

УДК 519.6, 551.501

Мультипликативная численная стохастическая модель полей суточных сумм жидких осадков и ее использование для оценки статистических характеристик экстремальных режимов их выпадения

В.А. Огородников, О.В. Сересева*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6*

Поступила в редакцию 22.07.2013 г.

Рассмотрен мультипликативный подход к построению численных стохастических моделей пространственных и пространственно-временных полей суточных сумм жидких осадков на регулярной сетке. Подход состоит в том, что независимо моделируются поля индикаторов осадков с заданной корреляционной функцией и вероятностями выпадения осадков и поля сумм осадков с соответствующей корреляционной функцией и одномерным распределением. Итоговым полем является произведение этих полей. Приведены результаты верификации модели по исследованию свойств статистических характеристик экстремальных осадков.

Ключевые слова: численная стохастическая модель, поля индикаторов, осадки, неоднородность; numerical stochastic model, indicator field, precipitation, heterogeneity.

Введение

Методы численного стохастического моделирования случайных процессов и полей на основе реальной информации широко используются: при изучении рассеяния солнечной радиации в стохастических облачных средах [1], исследовании ритмики океанологических процессов [2], решении задач статистической метеорологии, климатологии и гидрологии с применением стохастических генераторов погоды [3–5], стохастическом моделировании различных неблагоприятных метеорологических ситуаций и т.д.

В настоящей статье рассматриваются численные стохастические параметрические модели пространственных и пространственно-временных полей суточных сумм жидких осадков на регулярной сетке. Численная стохастическая модель реального поля представляет собой псевдослучайное поле, совпадающее с реальным по некоторому набору статистических характеристик. Такие характеристики поля, как корреляционные функции и одномерные распределения, построенные на основе реальных данных, чаще всего используются в качестве входных, а алгоритмы численного моделирования строятся таким образом, чтобы по возможности наиболее точно воспроизводить их в модели. Для верификации модели используются те характеристики, которые определяются моделью и в то же

время могут быть надежно оценены по реальным данным, например вероятности длительного выхода процесса за некоторые заданные уровни.

При построении численных стохастических моделей полей осадков [3, 4, 6, 7] часто в качестве вспомогательных используют поля индикаторов выпадения осадков. Они удобны для описания перемежаемости пространственных (временных) областей с осадками и без них. Для построения полей индикаторов осадков применяют как марковские модели, так и модели, основанные на пороговом преобразовании гауссовских полей. В работе [3] модель полей индикаторов осадков основана на использовании порогового преобразования изотропного гауссовского поля с экспоненциальной корреляционной функцией и специально выбранной функцией средних значений. Параметры этих функций оцениваются по реальным данным с помощью метода максимального правдоподобия. При этом пространственная корреляционная функция зависит от времени, а временные корреляционные связи не учитываются. Для моделирования полей сумм осадков (при условии их выпадения) используется метод обратных функций распределения [8].

Подход к моделированию в настоящей статье близок к подходам, рассмотренным в [3, 4, 6, 7]. Отличие состоит в способе оценки параметров модели, в выборе аппроксимирующей эмпирической корреляционной функции и одномерной функции распределений сумм осадков, а также в способе учета вероятностей выпадения осадков. Все это соответствующим образом определяет специфику алгоритмов моделирования полей осадков.

* Василий Александрович Огородников (ova@osmf.sscs.ru); Ольга Владимировна Сересева (seresseva@mail.ru).

1. Численная стохастическая модель пространственных полей сумм жидких осадков

В качестве исходной информации были задействованы данные наблюдений за суточными суммами жидких осадков (в миллиметрах) для теплого полугодия (с 1 мая по 31 октября) на 47 осадкомерных постах (станциях) Новосибирской области. Данные охватывают 15-летний период с 1969 по 1983 г. На рис. 1 представлены географическое расположение используемых станций, на которых проводились наблюдения, и сеточная область, на которой осуществлялось моделирование. Использовалась регулярная сетка с числом узлов 30×25 и шагом $\Delta x = \Delta y = 16$ км.

Результаты статистического анализа временных рядов, приведенные в работе [9], показали, что на рассматриваемом полугодовом интервале процесс является существенно не стационарным. Однако на интервалах сравнительно небольшой длины, например 1 мес, его приближенно можно считать стационарным.

Представим данные наблюдений на станциях для каждого месяца рассматриваемого периода в виде массива $\{\eta_{\lambda, v, l}^*\}$, где η — количество осадков (мм), накопленное за сутки; $\lambda = \overline{1, L}$ — порядковый

номер суток внутри конкретного месяца ($L = 30$ либо 31); $v = \overline{1, J}$, $J = 15$ — условный год наблюдений; $l = \overline{1, L}$ — условный номер метеорологической станции с координатами x_l, y_l (см. рис. 1), L равно 47 станциям. Наша модель строилась на примере данных наблюдений для июня, и все результаты приведены для этого месяца.

Для оценки на каждой станции одномерных распределений, моментов этих распределений и других одноточечных характеристик поля осадков, а также характеристик, определяемых распределениями второго и более высокого порядка, доступный с учетом их слабой зависимости от времени объем выборки $\{\eta_{\lambda, v, l}^*\}$ составляет $LJ = 30 \times 15 = 450$ наблюдений.

