«Оптика атмосферы и океана», **10**, N 3 (1997)

УДК 621.396.96

А.М. Горцев, М.Е. Завгородняя

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ АЛЬТЕРНИРУЮЩЕГО ПОТОКА СОБЫТИЙ ПРИ УСЛОВИИ ЕГО ЧАСТИЧНОЙ НАБЛЮДАЕМОСТИ

Методом моментов получены оценки параметров альтернирующего потока событий в условиях частичной его наблюдаемости, исследованы их свойства. Построена имитационная модель, подтверждающая полученные теоретические результаты.

Распространенными математическими моделями многих физических процессов являются потоки событий. Подавляющее число публикаций по исследованию потоков событий посвящено ситуации, когда события потока доступны наблюдению. Однако на практике возникает ситуация, когда событие потока может повлечь за собой ненаблюдаемость последующих событий. В качестве примера можно привести процесс, происходящий внутри счетчиков Гейгера–Мюллера. Одна из особенностей этих приборов состоит в том, что частица, попавшая в счетчик, вызывает в нем разряд. Можно считать, что такой разряд продолжается некоторое фиксированное время, в течение которого вновь попадающие частицы уже не регистрируются. Поэтому возникает задача определения параметров истинного потока частиц по данным, полученным с помощью подобных приборов. Аналогичная задача рассматривалась в работах [1, 2] для пуассоновского потока событий. В данной работе результаты распространены на случай альтернирующего потока событий.

В атмосферной оптике аналоги рассматриваемой задачи существенны для проблемы распространения радиации через разорванную облачность и при измерении оптических характеристик турбулентной атмосферы.

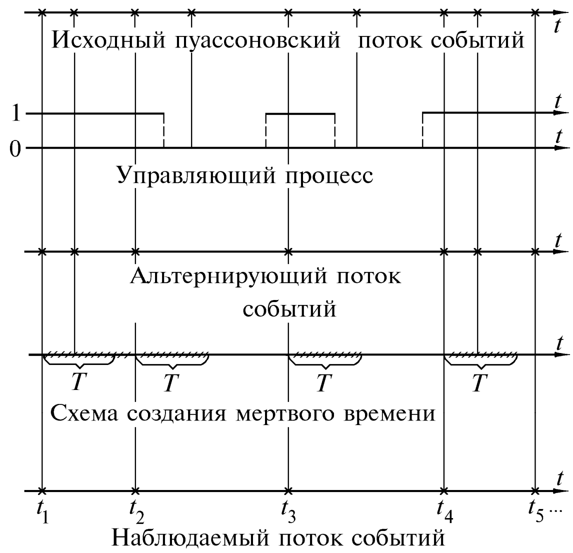

Рис. 1

1. Постановка задачи

Рассмотрим стационарный пуассоновский поток событий интенсивности λ, который наблюдается только на определенных интервалах времени. Процесс наблюдения определяется дискретным марковским процессом с непрерывным временем, имеющим два состояния: 0 и 1.

Если управляющий процесс находится в состоянии 1, то пуассоновский поток наблюдается, если в состоянии 0, то пуассоновский поток недоступен наблюдению. Интенсивности переходов управляющего процесса из состояния 1 в состояние 0 и наоборот равны α и β соответственно. Участки стационарности управляющего процесса распределены по экспоненциальному закону. Таким образом, управляющий процесс порождает альтернирующий поток событий, который, в свою очередь, также частично ненаблюдаем, так как после наступления событий в этом потоке наступает некоторое время фиксированной длительности T, в течение которого другие события недоступны наблюдению. Этот период ненаблюдаемости назовем мертвым временем. События, наступившие в течение мертвого времени, не вызывают продления его периода, по окончании которого первое наступившее событие в альтернирующем потоке снова создает мертвое время длительности T и т.д. Возникающая ситуация показана на рис. 1, где штриховкой обозначен период мертвого времени, 0 и 1 – состояния управляющего процесса; t – текущее время, $\{t_1, ..., t_n\}$ – моменты наступления событий в наблюдаемом потоке. По этим наблюдениям требуется построить оценку интенсивности λ пуассоновского потока, оценку длительности мертвого времени и оценки интенсивностей α, β переходов из состояния в состояние управляющего процесса.

