

Математическое моделирование конвективной облачности в полярных регионах

А.Е. Алоян^{1,3}, В.О. Арутюнян¹, А.Н. Ермаков^{2*}

¹Институт вычислительной математики РАН
119333, г. Москва, ул. Губкина, 8

²Институт энергетических проблем химической физики
119334, г. Москва, Ленинский пр., 38, корп. 2

³Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации
123242, г. Москва, Большой Предтеченский пер., 11–13

Поступила в редакцию 12.10.2016 г.

Рассматривается трехмерная численная модель влажной конвекции и формирования конвективной облачности в атмосфере Арктики. Используется модель смешанных облаков с явным описанием жидкой и ледяной фаз и с учетом нестационарных уравнений спектра размеров облачных капель и ледяных частиц. Изучается возможность использования модели конвективной облачности для воспроизведения полярных мезомасштабных циклонов в атмосфере Арктики.

Ключевые слова: численное моделирование, атмосфера, конвективная облачность, полярные мезомасштабные циклоны, конденсация, коагуляция, нуклеация; numerical simulation, atmosphere, convective cloudiness, polar mesoscale cyclones, condensation, coagulation, nucleation.

Введение

Облака являются важнейшим климатообразующим фактором; их образование влияет на баланс потоков длинноволновой (тепловой) и коротковолновой (солнечной) радиации. Существует ряд моделей конвективных облаков, в которых для описания микрофизических процессов используется обобщенный подход. При таком подходе спектр размеров частиц описывается с помощью простых аналитических функций (логнормального распределения, гамма-распределения и др.), при этом вычисляются один или два параметра спектра. Модель, которая используется для детального описания спектра размеров частиц, позволяет вычислить явным образом распределения по размерам облачных частиц разных типов. В отличие от обобщенного подхода, явное описание микрофизических процессов требует значительных вычислительных ресурсов, так как учитывается множество интервалов размеров. В моделях [1, 2] рассматривается формирование облака с детальной микрофизикой и учетом функции распределения по размерам облачных капель и льда.

Образование и эволюция облака — сложные процессы, в которых участвуют различные взаимодействующие между собой факторы. Важными являются кинетические процессы конденсации / испарения и коагуляции, определяющие поведение мно-

гофазной дисперсной системы в целом и распределение частиц по размерам. Как известно, в облачных системах при отрицательных температурах вода одновременно находится в различных фазовых состояниях: газообразном (водяной пар), жидком (вода) и твердом (лед). Моделирование этих процессов будем проводить в рамках 3-мерной гидродинамической численной модели формирования 2-фазной облачности в атмосфере. С использованием кинетических уравнений конденсации / коагуляции вычисляются кинетика формирования капель и ледяных частиц, а также изменчивость их счетной и массовой концентраций.

Следует отметить, что конвективная облачность является предшественником образования полярных мезомасштабных циклонов (ПМЦ) [3]. Основными источниками энергии при этом являются турбулентные потоки тепла и влаги от морской поверхности. Мезомасштабные циклоны описывают метеорологические процессы — от незначительных атмосферных вихрей до формирования конвективной облачности. Образование полярных циклонов происходит в холодное время года — с октября по май, когда холодные воздушные массы Арктики появляются над открытой водной поверхностью океана. Характерной чертой ПМЦ является короткий период их существования по сравнению с крупномасштабными циклонами. ПМЦ возникают вследствие термодинамического неравновесия между океаном и атмосферой, когда океан отдает избыток энергии путем образования интенсивных атмосферных вихрей, а также при образовании конвективных условий над океаном,

* Арташ Еремович Алоян (aloyan@m.inm.ras.ru); Вардан Оганесович Арутюнян (vardan@m.inm.ras.ru); Александр Николаевич Ермаков (ayermakov@chph.ras.ru).

когда восходящий поток засасывает окружающий воздух. Быстрое ослабление ПМЦ происходит при их смещении над ледяной поверхностью или при приближении к суше, так как при этом отсекается основной источник энергии. Но если облачный мезовихрь над водой неподвижен, то он может сохраняться относительно долго — более 2 сут.