Анализ данных также показал, что многие одноточечные характеристики рядов на станциях достаточно слабо зависят от координат метеорологических станций [9]. Следует отметить, что система используемых станций расположена в относительно однородной, с точки зрения географических условий, области. Все станции расположены в равнинной местности, хотя имеются некоторые различия в географических условиях, определяемые наличием болот на севере Новосибирской области и степными районами на юге; также нет станций, расположенных непосредственно в пойме р. Обь. Поэтому мы используем приближение однородного поля

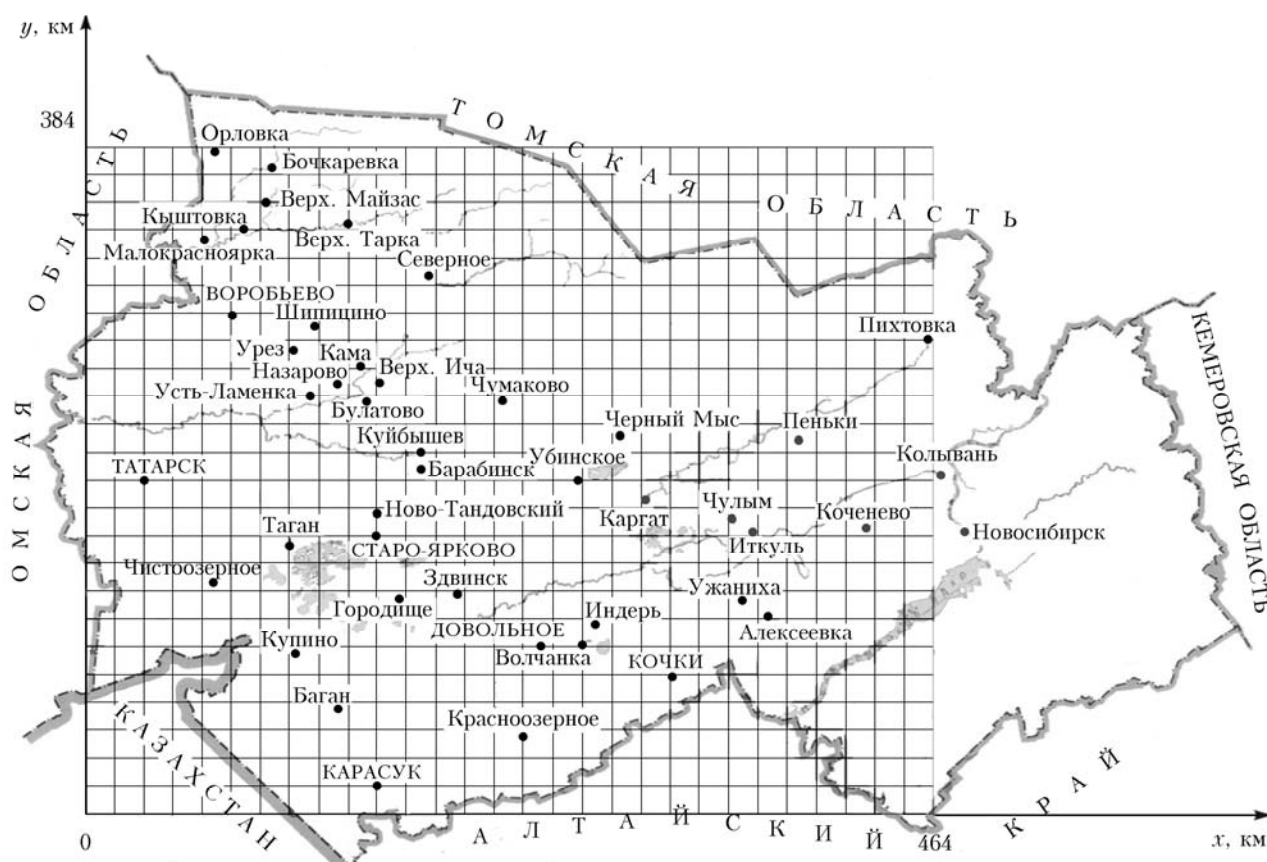


Рис. 1. Сеть рассматриваемых метеорологических станций и пространственная сетка. Новосибирская область (x и y — оси Декартовой системы координат)

по одноточечным и двухточечным характеристикам, причем при оценивании одноточечные характеристики усредняются по всем 47 станциям.

Пространственная корреляционная структура поля осадков на станциях определяется соответствующей выборочной корреляционной матрицей $\bar{R} = (\bar{r}_{lh})$, $l, h = \overline{1, L}$, которая вычисляется по L совместным временным рядам из массива $\{\eta_{\lambda, v, l}^*\}$ с числом элементов Λ в каждом ряде, равным 30 для каждого j -го года, с последующим усреднением по всем $J = 15$ годам. Поскольку используется приближение однородного поля, то корреляционная функция, соответствующая матрице \bar{R} , аппроксимируется подходящей корреляционной функцией однородного поля специального вида. Конкретный вид этой функции будет представлен далее по тексту.