2. Распределение вероятностей для наблюдаемых величин

Перейдем от $\{t_1, ..., t_n\}$ к интервалам времени $\tau_i = t_{i+1} - t_i$, $i = \overline{1, n}$. В качестве исходных данных для обработки возьмем величины $\{\tau_1, ..., \tau_n\}$. Нетрудно показать, что наблюдаемый поток является рекуррентным, т.е. величины $\{\tau_1, ..., \tau_n\}$ независимы и одинаково распределены. Следовательно, основой для дальнейшего исследования будет являться плотность вероятностей $p(\tau)$ интервалов времени между соседними событиями в наблюдаемом потоке.

Пусть наблюдается событие исходного потока. Припишем этому событию момент времени $t = 0$. Это говорит о том, что управляющий процесс будет находиться в состоянии 1. Обозначим через $\pi_j(t)$ $(j = 0, 1)$ вероятность того, что в момент времени t управляющий процесс будет находиться в состоянии j. Тогда для $\pi_j(t)$ имеет место следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \pi_0'(t) = -\beta\, \pi_0(t) + \alpha\, \pi_1(t), \\ \pi_1'(t) = \beta\, \pi_0(t) - \alpha\, \pi_1(t). \end{cases} \tag{1}$$

Начальные условия для момента $t = 0$ имеют вид: $\pi_1(0) = 1$, $\pi_0(0) = 0$, так как в момент времени $t = 0$ событие наступило. Тогда решение системы (1) записывается в виде

$$\begin{cases} \pi_0(t) = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} - \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\exp(-(\alpha+\beta)\, t) \\ \pi_1(t) = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} + \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\exp(-(\alpha+\beta)t). \end{cases} \tag{2}$$

В дальнейшем потребуется решение (2) при $t = T$. Поэтому, подставляя $t = T$ в (2), получим

$$\begin{cases} \pi_0(T) = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} - \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\exp(-(\alpha+\beta)T) \\ \pi_1(T) = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} + \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\exp(-(\alpha+\beta)T). \end{cases} \tag{3}$$

Пусть $P_j(t)$ – вероятность того, что в момент времени $T + t$ управляющий процесс будет находиться в состоянии j и на интервале $(T, T + t)$ событий не произойдет. Тогда $P_j(t)$ являются решениями следующей системы:

$$\begin{cases} P_1'(t) = -(\lambda+\alpha)\, P_1(t) + \beta\, P_0(t) \\ P_0'(t) = \alpha\, P_1(t) - \beta\, P_0(t), \end{cases} \tag{4}$$

при этом начальные условия имеют вид

$$P_1(0) = \pi_1(T)\,, \quad P_0(0) = \pi_0(T)\,,$$

где $\pi_0(T)$, $\pi_1(T)$ определены формулами (3).
Тогда решение системы (4) записывается в виде

$$\begin{cases} P_1(t) = \dfrac{\beta - z_1}{\alpha} B_1 \exp(-z_1 t) + \dfrac{\beta - z_2}{\alpha} B_2 \exp(-z_2 t) \\ P_0(t) = B_1 \exp(-z_1 t) + B_2 \exp(-z_2 t), \end{cases}$$

где

$$z_1 = \frac{\lambda + \alpha + \beta - \sqrt{(\lambda + \alpha + \beta)^2 - 4\lambda\beta}}{2}\,; \quad z_2 = \frac{\lambda + \alpha + \beta + \sqrt{(\lambda + \alpha + \beta)^2 - 4\lambda\beta}}{2}\,;$$

$$B_1 = \frac{\alpha}{(z_2 - z_1)(\alpha + \beta)} \{z_2 + (z_1 - \lambda) \exp(-(\alpha + \beta)T)\}; \; B_2 = -\frac{\alpha}{(z_2 - z_1)(\alpha + \beta)} \{z_1 + (z_2 - \lambda) \exp(-(\alpha + \beta)T)\}\,. \quad (5)$$