Математическая модель формирования конвективной облачности в двухфазной системе

Постановка задачи. Рассмотрим 2-фазную облачную систему, состоящую из воды и льда. Основные уравнения запишем в дивергентной (потокковой) форме. Представим термодинамические величины, как и для водяного облака, в виде суммы двух слагаемых:

$$\varphi = \bar{\varphi}(z) + \varphi'(x, y, z, t), \quad \varphi = \rho, \vartheta, q_v, p,$$

где ρ — плотность; ϑ — потенциальная температура; q_v — удельная влажность; p — давление.

Тогда уравнения движения в индексных обозначениях можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}u_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j u_i) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} - 2\varepsilon_{ijk}\bar{\rho}\Omega_j u_k + \\ + \delta_{i3}\bar{\rho}\hat{g}\left(\frac{\vartheta'}{\vartheta} + \varepsilon q'_v - Q_w - Q_l - \frac{p'}{\kappa\bar{p}}\right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ε_{ijk} — абсолютно антисимметричный тензор; δ_{i3} — функция Кронекера; Ω_i — вектор угловой скорости вращения Земли; \hat{g} — ускорение свободного падения; $\kappa = c_p/c_v$ — показатель адиабаты; $\varepsilon = 0,608 = R_d/R_v$ (R_d и R_v — удельные газовые постоянные для сухого воздуха и водяного пара соответственно); Q_w, Q_l — отношения смесей жидкой и ледяной воды соответственно; τ_{ij} — тензор вязких напряжений Рейнольдса.

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial \bar{\rho}u_j}{\partial x_j} = 0. \quad (2)$$

Законы сохранения энергии и массы водяного пара задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\vartheta) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j\vartheta) = \\ = \frac{\vartheta}{c_p\bar{T}}(L_e\Phi_e + L_s\Phi_s + L_f\Phi_f) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\rho}K_H\frac{\partial\vartheta}{\partial x_j}\right); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}q_v) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_jq_v) = -\Phi_e - \Phi_s + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\rho}K_H\frac{\partial q_v}{\partial x_j}\right), \quad (4)$$

где Φ_e, Φ_s, Φ_f — скорости изменения массы воды из-за конденсации / испарения, сублимации / осаднения

и замерзания, соответственно, за единицу времени; T — абсолютная температура; L_e, L_s, L_f — удельная теплота испарения, сублимации и замерзания соответственно. Численный алгоритм решения задачи (1)–(4) изложен в [4, 5].

Напряжение Рейнольдса подсеточного масштаба. После осреднения в уравнениях гидротермодинамики по объему расчетной ячейки получаются новые слагаемые, описывающие напряжения Рейнольдса подсеточного масштаба. Симметричный тензор напряжения τ_{ij} представляется в виде функции, зависящей от тензора деформации D_{ij} среднего движения. Более детальное описание можно найти в [6–8].

Уравнения коагуляции и конденсации для 2-фазного конвективного облака. Рассмотрим 2-компонентную дисперсную среду, состоящую из облачных капель и ледяных частиц. Отметим, что водная фаза при отрицательных температурах является метастабильной и любое слияние капель с ледяными кристаллами стимулирует практически мгновенное промерзание капель, а коагуляция ведет к дополнительному образованию ледяных частиц. Такое приближение обусловлено тем, что процессы замерзания протекают на 5–6 порядков быстрее, чем рост капель в облаках. Важную роль играют также процессы конденсации / испарения капель. Соответствующие кинетические уравнения, учитывающие все эти факторы, можно представить в следующем виде [4, 9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_w}{\partial t} + \frac{\partial[v_w(g)C_w(g)]}{\partial g} = \\ = \frac{1}{2}\int_0^g \tilde{K}(g-s, s)C_w(g-s)C_w(g-s)C_w(s)ds - \\ - C_w(g)\int_0^\infty \tilde{K}(g, s)C(s)ds + J_w(g, t); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_d}{\partial t} + \frac{\partial[v_d(g)C_d(g)]}{\partial g} = \\ = \frac{1}{2}\int_0^g \tilde{K}(g-s, s)C_d(g-s)[C_d(s) + 2C_w(s)]ds - \\ - C_d(g)\int_0^\infty \tilde{K}(g, s)C(s)ds + J_d(g, t), \end{aligned} \quad (6)$$