Каждый элемент пространственного поля $\{\eta(x_i, y_k)\} = \{\eta_{ik}\}$ суточных сумм жидких осадков в узлах регулярной сетки $(x_i, y_k) = (i\Delta x, k\Delta y)$, $\Delta x = \Delta y$, $i = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, M}$, где N и M – число узлов сетки вдоль осей x и y , можно представить в виде произведения

$$\eta_{ik} = \omega_{ik}\chi_{ik}. \quad (1)$$

Здесь $\{\omega(x_i, y_k)\} = \{\omega_{ik}\}$ – поле безразмерных индикаторов осадков в узлах (x_i, y_k) сетки, принимающее значения 1 или 0 соответственно с вероятностями $P(\omega_{ik} = 1) = p_{ik}$, $P(\omega_{ik} = 0) = 1 - p_{ik}$ и корреляционной матрицей $S = (s_{ik, jm})$, $s_{ik, jm} = \text{corr}(\omega_{ik}, \omega_{jm})$, $i, j = \overline{1, N}$, $k, m = \overline{1, M}$, а $\{\chi(x_i, y_k)\} = \{\chi_{ik}\}$ – условное поле суточных сумм осадков (мм) на сетке (при условии наличия осадков) с одномерными распределениями $F_{ik}(u) = P(\chi_{ik} \leq u)$ и корреляционной матрицей $Q = (q_{ik, jm})$, $q_{ik, jm} = \text{corr}(\chi_{ik}, \chi_{jm})$, u – сумма накопленных за сутки осадков. Поле $\{\omega_{ik}\}$ характеризует пространственное распределение областей с осадками и без них, а поле $\{\chi_{ik}\}$ – распределение по пространству суточных сумм осадков при условии их выпадения.

В данном разделе, как отмечалось выше, модель будет строиться в приближении однородного поля, поэтому вероятности p_{ik} и одномерные распределения $F_{ik}(u)$ будут рассматриваться не зависящими от пространственных координат, т.е. $p_{ik} = p$ и $F_{ik}(u) = F(u)$. Корреляционная матрица $R = (r_{ik, jm})$ поля $\{\eta_{ik}\}$ определяется матрицами S , Q и преобразованием (1).

Пространственное поле $\{\eta(x_l, y_l)\} = \{\eta_l\}$, $l = \overline{1, 47}$ суточных сумм жидких осадков на сети станций $\{(x_l, y_l)\}$, где x_l, y_l – координаты станций, и соответствующие им поля индикаторов $\{\omega(x_l, y_l)\} = \{\omega_l\}$ и поля сумм осадков $\{\chi(x_l, y_l)\} = \{\chi_l\}$ на станциях определяются аналогично.

Корреляционная матрица $\bar{S} = (\bar{s}_{lh})$ поля индикаторов осадков $\{\omega_l\}$ на станциях оценивается по

синхронным рядам из массива $\{\eta_{\lambda, v, l}^*\}$ аналогично корреляционной матрице \bar{R} . Оценка корреляционной матрицы $\bar{Q} = (\bar{q}_{lh})$ поля $\{\chi_l\}$ на станциях, при условии наличия осадков, имеет некоторую специфику, и в отличие от корреляционной матрицы поля индикаторов осадков, которая вычисляется по синхронным рядам наблюдений, коэффициенты корреляции, образующие матрицу для поля осадков, оцениваются по имеющемуся для каждой пары станций числу случаев $v \leq \Lambda J = 450$ (v – число случаев, когда на обеих станциях одновременно зарегистрированы осадки). Эти числа, как правило, различны, поэтому матрица, образованная из полученных коэффициентов корреляции, может не быть положительно определенной. При необходимости требуется соответствующая ее корректировка.

Для аппроксимации корреляционных функций $\bar{s}(x_l, y_l; x_h, y_h)$, $\bar{q}(x_l, y_l; x_h, y_h)$ и $\bar{r}(x_l, y_l; x_h, y_h)$ (поля индикаторов, поля количества осадков при условии их наличия и поля осадков на станциях соответственно), определяемых выборочными корреляционными матрицами $\bar{S} = (\bar{s}_{lh})$, $\bar{Q} = (\bar{q}_{lh})$ и $\bar{R} = (\bar{r}_{lh})$, $l, h = \overline{1, 47}$, оцененными по реальным рядам наблюдений, используется корреляционная функция вида

$$\begin{aligned} \varphi(x_l, y_l; x_h, y_h) &= \varphi(x_l - x_h, y_l - y_h) = \\ &= \exp(-[\alpha(x_l - x_h)^2 + \beta(x_l - x_h)(y_l - y_h) + \gamma(y_l - y_h)^2]^\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

с выбором параметров α, β, γ и θ для каждого из полей, исходя из условия минимума среднего квадрата разности между фактическими и аппроксимирующими функциями. В дальнейшем с помощью функций вида (2) с соответствующими параметрами, вычисленными для $\bar{s}(x_l, y_l; x_h, y_h)$, $\bar{q}(x_l, y_l; x_h, y_h)$ и $\bar{r}(x_l, y_l; x_h, y_h)$, будем задавать корреляционные функции $s(x_i, y_k; x_j, y_m) = s_{ik, jm}$, $q(x_i, y_k; x_j, y_m) = q_{ik, jm}$ и $r(x_i, y_k; x_j, y_m) = r_{ik, jm}$, $i, j = \overline{1, N}$, $k, m = \overline{1, M}$ однородного поля индикаторов осадков $\{\omega_{ik}\}$, а также однородных полей $\{\chi_{ik}\}$ и $\{\eta_{ik}\}$ на сетке.