Очевидно, что плотность вероятностей $p(t)$ для интервала времени между моментом окончания периода мертвого времени и наступлением первого события в альтернирующем потоке после этого момента определяется по формуле

$$p(t) = \lambda\, P_1(t)\,.$$

Так как интервал времени между двумя событиями в наблюдаемом потоке равен $\tau = T + t$, то с учетом последней формулы получаем

$$p(\tau) = \lambda\, P_1(\tau - T)\,.$$

С учетом (5) в результате несложных преобразований $p(\tau)$ приобретает вид

$$p(\tau) = \gamma\, z_1 \exp(-z_1(\tau - T)) + (1 - \gamma)\, z_2 \exp(-z_2(\tau - T))\,, \quad (6)$$

где

$$\gamma = \frac{z_2 - \lambda}{(z_2 - z_1)(\alpha + \beta)} [z_2 + (z_1 - \lambda) \exp(-(\alpha + \beta)T]\,;$$

z_1 и z_2 определены в (5).
Отметим, что формула (6) имеет место для $\tau \geq T$. Для $0 \leq \tau < T$ имеем $p(\tau) \equiv 0$.

3. Построение оценок

Оценки параметров получены по методу моментов [3] с использованием четырех статистик

$$C_k = \frac{1}{k!} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \tau_i^k\,, \quad k = \overline{1,4}\,. \quad (7)$$

Непосредственно методом моментов найдены оценки параметров z_1, z_2, T, γ, через которые выражаются оценки параметров λ, α и β.
Истинные моменты вычисляются по формуле

$$M\{\tau^k\} = \int_0^\infty \tau^k p(\tau)\, d\tau\,,$$

подставляя в которую $p(\tau)$ из (6), находим

$$M\{\tau^k\} = k! \left[\frac{\gamma \exp(z_1 T)}{z_1^k} + \frac{(1 - \gamma)\ \exp(z_2 T)}{z_2^k} \right]. \quad (8)$$

Согласно методу моментов оценки $\hat z_1$, $\hat z_2$, $\hat T$, $\hat\gamma$ находятся из системы уравнений

$$M\{\tau^k\} = C_k\,, \quad k = \overline{1,4}\,,$$

которая с учетом (8) принимает вид

$$\frac{\hat\gamma \exp(\hat z_1 \hat T)}{\hat z_1} + \frac{(1-\hat\gamma)\exp(\hat z_2 \hat T)}{\hat z_2} = C_1\,, \quad \frac{\hat\gamma \exp(\hat z_1 \hat T)}{\hat z_1^2} + \frac{(1-\hat\gamma)\exp(\hat z_2 \hat T)}{\hat z_2^2} = C_2\,,$$

$$\frac{\hat\gamma \exp(\hat z_1 \hat T)}{\hat z_1^3} + \frac{(1-\hat\gamma)\exp(\hat z_2 \hat T)}{\hat z_2^3} = C_3\,, \quad \frac{\hat\gamma \exp(\hat z_1 \hat T)}{\hat z_1^4} + \frac{(1-\hat\gamma)\exp(\hat z_2 \hat T)}{\hat z_2^4} = C_4\,.$$

Решение полученной системы запишем как

$$\hat T = \frac{\ln\left(\dfrac{\hat z_1^2(C_2\,\hat z_2 - C_1)}{\hat\gamma(\hat z_2 - \hat z_1)}\right)}{\hat z_1}\,,$$

где $\hat z_1$ и $\hat z_2$ – корни уравнения;

$$(C_3^2 - C_2\,C_4)\,\hat z^2 - (C_2\,C_3 - C_1\,C_4)\,\hat z + (C_2^2 - C_1\,C_3) = 0\,;$$

$\hat\gamma$ – корень уравнения

$$(1-\gamma) = \hat z_2^2\,\frac{C_1 - \hat z_1\,C_2}{\hat z_2 - \hat z_1}\left[\frac{\hat z_2 - \hat z_1}{\hat z_1^2\,(C_2\,\hat z_2 - C_1)}\right]^{\hat z_2/\hat z_1}\gamma^{\hat z_2/\hat z_1}\,. \tag{9}$$