где $C_w(g)$ — концентрация (спектр) облачных капель; $C_d(g)$ — концентрация ледяных частиц; $C = C_w + C_d$ — суммарная концентрация; g — полная масса частиц; v_w, v_d — скорость роста частиц с суммарной массой g . Источники J_w и J_d описывают изменения спектров водяных капель и ледяных частиц, обусловленные нуклеацией, спонтанным промерзанием водяных капель и другими процессами. Добавочное слагаемое $2C_w(s)C_d(g-s)$ в правой части уравнения (6) описывает перенос ледяных частиц, образующихся при столкновениях водяных капель и ледяных частиц с суммарной концентрацией $C_d(g)$.

Для дискретизации задачи (1)–(6) по времени используется метод слабой аппроксимации с дробными

шагами [10]. Дробные шаги и схема аппроксимации (5)–(6) по времени вводятся так, чтобы в соответствии с принципами расщепления по физическим процессам каждый временной интервал $[t_j, t_{j+1}]$ включал два основных этапа: 1) процессы коагуляции, 2) процессы конденсации с источником. Численный алгоритм решения уравнений коагуляции и конденсации приведен в [11].

Помимо уравнений роста частиц и теплового баланса, замкнутая система уравнений для описания конденсации содержит уравнение массового баланса, учитывающее распределение массовой концентрации по фракциям и сохранение суммарной массы конденсирующегося вещества в облаке. Получающаяся при этом полная система уравнений описывает кинетику конденсации и коагуляции в смешанном облаке при произвольных температурах.

Нуклеация водяного пара. Скорость сублимации индивидуальной ледяной частицы массой m можно представить как

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi ED_e F_v}{\frac{R_v T}{e_{si}} + \frac{L_s^2 D_v F_v}{R_v T^2 k_a F_h}} \left(S_i - \frac{L_s Q_h}{4\pi C k_a F_h R_v T^2} \right), \quad (7)$$

где S_i и e_{si} – пересыщение и давление насыщающего водяного пара над льдом; L_s – скрытое тепло сублимации; Q_h – дополнительный источник тепла из-за замерзания; E – эквивалентная емкость; D_v и R_v – коэффициент диффузии и удельная газовая постоянная водяного пара; k_a – термическая проводимость воздуха; F_v и F_h – коэффициенты вентиляции для пара и тепла соответственно [12].

Нуклеация при осаждении и конденсационном охлаждении. Водяной пар поглощается поверхностью ядер конденсации и прямо преобразуется в лед. Давление пара окружающей среды должно превышать его значение насыщения, однако сверхнасыщения не требуется. Конденсационное охлаждение – это последовательность событий, когда на поверхности ядра образуется пленка жидкости, а потом конденсат охлаждается. В отличие от иммерсионного охлаждения, в данном случае конденсация и охлаждение происходят практически одновременно. Существенным отличием от нуклеации при осаждении является то, что здесь необходимо сверхнасыщение по отношению к воде. Совместная концентрация ядер осаждения и конденсационного охлаждения представляется в работах [1, 13].

Начальные и граничные условия. Задача решается в области $D_t = D \times [0, T]$, где $D = \{(x, y, z); x_i \in [-X_i, X_i], i = 1, 2; z \in [0, H]\}$, H – верхняя граница области моделирования. Начальные и граничные условия задаются следующим образом:

$$u'_i = 0 \quad (i = \overline{1, 3}), \quad \vartheta' = 0, \quad q'_v = 0, \quad (8)$$

$$C_w = C_w^0(z), \quad C_d = 0 \quad \text{при } t = 0;$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (i = \overline{1, 3}), \quad \frac{\partial \rho \vartheta'}{\partial x_j} = 0, \quad \frac{\partial \rho q'_v}{\partial x_j} = 0$$

$$\text{при } x_j = \pm X_j \quad (j = 1, 2); \quad (9)$$

$$u'_i = 0 \quad (i = \overline{1, 3}), \quad \vartheta' = 0, \quad q'_v = 0, \quad (10)$$

$$C_w = 0, \quad C_d = 0 \quad \text{при } z = H;$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial z} = a_u \rho u_i \quad (i = 1, 2),$$