Для аппроксимации эмпирической функции распределения $\bar{F}(u)$ непрерывной функцией $F(u)$ в интервале $[0, 1, \infty)$ используется метод, предложенный А.С. Марченко [10], основанный на сочетании интерполяции эмпирической функции распределения кубическими сплайнами и описания ее правой части распределением Вейбулла. Отметим, что для этой цели в литературе часто используют гамма-распределение (см., например, [3]), но для аппроксимации «хвостов» распределения в данном случае наиболее подходящим оказалось распределение Вейбулла.

Поле $\{\omega_{ik}\}$ строится в виде порогового преобразования гауссовского поля $\{\xi_{ik}\}$ с нулевым средним и корреляционной матрицей $G = (g_{ik, jm})$, $g_{ik, jm} = \text{corr}(\xi_{ik}, \xi_{jm})$:

$$\omega_{ik} = \begin{cases} 1, & \xi_{ik} \leq C, \\ 0, & \xi_{ik} > C. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь безразмерная величина C определяется из уравнения

$$p = P(\omega_{ik} \leq C) = \Phi(C) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^C e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \quad (4)$$

при заданных значениях вероятности p . В данном случае $p = \bar{p}$, где \bar{p} – усредненная по всем станциям оценка величины p по реальным данным. С учетом тождества

$$P(\omega_{ik} = 1, \omega_{jm} = 1) = P(\xi_{ik} \leq C, \xi_{jm} \leq C) = F(C, C),$$

следующего из (3), соотношение, связывающее элементы корреляционных матриц $G = (g_{ik, jm})$ и $S = (s_{ik, jm})$ гауссовского поля $\{\xi_{ik}\}$ и индикаторного поля $\{\omega_{ik}\}$, имеет вид [4, 6]:

$$s_{ik, jm} = \frac{M\omega_{ik}\omega_{jm} - M\omega_{ik}M\omega_{jm}}{\sqrt{D\omega_{ik}}\sqrt{D\omega_{jm}}} = \frac{P(\omega_{ik} = 1, \omega_{jm} = 1) - p^2}{p(1-p)} = 1 - \frac{2}{p(1-p)} T(C, a_{ik, jm}), \quad (5)$$

$$T(C, a_{ik, jm}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{a_{ik, jm}} e^{-\frac{C^2(1+z^2)}{2}} \frac{dz}{1+z^2};$$

$$a_{ik, jm} = \sqrt{\frac{1 - g_{ik, jm}}{1 + g_{ik, jm}}},$$

где $T(C, a_{ik, jm})$ – функция Оуэна [11].

Для построения поля $\{\chi_{ik}\}$ используется метод обратной функции распределения [8], и его элементы вычисляются с помощью преобразования

$$\chi_{ik} = F^{-1}(\Phi(\zeta_{ik})), \quad (6)$$

где ζ_{ik} – элементы гауссовского поля $\{\zeta_{ik}\}$ с корреляционной матрицей $W = \{\omega_{ik, jm}\}$; $\Phi(x)$ – функция стандартного нормального одномерного распределения вида (4).

Элементы матрицы W функционально связаны с элементами матрицы Q

$$q_{ik, jm} = f(\omega_{ik, jm}). \quad (7)$$

Конкретный вид уравнения (6) приведен, например, в [8]. Следует отметить, что при заданных $s_{ik, jm}$ и $q_{ik, jm}$ не всегда находятся решения уравнений (5) и (7) относительно $g_{ik, jm}$ и $\omega_{ik, jm}$ в классе соответствующих корреляций, совместимых с вероятностью $P(\omega_{ik} = 1)$ и распределением $F(u)$ соответственно [8]. Даже если такие решения находятся, матрицы G и W , образованные из полученных коэффициентов корреляций, могут не быть положительно определенными. В этих случаях требуется их корректировка. Кроме того, если задать корреляционные матрицы полей $\{\omega_{ik}\}$ и $\{\chi_{ik}\}$ с помощью функций вида (2), то соответствующие матрицы для гауссовских полей, элементы которых определяются из уравнений (5) и (7), функциями вида (2) уже не описываются. Тем не менее для корректировки матриц G и W используется аппроксимация функций пространственных координат, соответствующих этим матрицам, именно функциями вида (2). В этом случае с помощью функций (5) и (7), учитывая их монотонность [8], можно оценить только параметры κ и θ в выражении (2), записанном в виде

$$\varphi(x, y) = \exp(-\kappa[\alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2]^\theta)$$

при прежних α , β и γ .

Необходимые для построения полей $\{\omega_{ik}\}$ и $\{\chi_{ik}\}$ однородные гауссовские поля $\{\xi_{ik}\}$ и $\{\zeta_{ik}\}$ на регулярных сетках с матричными корреляционными функциями (или блочно-теплицевыми ковариационными матрицами) моделировались с помощью метода условных распределений [4, 12].

На рис. 2 приведены сечения вдоль осей x и y корреляционной функции модельного поля суточных сумм жидких осадков $\{\eta_{ik}\}$ и корреляционной функции $r(x_i, y_k; x_j, y_m)$, полученной в результате аппроксимации корреляционной функции реального поля выражением вида (2).