Оценки $\hat z_1$, $\hat z_2$, $\hat T$, $\hat\gamma$ однозначно определяют вид оценок $\hat\lambda$, $\hat\alpha$, $\hat\beta$:

$$\hat\lambda = \hat z_1 + \hat z_2 - x^*\,\hat z_2\,;$$

$$\hat\alpha = x^*\,\hat z_2 - \frac{\hat z_1\,\hat z_2}{\hat z_1 + \hat z_2 - x^*\,\hat z_2};$$

$$\hat\beta = \frac{\hat z_1\,\hat z_2}{\hat z_1 + \hat z_2 - x^*\,\hat z_2}\,,$$

где x^* – корень уравнения

$$\hat\gamma\,[1 - \hat z_1/\hat z_2]\,\frac{x}{x - \hat z_1/\hat z_2} = 1 + (x-1)\exp(-x\,\hat z_2\,\hat T)\,. \tag{10}$$

4. Свойства оценок

Рассмотрим вопрос о состоятельности полученных оценок. Используя теорему Колмогорова [4], имеем $C_k = \dfrac{1}{k!}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\tau_i^k \to \dfrac{1}{k!}M\{\tau_i^k\}$ при $n\to\infty$ почти наверное.

Следовательно, с учетом (8) при $n\to\infty$ почти наверное

$$C_k \to \frac{\gamma\exp(z_1\,T)}{z_1^k} + \frac{(1-\gamma)\exp(z_2\,T)}{z_2^k}\,. \tag{11}$$

С помощью (11) нетрудно показать, что при $n\to\infty$ уравнение

$$(C_3^2 - C_2\,C_4)\,\hat z^2 - (C_2\,C_3 - C_1\,C_4)\,\hat z + (C_2^2 - C_1\,C_3) = 0$$

почти наверное превращается в уравнение

$$\hat{z}^2 - (z_1 + z_2)\,\hat{z} + z_1 z_2 = 0\,.$$

Отсюда следует, что при $n \to \infty$ $\hat{z}_1 \to z_1$ и $\hat{z}_2 \to z_2$ почти наверное.

Имеем далее уравнения

$$\hat{\gamma}\,\exp(\hat{z}_1 \hat{T}) = \hat{z}_1^2 \frac{\hat{z}_2 C_2 - C_1}{\hat{z}_2 - \hat{z}_1}\,; \quad (1-\hat{\gamma})\,\exp(\hat{z}_2 \hat{T}) = \hat{z}_2^2 \frac{C_1 - \hat{z}_1 C_2}{\hat{z}_2 - \hat{z}_1}\,. \qquad (12)$$

Учитывая (11) и сходимость оценок $\hat{z}_1$, $\hat{z}_2$ к истинным значениям z_1, z_2, уравнения (12) при $n \to \infty$ превращаются в уравнения

$$\hat{\gamma}\,\exp(\hat{z}_1 \hat{T}) = \gamma\,\exp(z_1 T)\,; \quad (1-\hat{\gamma})\,\exp(\hat{z}_2 \hat{T}) = (1-\gamma)\,\exp(z_2 T)\,. \qquad (13)$$

Из первого уравнения (13) имеем

$$\hat{T} = \ln \gamma^{1/\hat{z}_1} + T - \ln \hat{\gamma}^{1/\hat{z}_1}\,.$$

Подставляя это выражение во второе уравнение (13), получим

$$(1-\hat{\gamma}) = \left(\frac{1-\hat{\gamma}}{\hat{\gamma}^{\hat{z}_2/\hat{z}_1}}\right)\hat{\gamma}^{\hat{z}_2/\hat{z}_1}\,.$$

Отсюда следует, что при $n \to \infty$ $\hat{g} \to \gamma$ почти наверное.

Вместе с (13) это приводит к тому, что при $n \to \infty$ $\hat{T} \to T$ почти наверное.

Так как оценки $\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ связаны с оценками $\hat{z}_1$, $\hat{z}_2$, $\hat{T}$, $\hat{\gamma}$ взаимооднозначно, то почти наверное из сходимости оценок $\hat{z}_1$, $\hat{z}_2$, $\hat{T}$, $\hat{\gamma}$ следует сходимость почти наверное оценок $\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ к истинным значениям параметров λ, α, β. Таким образом, полученные оценки $\hat{\lambda}$, $\hat{T}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ являются состоятельными.

