Delta x^{(0)} = |x_1^{(0)} - x_2|,\ \Delta y^{(0)} = |y_1^{(0)} - y_2|, \quad (13)$$

$$pv(\tilde{z}) = <\varkappa(\mathbf{r})\,j(\mathbf{r})> = \sum_{i=1}^{2} D_i e^{-\lambda_i\tilde{z}},\ \tilde{z} = \begin{cases}(z-h)/c,\ c>0,\\ (z-H)/c,\ c<0,\end{cases} \quad (14)$$

$$v_A(\tilde{z}) = \sum_{i=1}^{2}\frac{D_i\lambda_i}{\lambda_i - A(\omega)}\exp(-(\lambda_i - A(\omega))\,\tilde{z}),$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{\sigma + A(\omega)}{2} \mp \frac{\sqrt{(\sigma + A(\omega))^2 - 4A(\omega)\sigma p}}{2},$$

$$D_1 = \frac{\lambda_2 - \sigma}{\lambda_2 - \lambda_1}, \; D_2 = 1 - D_1,$$

а для функций $\langle i(z, \omega)\rangle$ и $pu(z, \omega) = \langle \varkappa(\mathbf{r}) i(\mathbf{r}, \omega)\rangle$ построены алгоритмы статистического моделирования [5]. Корреляционные функции интенсивности и потоков диффузной солнечной радиации вычисляются с помощью метода Монте-Карло [5], [8]. Случайный вес в построенных алгоритмах определяется функцией $S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, поэтому при вычислении случайного веса необходимо учитывать зависимость $S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ от ω_1.

2. Корреляции $\langle i(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle$ и $\langle i(\mathbf{x}_1) i(\mathbf{x}_2)\rangle$

Обозначим через $f(\mathbf{x}_2)$ случайные интенсивности $i(\mathbf{x}_2)$ или $\varphi(\mathbf{x}_2)$. Из (3), (4) и (6) следует, что $i(\mathbf{r}', \omega_1) f(\mathbf{x}_2) = R|\varkappa(\mathbf{r})|$ является функционалом, явно зависящим от значений $\varkappa(\mathbf{r})$ до точки $\mathbf{r}'$ и неявно через Φ_i от значений $\varkappa(\mathbf{r})$ во всем слое Λ, поэтому формулу (1) можно использовать как приближение.

Запишем (3) для точки $\mathbf{x}_1$, умножим на $f(\mathbf{x}_2)$ и $\varkappa(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{x}_2)$ и усредним с учетом (1):

$$<i(\mathbf{x}_1) f(\mathbf{x}_2)> + \frac{\sigma p}{|c_1|} \int\limits_{E_{z_1}} Y(\mathbf{r}_1', \; \omega_1, \; \mathbf{x}_2)\, d\xi = \frac{\sigma p}{|c_1|} \int\limits_{E_{z_1}} \Phi_y(\mathbf{r}_1', \; \omega_1, \; \mathbf{x}_2)\, d\xi; \tag{15}$$

$$Y(\mathbf{x}_1, \; \mathbf{x}_2) + \frac{\sigma}{|c_1|} \int\limits_{E_{z_1}} V(\mathbf{r}_1, \; \mathbf{r}_1')\, Y(\mathbf{r}_1', \; \omega_1, \; \mathbf{x}_2)\, d\xi = \frac{\sigma}{|c_1|} \int\limits_{E_{z_1}} V(\mathbf{r}_1, \; \mathbf{r}_1')\, \Phi_y(\mathbf{r}_1', \; \omega_1, \; \mathbf{x}_2)\, d\xi; \tag{16}$$

$$pY(\mathbf{x}_1, \; \mathbf{x}_2) = <\varkappa(\mathbf{r}_1)\, i(\mathbf{x}_1)\, f(\mathbf{x}_2)>;$$

$$py(\mathbf{x}_1, \; \mathbf{x}_2) = <\varkappa(\mathbf{r}_1)\, \varphi(\mathbf{x}_1)\, f(\mathbf{x}_2)>;$$

$$\Phi_y(\mathbf{x}_1, \; \mathbf{x}_2) = \lambda \int\limits_{4\pi} g(\omega, \; \omega')\,(Y(\mathbf{r}_1, \; \omega', \; \mathbf{x}_2) + y(\mathbf{r}_1, \; \omega', \; \mathbf{x}_2))\, d\omega'. \tag{17}$$