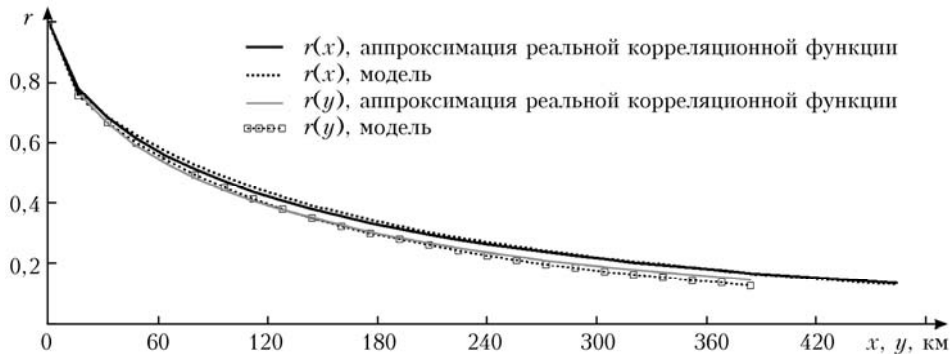


Рис. 2. Сечения корреляционной функции модельного поля $\{\eta_{ik}\}$ вдоль осей x и y и соответствующих им сечений корреляционной функции, полученной в результате аппроксимации корреляционной функции реального поля выражением вида (2). Новосибирская область, июнь

Изолинии корреляционной функции итогового модельного поля представляют собой эллипсы, ориентация которых хорошо согласуется с характерным для июня юго-западным преобладанием направления ветра в рассматриваемой области. Следует подчеркнуть, что входными параметрами для модели являются вероятности p , функция распределения $F(u)$ и корреляции $s_{ik,jm}$ и $q_{ik,jm}$. Корреляции $r_{ik,jm}$ не являются входными параметрами, поэтому по ним, наряду с другими характеристиками, которые будут рассмотрены в разделе 2, можно судить о качестве модели.

2. Верификация и использование модели для решения прикладных задач

В расчетах использовалась сетка с числом узлов $NM = 30 \times 25$ и шагом $\Delta x = \Delta y = 16$ км. Для верификации модели были взяты вероятности совместного превышения сумм выпавших за сутки осадков некоторых заданных уровней в нескольких пунктах наблюдений. По реальным данным эти вероятности оценивались непосредственно на рассматриваемых станциях, а по модельным данным – в узлах сетки, наиболее близко расположенных к ним. В качестве иллюстрации мы привели результаты оценки этих вероятностей для шести самых близких к узлам сетки станций (см. рис. 1, обозначены прописными буквами). Для этих станций расстояние до узлов сетки не превышает $0,1\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$. Поскольку координаты станций не совпадают с координатами узлов равномерной сетки, то в оценках этих вероятностей по модельным выборкам содержится систематическая погрешность, которую можно уменьшить путем уменьшения шага сетки.

На рис. 3 приведены вероятности $p(c)$ совместного превышения полем сумм осадков заданного уровня c , а также соответствующие им значения, вычисленные по модели в соответствующих шести узлах сетки.

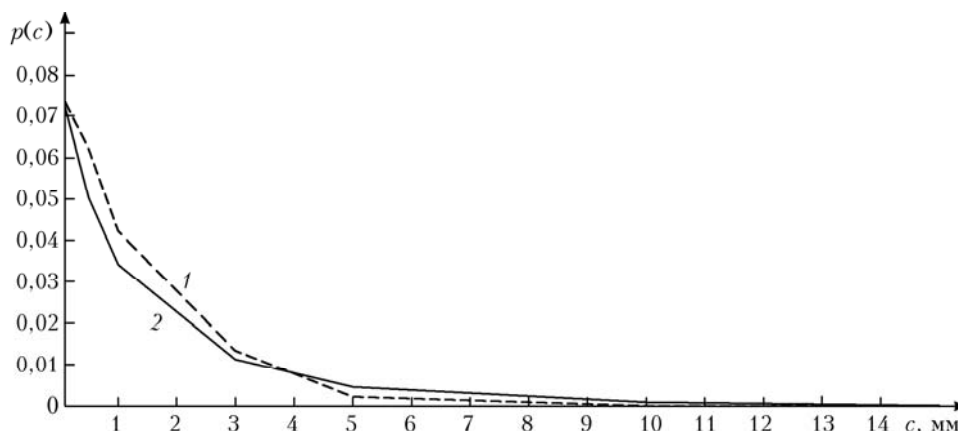


Рис. 3. Вероятности $p(c)$ совместного превышения полем сумм осадков заданного уровня c на шести станциях (кривая 1) и вероятности, вычисленные по модели (2). Новосибирская область, июнь

Оценка модельных вероятностей осуществлялась по 10 000 реализаций модельного поля. Видно, что с ростом уровня c увеличивается относительная разность между вероятностями, вычисленными по реальным и модельным данным. Оценки по реальным данным, в отличие от оценок по модельным данным, содержат достаточно большие статистические погрешности, характеристики которых не сложно оценить по модельным выборкам. Для этой цели с помощью модели для каждого c были сформированы 1 000 выборок объемом в 450 реализаций полей, по каждой из них оценены искомые вероятности и по полученной выборке оценок, объем которой составляет 1 000 значений, оценены стандартные отклонения этих вероятностей. Отношение этих отклонений к средней вероятности, вычисленной по 1 000 реализаций этой величины, растет с ростом уровня c . Для уровня $c = 1$ мм оно равно примерно 20%, а для уровней $c > 20$ мм – более 400%. Поэтому по реальным данным оценка вероятностей $p(c)$ для практически важных уровней c не представляется возможной. Модельная информация в этом случае может быть использована в качестве дополнительной.