В силу состоятельности с использованием метода линеаризации найдены асимптотические дисперсии оценок:

$$D(\hat{\lambda}) = \frac{1}{n} B_\lambda^{\mathrm{T}} E B_\lambda\,,\ D(\hat{\alpha}) = \frac{1}{n} B_\alpha^{\mathrm{T}} E B_\alpha\,,$$

$$D(\hat{\beta}) = \frac{1}{n} B_\beta^{\mathrm{T}} E B_\beta\,,\ D(\hat{T}) = \frac{1}{n} B_T^{\mathrm{T}} E B_T\,,$$

где

$$B_\lambda^{\mathrm{T}} = (B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{14})\,,\ B_\alpha^{\mathrm{T}} = (B_{21}, B_{22}, B_{23}, B_{24})\,,$$

$$B_\beta^{\mathrm{T}} = (B_{31}, B_{32}, B_{33}, B_{34})\,,\ B_T^{\mathrm{T}} = (b_{41}, b_{42}, b_{43}, b_{44})\,.$$

В приведенных формулах имеют место следующие обозначения и формулы: E – матрица, элементами которой являются величины

$$E_{\mathrm{sm}} = (z_2)^{-(s+m)} \left\{ \frac{(s+m)!}{s!\,m!} \left[\frac{\gamma \exp(z_1 T)}{(z_1/z_2)^{s+m}} + (1-\gamma)\exp(z_2 T) \right] - \left[\frac{\gamma \exp(z_1 T)}{(z_1/z_2)^{s}} + (1-\gamma)\exp(z_2 T) \right] \times \right.$$
$$\left. \times \left[\frac{\gamma \exp(z_1 T)}{(z_1/z_2)^{m}} + (1-\gamma)\exp(z_2 T) \right] \right\};$$

$$B_{1\,i} = \Delta_{11} \sum_{j=1}^{4} \omega_j b_{j\,i} + 2\,\Delta_{12} b_{1i} + 2\,\Delta_{13} b_{2i}\,,\quad B_{2\,i} = \Delta_{21} \sum_{j=1}^{4} \omega_j b_{j\,i} + 2\,\Delta_{22} b_{1i} + 2\,\Delta_{23} b_{2i}\,,$$

$$B_{3\,i} = \Delta_{31} \sum_{j=1}^{4} \omega_j b_{j\,i} + 2\,\Delta_{32} b_{1i} + 2\,\Delta_{33} b_{2i}\,,\ i = \overline{1,4}\,,$$

где

$$\omega_1 = -\frac{\alpha+\beta-z_2}{(\alpha+\beta)(z_2-z_1)^2}\,[z_2 + (\alpha+\beta-z_2)\exp(-(\alpha+\beta)T]\ ;$$

$$\omega_2 = -\frac{\alpha+\beta-z_1}{(\alpha+\beta)(z_2-z_1)^2}\,[z_1 + (\alpha+\beta-z_1)\exp(-(\alpha+\beta)T]\ ;\ \omega_3 = -1\ ;\ \omega_4 = -\frac{\lambda\alpha}{z_2-z_1}\exp(-(\alpha+\beta)T)\ ;$$

$\Delta_{ij} = A_{ji}/(\det\Delta)$ $(i, j = \overline{1,3})$; A_{ji} – алгебраическое дополнение элемента $\Delta^{(j,i)}$ матрицы Δ, элементы которой выражаются формулами

$$\Delta^{(1,1)} = 0\ ,$$

$$\Delta^{(1,2)} = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2(z_2-z_1)}\,\{\lambda\beta + [(\alpha+\beta)^2 - \lambda\beta]\exp(-(\alpha+\beta)T) + \lambda\alpha(\alpha+\beta)T\exp(-(\alpha+\beta)T)\}\ ,$$