$$\frac{\partial \rho \vartheta'}{\partial z} = a_\vartheta \rho (\vartheta - \vartheta_0), \quad \frac{\partial \rho q'_v}{\partial z} = a_\vartheta \rho (q_v - q_{v0}),$$

$$\frac{\partial C_w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial C_d}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = h, \quad (11)$$

$$w = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (12)$$

На боковых границах области моделирования для функций C_w и C_d задаются следующие краевые условия:

$$C_w|_\Gamma = 0, \quad C_d|_\Gamma = 0, \quad \text{если } u_n < 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial C_w}{\partial n}|_\Gamma = 0, \quad \frac{\partial C_d}{\partial n}|_\Gamma = 0, \quad \text{если } u_n \geq 0. \quad (14)$$

Здесь Γ – боковая поверхность; n – внешняя нормаль к Γ ; u_n – нормальная компонента вектора скорости; h – высота приземного слоя атмосферы; a_u и a_ϑ – параметры, определяемые из модели приземного слоя атмосферы; ϑ_0 и q_{v0} – значения у поверхности Земли потенциальной температуры и удельной влажности соответственно; C_w, C_d – фоновые концентрации.

Численный алгоритм. Для решения задачи используется метод расщепления по физическим процессам [10]. На каждом шаге по времени сначала решается задача гидротермодинамики (1)–(4), а затем уравнения микрофизической модели (5)–(14). Подробное описание численного алгоритма решения задачи гидродинамики приведено в [4].

Результаты численных экспериментов

Были проведены численные эксперименты по моделированию образования конвективной облачности над морем в атмосфере Арктического региона. Формирование конвективной облачности над морем, обусловленное повышенной температурой на морской поверхности, является предшественником образования мезоциклонов. Для этого на морской поверхности задается температура на 15° выше, чем на высоте 2 м над морем, что характерно для ПМЦ.

Расчеты проводились при следующих значениях входных параметров: $X = 100$ км, $Y = 100$ км, $\Delta x = \Delta y = 2000$ м, число узлов расчетной сетки $51 \times 51 \times 40$, $\Delta z_1 = 50$ м, $\Delta z_2 = 100$ м, $\Delta z_k = 150$ м ($k = 3, \dots, 40$). Основным источником развития конвекции является температурное возмущение на поверхности моря. В численных экспериментах концентрация ядер конденсации на уровне 500 м составляла 700 см^{-3} . Выше этого уровня полагалось, что концентрация экспоненциально убывает [1].

Используемая модель смешанного облака включает явное описание жидкой и ледяной фаз с учетом нестационарных уравнений для спектра размеров

облачных капель и частиц льда. Спектры ледяных частиц и водных капель представлены 19 интервалами размеров от 0,2 до 760 мкм для ледяных частиц и от 0,022 до 100 мкм для водных капель. Шаг по времени для модели гидротермодинамики – 2 мин, для модели кинетики – 30 с.

Момент времени $t = 0$ в модели соответствует 10 ч утра местного времени. В начальный момент времени в центральной части области интегрирования (32×32 км) на поверхности водного бассейна задается температурное возмущение (15°C), действующее в течение 3 ч; вне этой области принимается $\vartheta = 0$.

На рис. 1 и 2 приведены поля вектора скорости и потенциальной температуры в плоскости (x, y) на высоте 600 м. Величина скорости достигает 10 м/с, отклонение потенциальной температуры на 4° выше,