Далее рассматриваются некоторые примеры использования пространственной модели для исследования экстремальных режимов выпадения осадков. На рис. 4 $P(Sr \geq e | Si = NM)$ обозначает вероятность того, что суммарное количество осадков, выпавшее за сутки на всей сеточной области площадью 464×384 км, не меньше заданного значения e (км³), при условии, что в каждом узле

сетки выпадали осадки. Здесь $Sr = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \eta_{ik} \Delta x \Delta y$,

$\Delta x \Delta y$ – площадь ячейки сетки, а $Si = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^M \omega_{ik}$.

В имеющихся реальных данных для июня встречается единственная ситуация, когда в течение 1 сут на 45 из 47 станций осадки наблюдались (ситуации, в которых на всех станциях одновременно

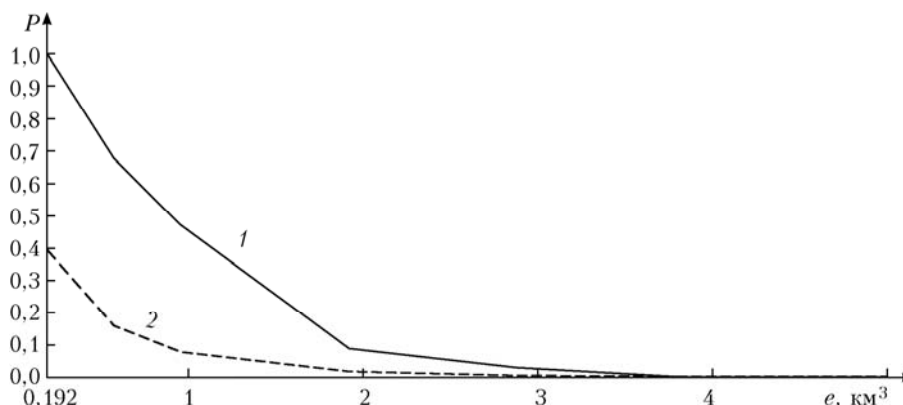


Рис. 4. Вероятности $P(Sr \geq e | Si = NM)$ (кривая 1) и $P(Sr \geq e)$ (2). Новосибирская область, июнь

имеются осадки, в данных отсутствуют, хотя они и возможны). По модели вероятность $P(Si = NM) = 0,0034$. Пунктирной линией на рис. 4 обозначены безусловные вероятности того, что на всей сеточной области суммарное количество выпавших осадков не меньше заданного уровня e . Отметим, что рассмотренные вероятности вычислены по выборке объема 10 000 реализаций модельных полей. Надежная оценка этих характеристик по реальным данным небольшого объема практически невозможна, при этом для подсчета суммарного количества осадков необходима также дополнительная процедура оптимальной интерполяции осадков со станций в узлы сетки.

3. Оценка степени неоднородности пространственных полей суточных сумм жидких осадков

При построении неоднородных полей осадков необходима информация об их структуре как функции пространственных координат. Учет неоднородности по одноточечным характеристикам, например по вероятностям выпадения осадков в заданной точке, которые, хотя и слабо, но зависят от пространственных координат [9], не представляет принципиальных трудностей, однако требует большой подготовительной работы и интерполяции этих характеристик со станций в узлы сетки.

Для учета в модели пространственной неоднородности поля по корреляциям в первую очередь необходимо оценить степень его неоднородности. Для этого можно использовать свойство однородного поля, состоящее в том, что корреляции между его значениями в любых двух точках не зависят от их параллельного сдвига. Для иллюстрации рассмотрим поле индикаторов осадков. Хотя в исследуемом регионе нет таких двух пар станций, чтобы расстояния между станциями первой и второй пары были равны и при этом они были бы смещены строго параллельно друг относительно друга, однако можно найти такие пары, для которых это условие выполняется приближенно. Рассмотрим любые две пары станций (точек). Сместим параллельно

вторую пару так, чтобы первая ее точка совпала с первой точкой первой пары. Отношение $\Delta b / \bar{b} = \mu$, т.е. отношение длины отрезка, соединяющего вторые точки пар, к средней длине отрезков между рассматриваемыми парами будем использовать в качестве меры такого приближения. При $\mu = 0$ отрезки, соединяющие пары, строго параллельны и равны. При малых μ условия параллельности и равенства отрезков выполняются приближенно.