$$\Delta^{(1,3)} = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2(z_2-z_1)}\,\{\lambda\beta + [(\alpha+\beta)^2 - \lambda\beta]\exp(-(\alpha+\beta)T) + \lambda\alpha(\alpha+\beta)T\exp(-(\alpha+\beta)T)\}\ ,$$

$$\Delta^{(2,1)} = -1 + \frac{\lambda+\alpha-\beta}{\sqrt{(\lambda+\alpha+\beta)^2-4\lambda\beta}}\ ,\quad \Delta^{(3,1)} = -1 - \frac{\lambda+\alpha-\beta}{\sqrt{(\lambda+\alpha+\beta)^2-4\lambda\beta}}\ ,$$

$$\Delta^{(2,2)} = -1 + \frac{\lambda+\alpha+\beta}{\sqrt{(\lambda+\alpha+\beta)^2-4\lambda\beta}}\ ,\quad \Delta^{(3,2)} = -1 - \frac{\lambda+\alpha+\beta}{\sqrt{(\lambda+\alpha+\beta)^2-4\lambda b}}\ ,$$

$$\Delta^{(2,3)} = -1 + \frac{\alpha+\beta-\lambda}{\sqrt{(\lambda+\alpha+\beta)^2-4\lambda\beta}}\ ,\quad \Delta^{(3,3)} = -1 - \frac{\alpha+\beta-1}{\sqrt{(\lambda+\alpha+\beta)^2-4\lambda\beta}}\ ;$$

$b_{ji} = A_{ji}/(\det B)$ $(i, j = \overline{1,4})$; A_{ji} – алгебраическое дополнение элемента $b^{(j,i)}$ матрицы B, элементы которой выражаются следующими формулами:

$$b^{(1,1)} = \frac{Tz_1-1}{z_1^2}\gamma\exp(z_1T)\ ,\ b^{(1,2)} = \frac{Tz_2-1}{z_2^2}\gamma\exp(z_2T)\ ,\ b^{(1,3)} = \frac{\exp(z_1T)}{z_1} - \frac{\exp(z_2T)}{z_2}\ ,$$

$$b^{(2,1)} = \frac{Tz_1-2}{z_1^3}\gamma\exp(z_1T)\ ,\ b^{(2,2)} = \frac{Tz_2-2}{z_2^3}\gamma\exp(z_2T)\ ,\ b^{(2,3)} = \frac{\exp(z_1T)}{z_1^2} - \frac{\exp(z_2T)}{z_2^2}\ ,$$

$$b^{(3,1)} = \frac{Tz_1-3}{z_1^4}\gamma\exp(z_1T)\ ,\ b^{(3,2)} = \frac{Tz_2-3}{z_2^4}\gamma\exp(z_2T)\ ,\ b^{(3,3)} = \frac{\exp(z_1T)}{z_1^3} - \frac{\exp(z_2T)}{z_2^3}\ ,$$

$$b^{(4,1)} = \frac{Tz_1-4}{z_1^5}\gamma\exp(z_1T)\ ,\ b^{(4,2)} = \frac{Tz_2-4}{z_2^5}\gamma\exp(z_2T)\ ,\ b^{(4,3)} = \frac{\exp(z_1T)}{z_1^4} - \frac{\exp(z_2T)}{z_2^4}\ ,$$

$$b^{(1,4)} = \gamma\exp(z_1T) + (1-\gamma)\exp(z_2T)\ ,\ b^{(2,4)} = \frac{\gamma\exp(z_1T)}{z_1} + \frac{\gamma\exp(z_2T)}{z_2}\ ,$$

$$b^{(3,4)} = \frac{\gamma\exp(z_1T)}{z_1^2} + \frac{\gamma\exp(z_2T)}{z_2^2}\ ,\ b^{(4,4)} = \frac{\gamma\exp(z_1T)}{z_1^3} + \frac{\gamma\exp(z_2T)}{z_2^3}\ .$$