Уравнение (16) формально не отличается от уравнения для функции $u(\mathbf{x}) = \langle \varkappa(\mathbf{r}) I(\mathbf{x})\rangle / p$ [2], исключение составляет наличие в (12) дополнительного аргумента $\mathbf{x}_2$, который можно рассматривать как параметр. Это обстоятельство позволяет не проводить громоздкие выкладки и записать для функции $W(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = Y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ интегральное уравнение:

$$W(\mathbf{x}_1, \; \mathbf{x}_2) = \frac{\lambda}{|c_1|} \int\limits_{E_{z_1}} d\xi \int\limits_{4\pi} \sum_{i=1}^{2} D_i \lambda_i \exp\left(-\lambda_i \frac{|z_1 - \xi|}{|c_1|}\right) g(\omega_1, \; \omega')\, W(\xi, \; \omega', \; \mathbf{x}_2)\, d\omega' + y(\mathbf{x}_1, \; \mathbf{x}_2). \tag{18}$$

После подстановки (18) в (16) и выполнения преобразований, которые подробно изложены в [2], для функции $\langle i(\mathbf{x}_1) f(\mathbf{x}_2)\rangle$ можно записать

$$<i(\mathbf{x}_1) f(\mathbf{x}_2)> = \frac{\lambda\sigma p}{|c_1|} \int\limits_{E_{z_1}} d\xi \int\limits_{4\pi} \sum_{i=1}^{2} D_i \exp\left(-\lambda_i \frac{|z_1 - \xi|}{|c_1|}\right) g(\omega_1, \; \omega')\, W(\xi, \; \omega', \; \mathbf{x}_2)\, d\omega'. \tag{19}$$

Рассмотрим алгоритм оценки методом Монте-Карло линейного функционала $\langle i(z_* \omega_*) f(\mathbf{x}_2)\rangle$. Поскольку приемник излучения локализован, а источник распределен в фазовом пространстве координат и направлений, то будем применять метод сопряженных блужданий [6].

Запишем сопряженное уравнение переноса:

$$\omega \nabla I^*(\mathbf{r}, \; -\omega) + \sigma\varkappa(\mathbf{r})\, I^*(\mathbf{r}, \; -\omega) = \lambda\sigma \int\limits_{4\pi} g(-\omega, \; -\omega')\, \varkappa(\mathbf{r})\, I^*(\mathbf{r}, \; -\omega')\, d\omega' + p(\mathbf{r}, \; -\omega), \tag{20}$$

с граничными условиями

$$I^*(\mathbf{r}, \; -\omega)|_{\substack{z=h \\ c>0}} = I^*(\mathbf{r}, \; -\omega)|_{\substack{z=H \\ c<0}} = 0, \tag{21}$$

и плотностью источника

$$p(\mathbf{r}, -\boldsymbol{\omega}) = \delta(z - z_*)\,\delta(\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}_*). \tag{22}$$

Интегральное уравнение для функции $U^*(z, -\omega) = \langle \varkappa(\mathbf{r}) I^*(\mathbf{r}, -\omega)\rangle / p$ имеет вид [7]

$$U^*(\mathbf{x}^*) = \int\limits_X k^*(\mathbf{x}', \mathbf{x}^*)\, U^*(\mathbf{x}')\, d\mathbf{x}' + v(\tilde{z}_*)\,\delta(\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}_*), \tag{23}$$

где

$$k^*(\mathbf{x}', \mathbf{x}^*) = \frac{\lambda g(-\boldsymbol{\omega}, -\boldsymbol{\omega}') \sum\limits_{i=1}^{2} D_i \lambda_i \exp(-\lambda_i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}\, \delta\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + \boldsymbol{\omega}\right),$$
$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{r}, -\boldsymbol{\omega}). \tag{24}$$