Обозначим через $\Delta \bar{s} = \bar{s}_{lh}^{(1)} - \bar{s}_{lh'}^{(2)}$ разность коэффициентов корреляции между значениями поля на станциях, относящихся к каждой паре из рассматриваемых двойных пар, вычисленных по реальным рядам индикаторов осадков. Эта величина может служить мерой отклонения поля от однородного (для однородного поля при условии, что $\mu = 0$, $\Delta \bar{s} = 0$). Условие однородности поля, состоящее в том, что корреляции между его значениями в любых двух точках не зависят от их параллельного сдвига, можно проверить лишь приближенно, и это приближение определяется двумя основными факторами. Первый из них — приближенная параллельность и приближенное равенство отрезков, соединяющих рассматриваемые пары станций, а второй фактор — это погрешность оценки коэффициентов корреляции для этих пар станций по имеющемуся объему выборки (если поле однородно, но коэффициенты корреляции получены с помощью оценки по ограниченному объему выборки, то $\Delta \bar{s} \neq 0$ при $\mu = 0$).

Ошибка, определяемая вторым фактором, является случайной, поэтому естественно выбирать пары из условия, чтобы систематическая погрешность в величине $\Delta \bar{s}$ была существенно меньше статистической погрешности оценки этой величины по имеющемуся объему выборки. В данном случае в качестве этой погрешности использовалось стандартное отклонение оценки. Из всех $L(L-1)(L-2)(L-3)/8$ двойных пар станций, составленных из 47 станций, была выбрана 251 двойная пара, для которых величина максимальной систематической ошибки за счет непараллельности и неравенства отрезков была на порядок меньше стандартного отклонения $\sigma(\Delta \bar{s})$ разности $\Delta \bar{s}$. Для этих пар $\mu < 0,04$.

Если поле однородно, а корреляции вычисляются по ограниченному объему выборки, то разность выборочных коэффициентов корреляции $\Delta\bar{r}$ представляет собой разность ошибок оценки коэффициентов корреляции. Предполагая, что эти ошибки распределены нормально с одинаковыми параметрами и не зависят друг от друга, легко получить равенство $\sigma(\Delta\bar{r}) = \sqrt{2}\sigma(\bar{r}) = \delta$, где $\sigma(\bar{r})$ – стандартные отклонения выборочного коэффициента корреляции. В этом случае вероятность $P_1 = P(-\delta \leq \Delta\bar{r} \leq \delta) \approx 0,68$ (68%).

Если поле неоднородно, то для соответствующих этому полю величин $\Delta\bar{r}$ вероятность $P_2 = P(-\delta \leq \Delta\bar{r} \leq \delta)$ меньше P_1 за счет того, что $\Delta\bar{r}$ содержит систематическую составляющую, отличную от нуля. Разность $P_1 - P_2$ определяет долю величин $\Delta\bar{r}$, не попавших в интервал $(-\delta, \delta)$ за счет неоднородности поля. В отличие от P_1 , вероятности P_2 оценивались по модельным выборкам поля индикаторов осадков $\{\omega_i\}$ на станциях. Для этой цели вначале моделировался ансамбль из выборок, включающих $NJ = 450$ реализаций полей индикаторов осадков на станциях, затем по каждой выборке оценивалась выборочная корреляционная функция поля индикаторов осадков на станциях. Далее по выбранным двойным парам станций оценивались вероятности P_2 , и эти оценки в дальнейшем усреднялись по всем элементам ансамбля. При расчетах ансамбль содержал 1000 выборок из 450 полей. Расчеты показали, что полученная таким образом оценка вероятности P_2 приблизительно равна 0,58 (58%), т.е. из 251 разности корреляций доля разностей, не попавших в интервал $(-\delta, \delta)$ за счет неоднородности поля, составляет примерно 10%.

В простейшем случае приближенное моделирование неоднородных пространственных полей индикаторов осадков может быть основано на моделировании полей на станциях и стохастической интерполяции соответствующих значений со станций в узлы сетки. В более общем случае необходимо конкретизировать пространственный характер неоднородности и аппроксимировать соответствующие корреляционные функции на станциях корреляционными функциями с параметрами, зависящими от пространственных координат.

4. Численная стохастическая модель пространственно-временных полей суточных сумм жидких осадков

Пространственно-временное поле можно представить в виде последовательности пространственных полей, в которой временные и пространственно-временные корреляционные связи задаются на основе реальной информации. Например, в случае однородного по пространству и стационарного по времени поля корреляционная функция может быть задана в виде произведения пространственной и временной корреляционных функций, что соответствует прямому произведению пространственных и временных

корреляционных матриц, построенных по этим функциям на заданной сетке. Методы моделирования гауссовских полей с такой корреляционной структурой известны (см., например, [4]), а принцип построения полей осадков на основе гауссовских пространственно-временных полей аналогичен рассмотренному выше.

На рис. 5 для этого случая приведен пример реализации модельного пространственно-временного поля суточных сумм жидких осадков, построенного на сетке размером 30×25 узлов на интервале времени в 1 мес (пространственный шаг сетки равен 16 км, временной – 1 сут).