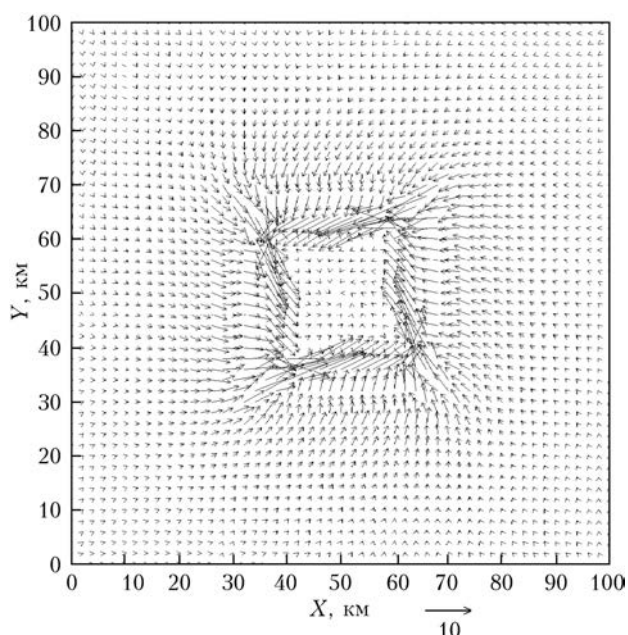


Рис. 1. Поле скорости в плоскости (x, y) на высоте 600 м

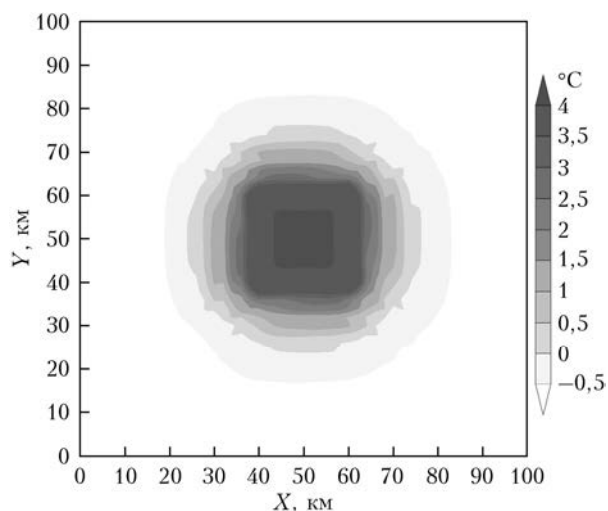


Рис. 2. Поле потенциальной температуры в плоскости (x, y) на высоте 600 м

чем в окрестности. На рис. 3 показано поле вертикальной скорости (м/с) в плоскости (x, y) на высоте 600 м. Рис. 4 иллюстрирует изменчивость спектра размеров облачных капель и ледяных частиц в центральной части облака на высоте 600 м. В начальной стадии развития облака доминирующая роль принадлежит

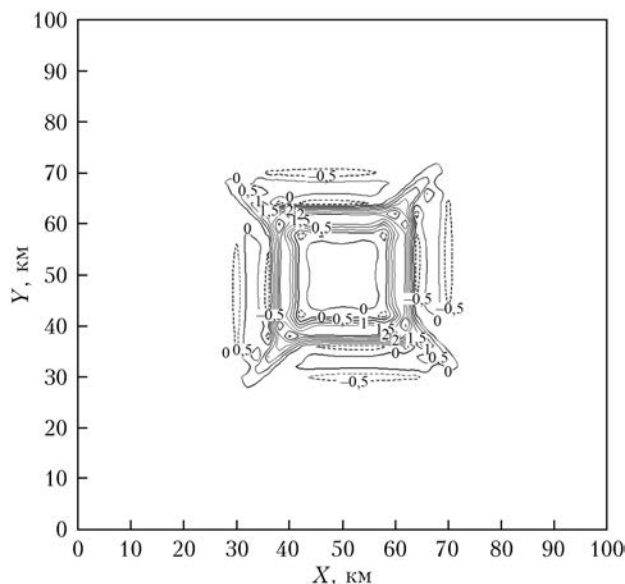


Рис. 3. Поле вертикальной скорости в плоскости (x, y) на высоте 600 м

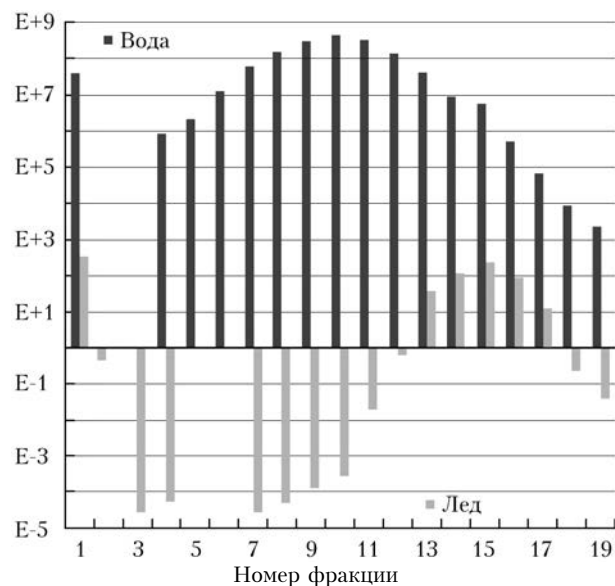


Рис. 4. Спектр облачных капель и ледяных частиц в центральной части облака на высоте 600 м