Используя теорему оптической взаимности [6], можно показать, что

$$\begin{aligned} &< i(z_*, \boldsymbol{\omega}_*)\, f(\mathbf{x}_2) > = \\ &= \frac{\lambda \sigma p}{|c_*|} \int\limits_{E_{z_*}} d\xi \int\limits_{4\pi} d\boldsymbol{\omega}'\, W(\mathbf{x}', \mathbf{x}_2) \int\limits_{4\pi} g(\boldsymbol{\omega}', \boldsymbol{\omega}'')\, v(\xi)\, \delta(\boldsymbol{\omega}'' - \boldsymbol{\omega}_*)\, d\boldsymbol{\omega}'' = \\ &= \frac{\lambda \sigma p}{|c_*|} \int\limits_{E_{z_*}} d\xi \int\limits_{4\pi} d\boldsymbol{\omega}'\, U^*(\xi, -\boldsymbol{\omega}') \int\limits_{4\pi} g(-\boldsymbol{\omega}', -\boldsymbol{\omega}'')\, y(\xi, -\boldsymbol{\omega}'', \mathbf{x}_2)\, d\boldsymbol{\omega}''. \end{aligned} \tag{25}$$

Возможность применения метода Монте-Карло для оценки линейного функционала $\langle i(z_*, \omega_*) f(\mathbf{x}_2)\rangle$ обеспечивается сходимостью в пространстве L_1 ряда Неймана уравнения (23).

Определим цепь Маркова $\{\mathbf{x}_i\}$ начальной $\pi(\mathbf{x}_0) = \sum\limits_{i=1}^{2} D_i \lambda_i \exp(-\lambda_i \tilde{z}_0)$ и переходной $k^*(\mathbf{x}', \mathbf{x}^*)/\lambda$ плотностью, тогда

$$< i(z_*, \boldsymbol{\omega}_*)\, f(\mathbf{x}_2) > = M \sum_{n=0}^{N_1} Q_n\, y(\mathbf{r}_n, -\boldsymbol{\omega}_{n+1}, \mathbf{x}_2), \tag{26}$$

где M – знак математического ожидания по ансамблю реализаций, N_1 – случайный номер последнего состояния и случайный вес:

$$Q_0 = \frac{\sigma p v(\tilde{z}_0, \boldsymbol{\omega})\, \delta(\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}_*)}{\pi(\tilde{z}_0, \boldsymbol{\omega})}, \quad Q_n = \lambda Q_{n-1},$$

$\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) = \mathbf{r}_* + \dfrac{z_0 - z_*}{c}\boldsymbol{\omega}$ – точка первого столкновения.

Для расчета $\langle i(z_*, \omega_*) f(\mathbf{x}_2)\rangle$ необходимо моделировать траектории из точки $\mathbf{r}^* = (0, 0, z_*)$ с начальным направлением $-\omega_*$ и в каждой точке столкновения $\mathbf{r}_n$ вычислять величину $y(\mathbf{r}_n, -\omega_{n+1}, \mathbf{x}_2)$. Напомним, что функция $y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ определяется выражением (17), поэтому, если $f(\mathbf{x}_2) = \varphi(\mathbf{x}_2)$, то $py(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \langle \varkappa(\mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{x}_1)\varphi(\mathbf{x}_2)\rangle$, а при $f(\mathbf{x}_2) = i(\mathbf{x}_2)$, $py(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \langle \varkappa(\mathbf{r}_1)\varphi(\mathbf{x}_1) i(\mathbf{x}_2)\rangle$. Корреляции $y(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ могут быть получены из уравнений (8), (10).

При решении задачи о переносе теплового излучения через неизотермические облака требуется знать температурный профиль в облаке. Сложная зависимость $B(T(z))$ приводит к необходимости применять численное интегрирование для решения уравнений (7)–(10). Если использовать предположение об изотермичности облаков, то уравнения (7)–(10) существенно упрощаются и для искомых корреляций получим

$$< \varphi(\mathbf{x}_1)\, \varphi(\mathbf{x}_2) > = < \varphi(z_1, \boldsymbol{\omega}_1) > < \varphi(z_2, \boldsymbol{\omega}_2) > +$$