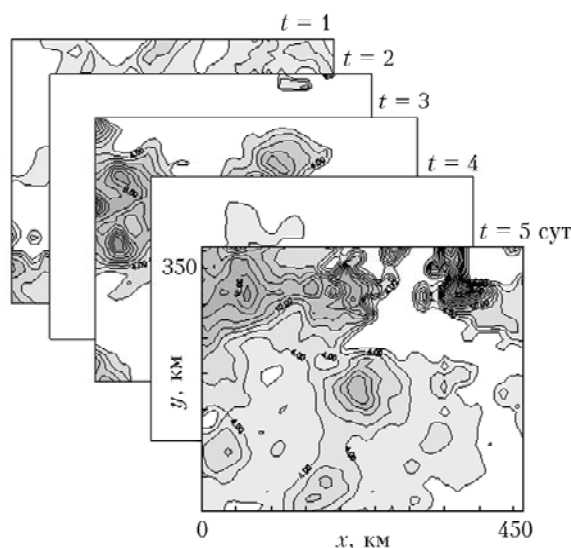


Рис. 5. Пример реализации пространственно-временного поля суточных сумм жидких осадков, построенного на основе мультипликативной модели. Новосибирская область, июнь

Выбор шага сетки зависит от конкретной задачи. Другой подход к моделированию пространственно-временных полей, как отмечалось выше, может быть основан на моделировании совместных временных рядов сумм осадков на станциях с учетом их взаимных корреляционных связей с последующей стохастической интерполяцией модельных значений со станций в узлы регулярной сетки. Некоторые алгоритмы моделирования необходимых для стохастической интерполяции условных гауссовских полей при заданных значениях в фиксированных точках описаны, например, в работе [4]. Приближенные подходы к моделированию условных негауссовских полей могут быть основаны на использовании метода обратных функций распределения и алгоритмов моделирования гауссовских условных полей.

Заключение

В заключение следует отметить, что рассмотренная параметрическая модель может быть использована для построения приближенных моделей пространственно-временных полей суточных сумм жидких осадков для различных областей, в том

числе и для областей, слабо освещенных наблюдениями. В том случае, если в исследуемой области количество пунктов наблюдений мало, то в качестве одного из возможных способов построения соответствующей приближенной модели можно использовать подход, основанный на построении модели для одной из ближайших к ней областей, достаточно освещенной наблюдениями, с последующей ее корректировкой по имеющимся данным для исходной области. Для северных территорий, где станций наблюдений крайне мало, можно, например, дополнительно привлекать взятую из динамических климатических моделей информацию о ветровых режимах, а масштабы корреляции оценивать по имеющимся данным. Эти модели могут быть использованы, в частности, для исследования гидрологического режима субарктических водосборов в условиях слабой освещенности северных территорий метеорологическими и гидрологическими наблюдениями.

В данной статье для моделирования полей осадков использовался временной интервал длиной в месяц, на котором приближение стационарного процесса является приемлемым. Для решения ряда задач, например агрометеорологических, необходимо рассматривать пространственно-временные поля на значительно больших интервалах времени. На этих интервалах процесс существенно не стационарен, поэтому учет этой нестационарности требует соответствующей модификации модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 15-01-01458, 15-01-08988) и программы «Ведущие научные школы» (НШ-5111.2014.1).

1. Пригарин С.М., Маршак А. Численная имитационная модель разорванной облачности, адаптированная

к результатам наблюдений // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18, № 3. С. 256–263.

2. Драган Я.П., Рожков В.А., Яворский И.Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. Л.: Гидрометеониздат, 1987. 320 с.
3. Kleiber W., Katz R.W., Rajagopalan B. Daily spatio-temporal precipitation simulation using latent and transformed Gaussian processes // Water Resources Research. 2012. V. 48, iss. 1. P. 11105–11114.
4. Ogorodnikov V.A., Prigarin S.M. Numerical modelling of random processes and fields: algorithms and applications. Utrecht: VSP, 1996. 240 p.
5. Semenov M.A., Barrow E.M. Use of a stochastic weather generator in the development of climate change scenarios // Clim. Change. 1997. V. 35, iss. 4. P. 397–414.
6. Анисимова А. Численное моделирование индикаторных случайных полей жидких осадков // Труды конференции молодых ученых ИВМиМГ СО РАН. Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 1997. С. 3–15.
7. Укхинова О.С., Огородников В.А. Stochastic models of spatial-time fields of precipitation sums // Proc. 6th St. Petersburg WorkShop on simulation. 2009. P. 193–197.
8. Пригарин С.М. Методы численного моделирования случайных процессов и полей. Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2005. 258 с.
9. Дробышев А.Д., Марченко А.С., Огородников В.А., Чижиков В.Д. Статистическая структура временных рядов суточных сумм жидких осадков в равнинной части Новосибирской области // Труды ЗапСибНИИ Госкомгидромета. 1989. Вып. 86. С. 44–66.
10. Марченко А.С. Аппроксимация эмпирического распределения вероятностей суточных сумм жидких осадков // Труды ЗапСибНИИ Госкомгидромета. 1989. Вып. 86. С. 66–74.
11. Смирнов Н.В., Большев Л.Н. Таблицы для вычисления функций нормального распределения. М.: Изв. АН СССР, 1962. 109 с.
12. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 540 с.

V.A. Ogorodnikov, O.V. Sereseva. Multiplicative numerical stochastic model of daily sums of liquid precipitation fields and its use for estimation of statistical characteristics of extreme precipitation regimes.

The multiplicative approach to construction of numerical stochastic models of spatial and spatio-temporal fields of daily sums of liquid precipitation is considered. The approach is that the indicator fields of precipitation with the given correlation function and probabilities of precipitation and fields of the daily precipitation with the appropriate correlation function and one-dimensional distribution of probability are independently simulated. A final field is the product of these fields. The results of model verification and the results of research of properties of the statistical characteristics of extreme precipitation are presented.