5. Результаты имитационного моделирования

Для подтверждения полученных теоретических результатов поставлен статистический эксперимент. Методами имитационного моделирования реализован наблюдаемый поток. Получены величины $\{\tau_1, ..., \tau_n\}$, с помощью которых построены статистики C_k согласно (7). На основе C_k вычислены оценки $\hat{\lambda}$, $\hat{T}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ по формулам (9)–(10). Серия из 100 экспериментов позволила вычислить средние выборочные значения оценок и их выборочные дисперсии, которые необходимы для нахождения интервальных оценок. При доверительном уровне $p = 0{,}95$

построены доверительные интервалы для оценок истинных значений параметров. На рис. 2 приведены результаты моделирования для следующего набора параметров: $\lambda = 10$, $T = 0{,}001$, $\alpha = 0{,}5$, $\beta = 5$. На основе имитации поведения системы можно сказать, что результаты статистического эксперимента подтверждают полученные теоретические результаты.

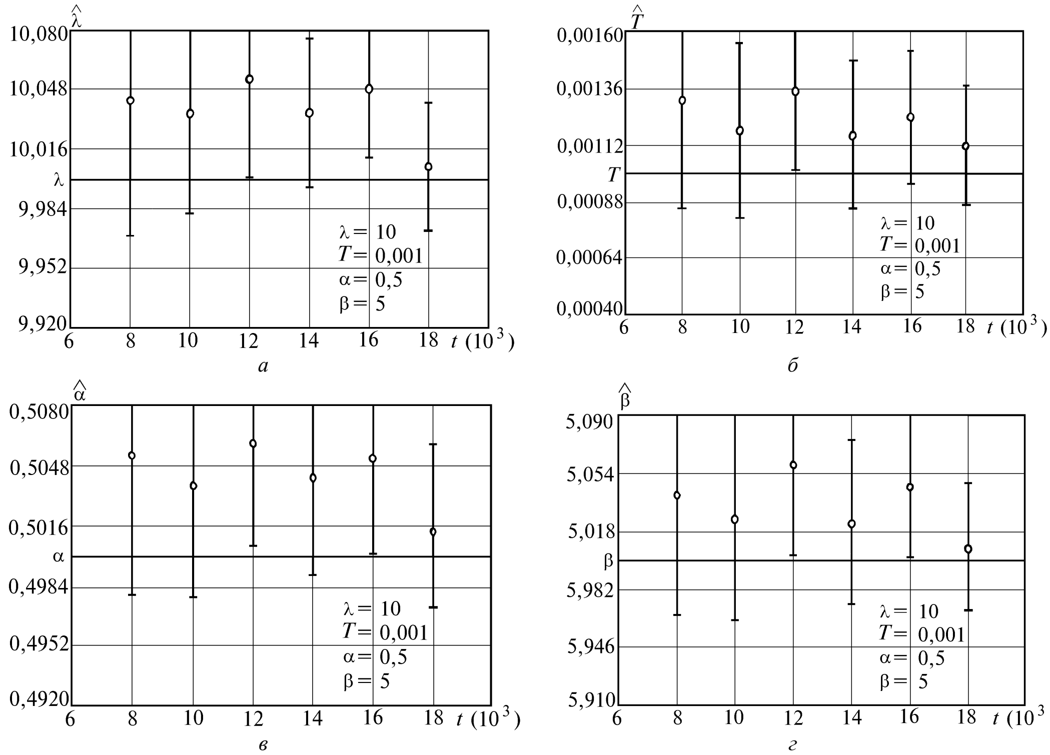

Рис. 2

1. Горцев А.М., Климов И.С. // Радиотехника. 1991. N 12. С. 3–7.
2. Горцев А.М., Климов И.С. // Радиотехника. 1996. N 2. С. 8–11.
3. Справочник по прикладной статистике/ Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю.Н. Тюрина. В 2 т. Т. 1. М.: Финансы и статистика, 1989. 510 с.
4. Радюк Л.Е., Терпугов А.Ф. Теория вероятностей и случайных процессов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988. 174 с.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию
14 ноября 1996 г.

A.M. Gortsev, M.E. Zavgorodnaya. **Estimate of Parameters of Events Alternating Flow Provided Its Partial Observability.**

The estimates of parameters of an alternating flow of events are obtained by the moments method under condition of its partial observability, and their properties are studied. The obtained theoretical results are vertified by means of the constructed simulating model.