$$+ (I_z(\omega_1) - (1-\lambda) B_c)(I_z(\omega_2) - (1-\lambda) B_c) \times$$

$$\times (<j(\mathbf{r}_1) j(\mathbf{r}_2)> - <j(z_1)> <j(z_2)>); \tag{27}$$

$$<\varphi(\mathbf{x}_1) i(\mathbf{x}_2)> = <\varphi(z_1, \omega_1)> <i(z_2, \omega_2)> +$$

$$+ (I_z(\omega_1) - (1-\lambda) B_c)(<j(\mathbf{r}_1) i(\mathbf{x}_2)> - <j(z_1)> <i(z_2, \omega_2)>), \tag{28}$$

$$<\varkappa(\mathbf{r}_1) \varphi(\mathbf{x}_1) \varphi(\mathbf{x}_2)> = p\Psi(z_1, \omega_1) <\varphi(z_2, \omega_2)> + (\Psi(z_2, \omega_2) -$$

$$- <\varphi(z_2, \omega_2)>) p\Psi_A(z_1, \omega_1) \exp(-Ax\Delta x - Ay\Delta y), \tag{29}$$

$$<\varkappa(\mathbf{r}_1) \varphi(\mathbf{x}_1) i(\mathbf{x}_2)> = p\Psi(z_1, \omega_1) <i(z_2, \omega_2)> + (u(z_2, \omega_2) -$$

$$- <i(z_2, \omega_2)>) p\Psi_A(z_1, \omega_1) \exp(-Ax\Delta x - Ay\Delta y), \tag{30}$$

$$\Psi(z, \omega) = <\varkappa(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{x})>/p = (1-\lambda) B_c + v(\tilde{z})(I_z(\omega) - (1-\lambda) B_c), \tag{31}$$

$$\Psi_A(z, \omega) = (1-\lambda) B_c + v_A(\tilde{z})(I_z(\omega) - (1-\lambda) B_c), \tag{32}$$

$B_c = B(T_c)$, T_c — температура облаков. Заметим, что при $A(\omega) = 0$, $\Psi_A(z, \omega) = \Psi(z, \omega)$.

Подставив (29), 30) в (26), получим

$$<i(\mathbf{x}_1) \varphi(\mathbf{x}_2)> = <i(z_1, \omega_1)> <\varphi(z_2, \omega_2)> + (\Psi(z_2, \omega_2) -$$

$$- <\varphi(z_2, \omega_2)>) M \sum_{n=0}^{N_1} Q_n \Psi_A(z_n, -\omega_{n+1}) \exp(-Ax\Delta x_0 - Ay\Delta y_0), \tag{33}$$

$$<i(\mathbf{x}_1) i(\mathbf{x}_2)> = <i(z_1, \omega_1)> <i(z_2, \omega_2)> + (u(z_2, \omega_2) -$$

$$- <i(z_2, \omega_2)>) M \sum_{n=0}^{N_1} Q_n \Psi_A(z_n, -\omega_{n+1}) \exp(-Ax\Delta x_0 - Ay\Delta y_0), \tag{34}$$

$$\Delta x_0 = |x_0 - x_2|, \ \Delta y_0 = |y_0 - y_2|.$$

Таким образом, на основе стохастического уравнения переноса получены уравнения для корреляционной функции интенсивности длинноволновой радиации и разработаны методы и алгоритмы их решения.

1. Zuev V.E., Zhuravleva T.B., Titov G.A. //Geophys. Res. 1987. V. D92. P. 5533.
2. Касьянов Е.И., Титов Г.А. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 133–140.
3. Титов Г.А. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1985. Т. 21. № 9. С. 940.
4. Журавлева Т.Б., Титов Г.А. //Оптико-метеорологические исследования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 108 с.
5. Журавлева Т.Б., Титов Г.А. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 10. С. 79–86.
6. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. //Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976. 283 с.
7. Титов Г.А. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 4. С. 3–18.
8. Журавлева Т.Б., Титов Г.А. //Исследование Земли из космоса. 1989. Т. 2. № 4. С. 35–43.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
26 октября 1990 г.

E.I. Kas'yanov, G.A. Titov. **Correlation Function for the Intensity of Long-Wave Radiation under the Conditions of Broken Cloudeness.**

Closed system of equations for the correlation function of the long-wave radiation intensity is obtained in the paper within the framework of the broken cloudeness model constructed based on the use of Poisson fluxes of points.