процессам нуклеации и конденсации. С ростом вертикальной скорости пересыщение возрастает, что приводит к увеличению роли коагуляции. В результате во всем облаке спектр становится бимодальным, а доля мелких капель в общей водности уменьшается, т.е. вследствие коагуляции водность перераспределяется от мелких капель к более крупным.

Заклучение

Разработана трехмерная гидродинамическая численная модель формирования двухфазного конвективного облака в атмосфере с учетом микрофизических процессов. Для совместного решения кинетических уравнений конденсации и коагуляции используется метод расщепления по физическим процессам. Для численного решения кинетических уравнений коагуляции используется сеточный метод, для уравнений конденсации — метод частиц. По разработанной модели проводились численные эксперименты для воспроизведения характера атмосферной циркуляции и формирования конвективной облачности в атмосфере. Исследована изменчивость счетной и массовой концентраций облачных капель и ледяных частиц в зависимости от спектра размеров. Анализ полученных результатов показывает, что данная модель может быть использована при решении задач, связанных с формированием полярных мезомасштабных циклонов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 14-37-00053) в ФБГУ «Гидрометцентр России».

1. *Kogan Y.L.* An investigation of ice production mechanisms in small cumuliform clouds using a 3-d model with explicit microphysics. Part I: Model description // *J. Atmos. Sci.* 2000. V. 57, N 18, P. 2989–3003.
2. *Reisin T., Levin Z., Tzivion S.* Rain production in convective clouds as simulated in an axisymmetric model

with detailed microphysics. Part I: Description of the model // *J. Atmos. Sci.* 1996. V. 53, N 2. P. 497–519.

3. *Rasmussen E.A., Turner J.* Polar lows: Mesoscale weather systems in the polar regions. UK, Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 612 p.
4. *Алоян А.Е.* Моделирование динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. М.: Наука, 2008. 405 с.
5. *Aloyan A.E.* Mathematical modeling of convective clouds taking into account phase transitions // *Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 2010. V. 25, N 5. P. 399–418.
6. *Deardorff J.W.* A numerical study of 3D turbulent channel flow to large Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* 1970. V. 41, N 2. P. 453–480.
7. *Gal-Chen T., Somerville C.J.* Numerical solution of the Navier–Stokes equations with topography // *J. Comput. Phys.* 1975. V. 17, N 3. P. 276–310.
8. *Lilly D.* On the numerical simulation of buoyant convection // *Tellus A.* 1962. V. 14, N 2. P. 148–172.
9. *Piskunov V.N., Golubev A.I., Goncharov E.A., Ismailova N.A.* Kinetic modeling of composite particles coagulation // *J. Aerosol Sci.* 1997. V. 28, N 7. P. 1215–1231.
10. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.
11. *Алоян А.Е., Пискунов В.Н.* Моделирование региональной динамики газовых примесей и аэрозолей // *Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана.* 2005. Т. 41, № 3. С. 328–340.
12. *Pruppacher H.R., Klett J.D.* Microphysics of Clouds and Precipitation. Dordrecht: Reidel, 1978. 714 p.
13. *Meyers M.P., DeMott P.J., Cotton W.R.* New primary ice-nucleation parameterizations in an explicit cloud model // *J. Appl. Meteorol.* 1992. V. 31. P. 708–721.

A.E. Aloyan, V.O. Arutyunyan, A.N. Ermakov. **Mathematical modeling of convective cloudiness in polar regions.**

A three-dimensional numerical model of moist convection and formation of convective cloudiness in the Arctic atmosphere is considered. A model of mixed clouds with explicit description of liquid and ice phases is used with nonstationary equations for cloud-drop and ice-particle size distributions. The model capability in the reproduction of polar mesoscale cyclones in the Arctic atmosphere is analyzed.